



## UNIDAD N° 3: GUÍA PRÁCTICA

1. En las siguientes matrices determinar: si la matriz dada se encuentra en la forma escalonada por renglones, en la forma escalonada reducida por renglones o en ninguna de las dos:

a.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

e.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

i.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

f.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

j.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

c.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

g.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

k.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

d.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

h.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

l.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

2. Utilizar las operaciones elementales con renglones para reducir las matrices dadas a la forma escalonada reducida por renglones.

a.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

e.  $\begin{bmatrix} 2 & -4 & 8 \\ 3 & 5 & 8 \\ -6 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

b.  $\begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

f.  $\begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 6 \end{bmatrix}$

c.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 5 & 6 & -2 \end{bmatrix}$

g.  $\begin{bmatrix} 3 & -6 & -3 \\ 5 & 10 & 5 \end{bmatrix}$

d.  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

h.  $\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 5 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

3. Realizar los siguientes cálculos sabiendo que:  $a = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ ;  $b = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}$  y  $c = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

a.  $a + b$

f.  $2a - 5b$

k.  $2a + 4b - 3c$

b.  $3b$

g.  $-3b + 2c$

l.  $3a - 2b + 4c$

c.  $5a$

h.  $-5a + 3b$

m.  $3b - 7c + 2a$

d.  $-2c$

i.  $0c$

e.  $b + 3c$

j.  $a + b + c$

4. Realizar los siguientes cálculos sabiendo que:  $a = [3, -1, 4, 2]$ ;  $b = [6, 0, -1, 4]$  y  $c = [-1, 3, 1, 5]$

a.  $a + c$

c.  $c - a$

e.  $-2b$

b.  $b - a$

d.  $4c$

f.  $7b + 4c$



- g.  $2a - c$   
 h.  $4b - 7a$   
 i.  $a + b + c$

- j.  $c - b + 2a$   
 k.  $3a - 2b - 4c$   
 l.  $3a - 2b + 4c$

m.  $\alpha a + \beta b + \gamma c$

5. Realizar los siguientes cálculos sabiendo que:  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 4 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$  y  $C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 6 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

- |              |                   |                   |
|--------------|-------------------|-------------------|
| a. $3A$      | f. $0B$           | k. $B - A - 2C$   |
| b. $A + B$   | g. $-7A + 3B$     | l. $2A - 3B + 4C$ |
| c. $C - A$   | h. $6B - 7A + 0C$ | m. $7C - B + 2A$  |
| d. $A - C$   | i. $A + B + C$    |                   |
| e. $2C - 5A$ | j. $C - A - B$    |                   |

n. Encontrar una matriz D tal que  $2A + B - D$  es la matriz cero de  $3 \times 2$ .

o. Encontrar la matriz E tal que  $A + 2B - 3C + E$  es la matriz cero de  $3 \times 2$ .

p. Encontrar una matriz E tal que  $A + 2B + 3E$  sea la matriz de  $3 \times 2$  cuyos elementos todos son uno.

6. Realizar los siguientes cálculos sabiendo que:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 7 & -6 & 0 \end{bmatrix} \text{ y } C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

- |             |                  |                   |
|-------------|------------------|-------------------|
| a. $A - 2B$ | c. $3B - 2A$     | f. $3A + 2B - 4C$ |
| b. $3A - C$ | d. $A + B + C$   | g. $C - A - B$    |
|             | e. $2A - B + 2C$ | h. $4C - 2B + 3A$ |
- i. Encontrar una matriz D tal que  $A + B + C + D$  es la matriz cero de  $3 \times 3$ .
- j. Encontrar una matriz E tal que  $3C - 2B + 8A - 4E$  es la matriz cero de  $3 \times 3$ .
- k. Encontrar una matriz D tal que  $A + B + C + D$  sea la matriz de  $3 \times 3$  cuyos elementos todos son uno.

l. Encontrar una matriz E tal que  $A + 2B - E - 3C$  sea la matriz de  $3 \times 3$  cuyos elementos todos son uno.

7. Realizar los siguientes cálculos:

a.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

b.  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

c.  $\begin{bmatrix} -5 & 6 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

d.  $\begin{bmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

e.  $\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 5 \end{bmatrix}$

f.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

g.  $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

h.  $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 1 & 0 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

i.  $\begin{bmatrix} 5 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

8. Sea  $A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 8 & -6 \end{bmatrix}$  encuentre un vector no nulo  $b = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  tal que,  $Ab = 6b$ .



9. Si  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  y  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ , encontrar las condiciones para a, b, c y d tal que  $AB = BA$ .

