

CIRCUITOS MAGNETICOS

- En Corriente Alterna

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos \omega t$$



$$i(t)$$



$$\Phi(t)$$



$$fem$$

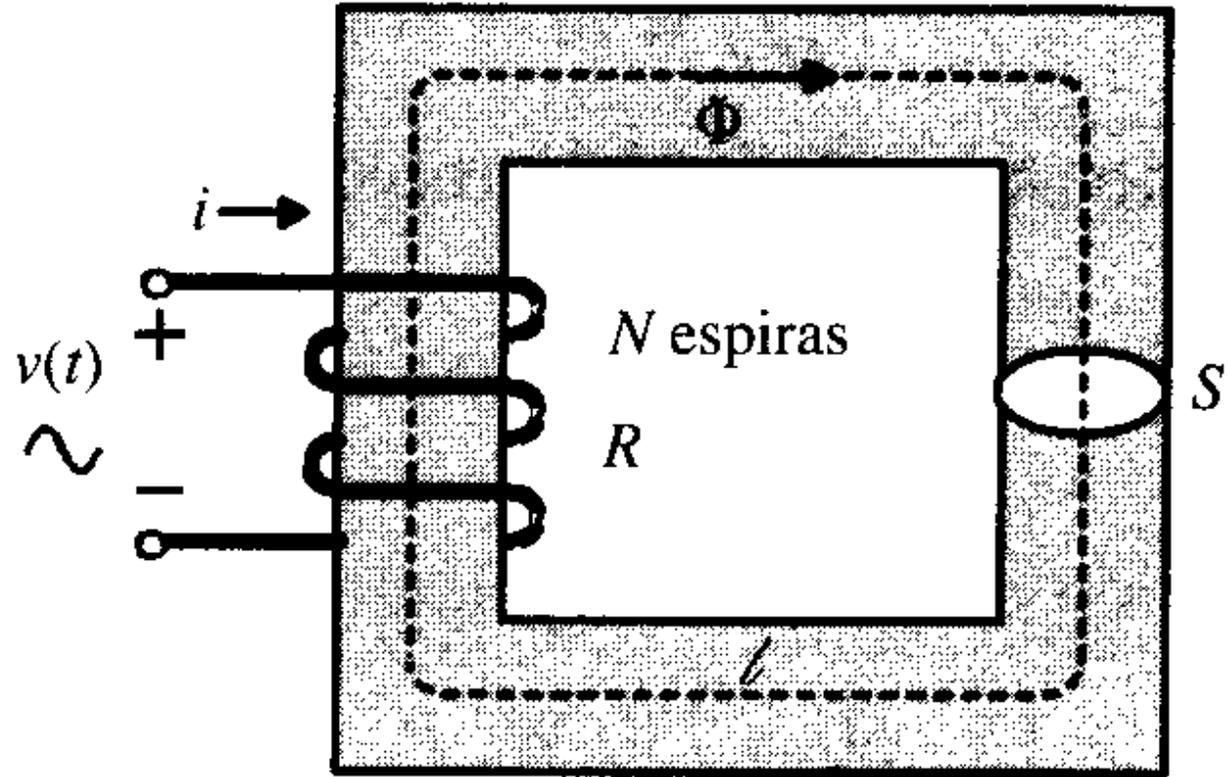


Aplicando la Ley de Kirchhoff

$$v = Ri + N \frac{d\Phi}{dt}$$



$$v = N \frac{d\Phi}{dt}$$



La constante de integración es nula
Siempre que se considere que no hay
magnetismo remanente en el
núcleo.

$$\Phi_{(t)} = \frac{1}{N} \int v dt = \frac{\sqrt{2}}{N\omega} V \text{sen } \omega t \quad 1$$

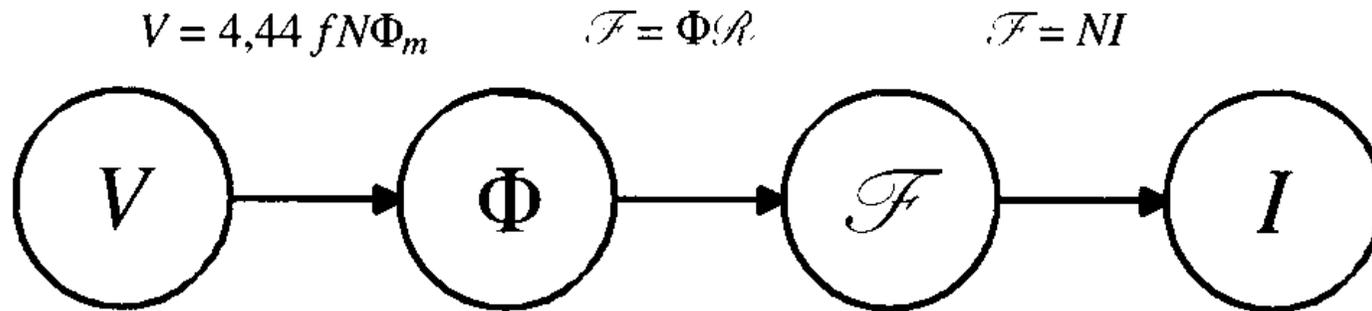
$$\Phi_{(t)} = \Phi_m \text{sen } \omega t = \Phi_m \text{cos}(\omega t - 90^\circ)$$

$$v(t) = \sqrt{2} V \text{cos } \omega t$$

$$\Phi_m = \frac{\sqrt{2}}{N\omega} V \quad \text{Despejando} \rightarrow V$$

$$V = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N\Phi_m \quad \rightarrow \quad V = 4,44 f N\Phi_m$$

- La tensión aplicada es el valor eficaz y el flujo es el máximo.
- El flujo se retrasa 90° respecto de la tensión en la bobina.
- El valor del flujo queda definido por el valor de tensión aplicada y de su frecuencia, pero es absolutamente independiente de la naturaleza y características de o los materiales que está fabricado el núcleo.



Sucesión de efectos para la bobina alimentada con C.A.

*Si se aumentara la \mathcal{R} , del circuito magnético, por ejemplo agregando un entrehierro, la intensidad de corriente absorbida por la bobina cambia, **aumenta**, lo hace para poder mantener el flujo Φ constante, ya que este depende del valor de la tensión de alimentación.*

CIRCUITOS MAGNETICOS

Circuito eléctrico equivalente de una bobina con núcleo de hierro alimentada con c.a.

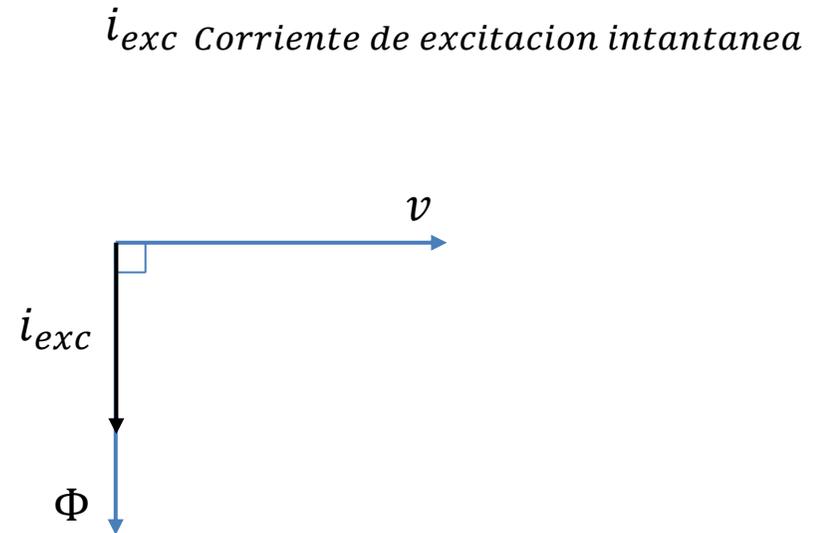
- Se considerara que es circuito magnético es lineal, o sea, que la permeabilidad es cte.
- Que el núcleo no tenga pérdidas
- Que el núcleo tenga pérdidas.

• Núcleo sin pérdidas

Si la potencia activa consumida por la bobina es nula, esto hace de considerar que la resistencia de la bobina es despreciable.

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}_{mm}}{\mathcal{R}} = \frac{N \cdot i_{exc}}{\frac{l_m}{\mu \cdot S}} = \mu \cdot \frac{N \cdot i_{exc}}{l_m} \cdot S$$

$$v = N \frac{d\Phi}{dt} \quad v = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di_{exc}}{dt}$$