10. Dada la matriz  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 5 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Calcular el determinante de A.

11. Si  $A = \begin{bmatrix} 0 & x-1 & 1 \\ x & 1 & 1 \\ 0 & x+1 & 2 \end{bmatrix}$  y  $x \in \mathbb{R}$ , expresar el  $\det A$  en función de x.

12. Si existe, hallar el valor de  $k \in \mathbb{R}$  para que el  $\det$  de A sea cero.  $A = \begin{bmatrix} k & 1 & -1 \\ 0 & 2 & k \\ 4 & 0 & k \end{bmatrix}$

13. Resuelve las siguientes ecuaciones en la variable  $x \in \mathbb{R}$ :

a.  $\det \begin{bmatrix} 3x & -1 \\ x & 2x-3 \end{bmatrix} = \frac{3}{2}$

b.  $\det \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ x & -2 & 1 \end{bmatrix} = 2 \det \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & x \end{bmatrix} + 11 \det \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

c.  $3 \det \begin{bmatrix} x & 2 \\ 1 & x \end{bmatrix} + 2 \det \begin{bmatrix} x & x \\ x & 1 \end{bmatrix} - x = 0$

d.  $\det \begin{bmatrix} x & -2 \\ 7 & 7-x \end{bmatrix} = 26$

e.  $\det \begin{bmatrix} 3 & x & 2x \\ 0 & x & 99 \\ 0 & 0 & x-1 \end{bmatrix} = 60$

14. Considerar la matriz  $X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ , calcular el determinante de la matriz que se obtiene al resolver la expresión:  $X^2 - 2X + 3I$ .

15. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a.  $\begin{cases} x - 3y = 4 \\ -4x + 2y = 6 \end{cases}$

f.  $\begin{cases} 2x - 8y = 6 \\ -3x + 12y = -9 \end{cases}$

b.  $\begin{cases} 5x - 7y = 4 \\ -x + 2y = -3 \end{cases}$

g.  $\begin{cases} 6x + y = 3 \\ -4x - y = 8 \end{cases}$

c.  $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ 5x + 7y = 4 \end{cases}$

h.  $\begin{cases} 5x + y = 0 \\ 7x + 3y = 0 \end{cases}$

d.  $\begin{cases} 2x - 8y = 5 \\ -3x + 12y = 8 \end{cases}$

i.  $\begin{cases} 4x + 6y = 0 \\ 2x + 3y = 0 \end{cases}$

e.  $\begin{cases} 10x + 40y = 30 \\ -3x + 12y = -90 \end{cases}$

j.  $\begin{cases} x + y = 3 \\ -4x - 4y = 8 \end{cases}$



k. 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ ax - by = c \end{cases}$$

l. 
$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + ay = c \end{cases}$$

**16.** En un zoológico hay aves (de dos patas) y bestias (de cuatro patas). Si el zoológico contiene 60 cabezas y 200 patas, ¿cuántas aves y bestias viven en él?

**17.** La compañía Sunrise Porcelain fabrica tazas y platos de cerámica. Para cada taza o plato un trabajador mide una cantidad fija de material y la pone en la máquina que los forma, de donde pasa al vidriado y secado automático. En promedio, un trabajador necesita tres minutos para iniciar el proceso de una taza y dos minutos para el de un plato. El material para una taza cuesta \$25 y el material para un plato cuesta \$20. Si se asignan \$4400 diarios para la producción de tazas y platos, ¿cuántos deben fabricarse de cada uno en un día de trabajo de 8 horas, si un trabajador se encuentra trabajando cada minuto y se gastan exactamente \$4400 en materiales?

**18.** Contestar la pregunta del problema 17 si los materiales para una taza y un plato cuestan \$15 y \$10, respectivamente, y se gastan \$2400 en 8 horas de trabajo.

**19.** Contestar la pregunta del problema 17 si se gastan \$2500 en 8 horas de trabajo.

**20.** Una tienda de helados vende sólo helados con soda y malteadas. Se pone 1 onza de jarabe y 4 onzas de helado en un helado con soda, y 1 onza de jarabe y 3 onzas de helado en una malteada. Si la tienda usa 512 onzas de helado y 160 onzas de jarabe en un día, ¿cuántos helados con soda y cuántas malteadas vende?

**21.** Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 10 \end{cases}$$

e. 
$$\begin{cases} -2x_1 - 6x_2 - 3x_3 = 9 \\ -x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$$

b. 
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 + 6x_3 = 18 \\ 5x_1 + 8x_3 = 16 \\ 3x_1 + 2x_2 - 10x_3 = -3 \end{cases}$$

f. 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 7 \\ 4x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \end{cases}$$

c. 
$$\begin{cases} -x_1 + x_3 = 0 \\ x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 = -3 \end{cases}$$

g. 
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

d. 
$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 - 6x_3 = 9 \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 6 \\ -x_1 + 16x_2 - 14x_3 = -3 \end{cases}$$

h. 
$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ -3x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

**22.** Un departamento de pesca y caza del estado proporciona tres tipos de comida a un lago que alberga a tres especies de peces. Cada pez de la especie 1 consume cada semana un promedio de 1 unidad del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 2 unidades del alimento 3. Cada pez de la especie 2 consume cada semana un promedio de 3 unidades del alimento 1, 4 del 2 y 5 del 3. Para un pez de la especie 3, el promedio semanal de consumo es de 2 unidades del alimento 1, 1 unidad del alimento 2 y 5 unidades del 3. Cada semana se proporcionan al lago 25.000 unidades del alimento 1, 20.000 unidades del alimento 2 y 55.000 del 3. Si suponemos que los peces se comen todo el alimento ¿cuántos peces de cada especie pueden coexistir en el lago?



**23.** Del problema anterior suponer que cada semana se suministran al lago 15.000 unidades del primer alimento, 10.000 del segundo y 35.000 del tercero. Considerando que todo alimento se consume, ¿qué población de las tres especies puede coexistir en el lago? ¿Existe una solución única?

**24.** Un viajero que acaba de regresar de Europa gastó \$30 diarios en Inglaterra, \$20 diarios en Francia y \$20 diarios en España por concepto de hospedaje. En comida gastó \$20 diarios en Inglaterra, \$30 diarios en Francia y \$20 diarios en España. Sus gastos adicionales fueron de \$10 diarios en cada país. Los registros del viajero indican que gastó un total de \$340 en hospedaje, \$320 en comida y \$140 en gastos adicionales durante su viaje por estos tres países. Calcule el número de días que pasó el viajero en cada país o muestre que los registros son incorrectos debido a que las cantidades gastadas no son compatibles una con la otra.

**25.** Una inversionista le afirma a su corredor de bolsa que todas sus acciones pertenecen a tres compañías: Delta Airlines, Hilton Hotels y McDonald's, y que hace dos días su valor bajó \$350 pero que ayer aumentó \$600. El corredor recuerda que hace dos días el precio de las acciones de Delta Airlines bajó \$1 por cada una, mientras que las de Hilton Hotels bajaron \$1.50, pero que el precio de las acciones de McDonald's subió \$0.50. También recuerda que ayer el precio de las acciones de Delta subió \$1.50 por acción, el de las de Hilton Hotels bajó otros \$0.50 por acción y las de McDonald's subieron \$1. Demuestre que el corredor no cuenta con la información suficiente para calcular el número de acciones que posee la inversionista en cada compañía, pero que si ella dice tener 200 acciones de McDonald's, el corredor pueda calcular el número de acciones que posee en Delta y en Hilton.

**26.** Un agente secreto sabe que 60 equipos aéreos, que consisten en aviones de combate y bombarderos, se encuentran estacionados en cierto campo aéreo secreto. El agente quiere determinar cuántos de los 60 equipos son aviones de combate y cuántos son bombarderos. Existe, además, un tipo de cohete que llevan ambos aviones; el de combate lleva 6 de ellos y el bombardero sólo 2. El agente averigua que se requieren 250 cohetes para armar a todos los aviones del campo aéreo. Aún más, escucha que se tiene el doble de aviones de combate que de bombarderos en la base. Calcule el número de aviones de combate y bombarderos presentes en el campo aéreo o muestre que la información del agente es incorrecta debido a su inconsistencia.

**27.** Una embotelladora de refrescos desea cotizar la publicidad de sus productos en televisión, radio y revista, se tienen tres propuestas del plan de medios de acuerdo con el presupuesto asignado acerca de la cantidad de anuncios por medio en el transcurso de un mes. En el primer presupuesto cada anuncio en televisión tiene un coste de \$250.000, en radio \$5.000 y en revista \$30.000. En el segundo presupuesto \$310.000, \$4.000 y \$15.000 y en el último presupuesto \$560.000, \$10.000 y \$35.000. Los totales por presupuesto son los siguientes: \$1.650.000, \$1.780.000 y \$3.350.000. Determine la cantidad de anuncios cotizados por cada medio.

**28.** Considere el sistema

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 = a \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 = b \\ -5x_1 - 5x_2 - x_3 = c \end{cases}$$

Muestre que es incompatible si  $c \neq 2a - 3b$ .