$$v = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di_{exc}}{dt}$$

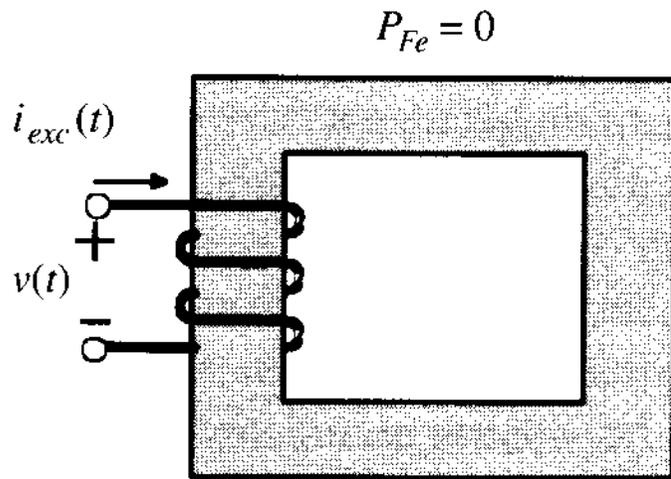
$$v = L \frac{di_{exc}}{dt}$$

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

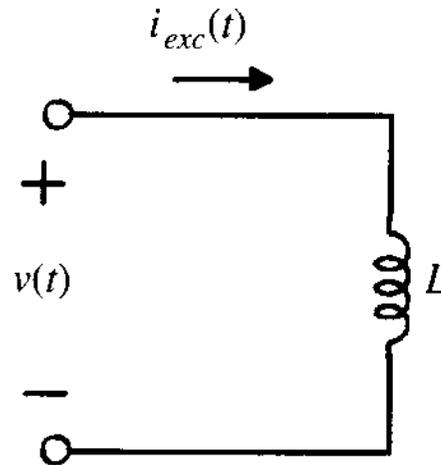
Bobina con núcleo de hierro.

Circuito equivalente
Representado por una bobina de valor L

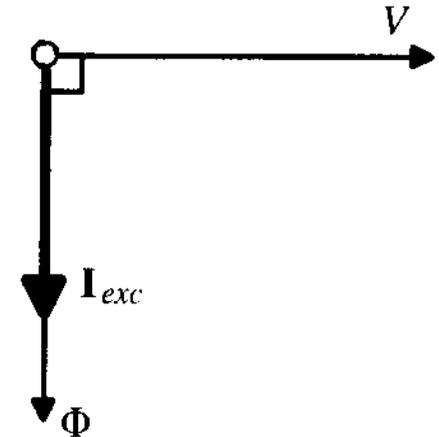
Al no existir pérdidas la i_{exc} está en fase con el Φ



a)



b)



c)

Figura 1.23. Circuito equivalente de una bobina con núcleo de hierro sin pérdidas.

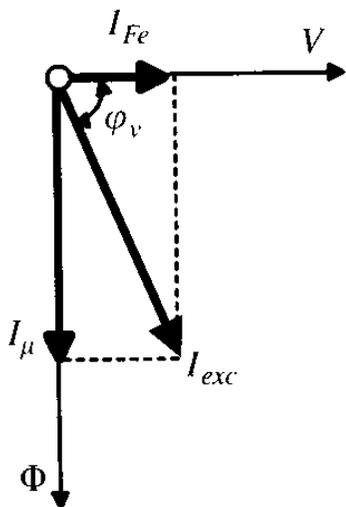
- **Núcleo con pérdidas**

En el caso que el núcleo tenga pérdidas en el hierro, la potencia activa absorbida de la red debe vencer estas pérdidas, por lo tanto el ángulo formado entre la corriente de excitación y la tensión ya no va a ser de 90 grados.

Perdidas en el hierro

$$P_{Fe} = V I_{exc} \cos \varphi_v$$

Diagrama vectorial



$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}}$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}}$$

I_{exc} → I_{Fe} → Corriente de pérdida en el núcleo
 → I_{μ} → Corriente magnetizante

$$I_{Fe} = I_{exc} \cos \varphi_v$$

$$I_{exc} = I_{Fe} + I_{\mu}$$

$$I_{\mu} = V I_{exc} \sin \varphi_v$$

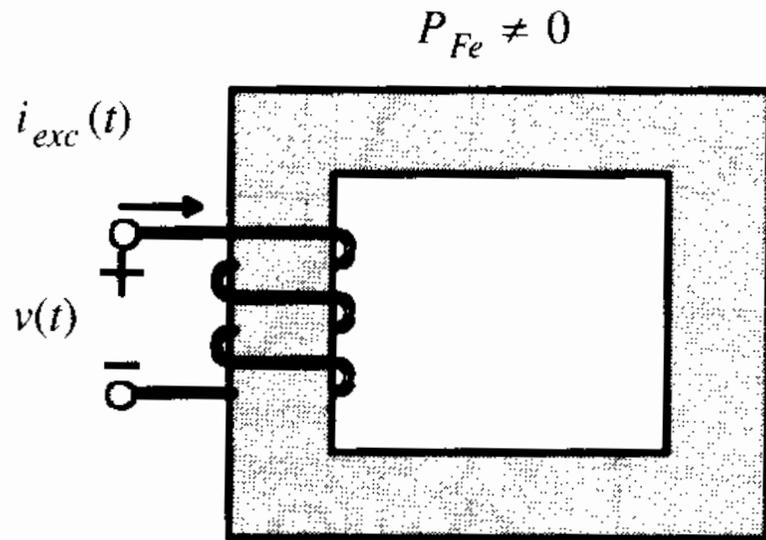
R_{Fe} → se la denomina resistencia de pérdida en el hierro

X_{μ} → se la denomina reactancia magnetizante

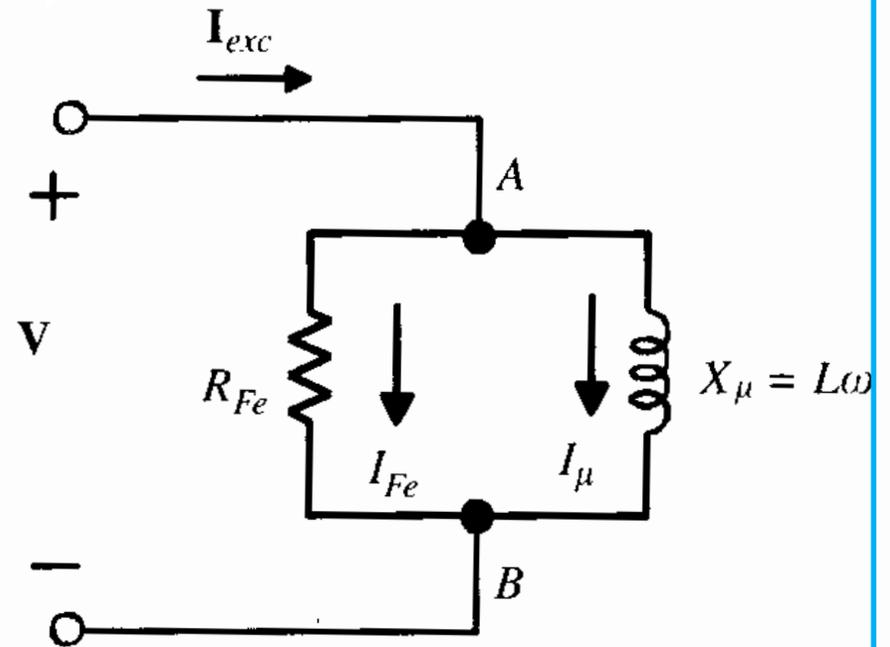
I_{μ} → representa la corriente necesaria para magnetizar el núcleo, también en el caso sin pérdidas.

$$R_{Fe}^2 I_{Fe}^2 \rightarrow \text{Representan las pérdidas en el núcleo}$$

Bobina con núcleo de hierro.



Circuito equivalente



Corriente de excitación en una bobina con núcleo de hierro.

Hasta ahora hemos visto la determinación de la corriente de excitación, habiendo analizado en el caso de que el circuito magnético ***es lineal***, de ***permeabilidad constante***. En este contexto se determinaron ecuaciones que relacionan la tensión y la corriente o el flujo y la corriente.

Esto implica que si la excitación es *senoidal* también lo son las formas de ondas de la *flujo* y *la corriente*.

En la práctica, la curva de imanación de un material es ***no lineal***, por lo tanto la forma de onda de la curva de corriente de excitación deja de ser senoidal, por lo que hay que recurrir a técnicas gráficas para su determinación al ser imposible usar técnicas analíticas.

Las máquinas eléctricas se diseñan para trabajar en la zona del “***codo***” de la curva de magnetización.

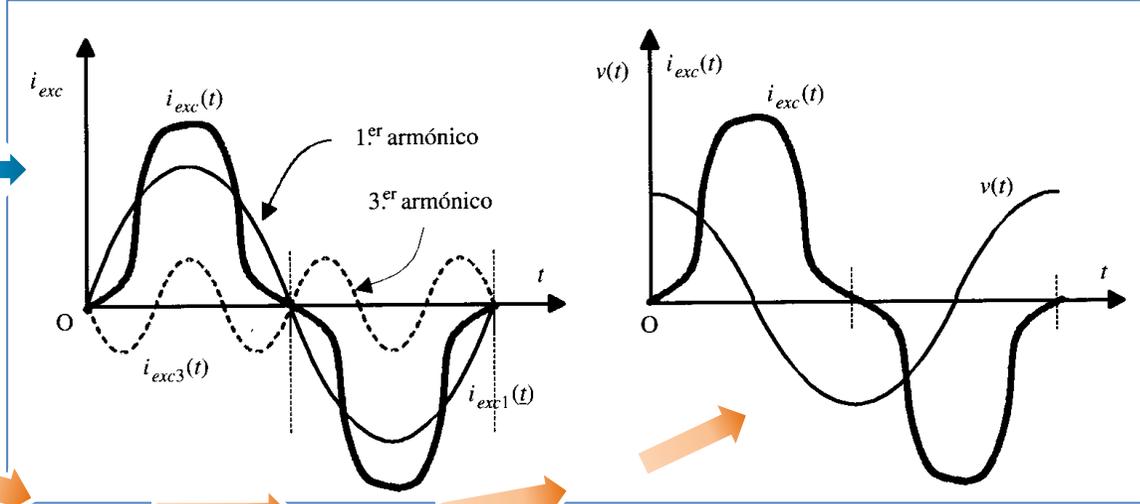
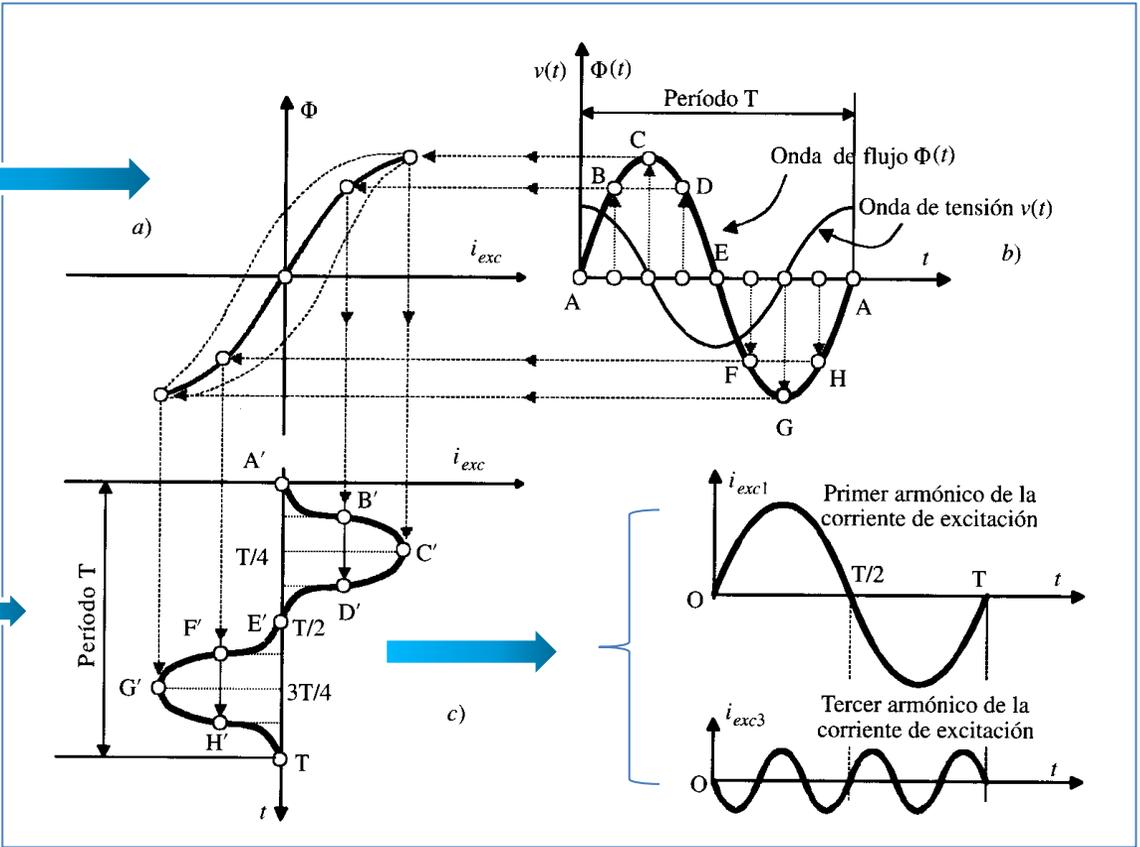
• Núcleo sin pérdidas

La relación entre el Flujo y la corriente de excitación se Obtienen Gráficamente.

Forma de onda no senoidal de la corriente de excitación que desarrollando por series de Fourier, se demuestra que aparecen armónicos 1, 3, 5

Forma de onda no senoidal de la corriente de excitación en vacío, determinada sumando los armónicos 1, 3.

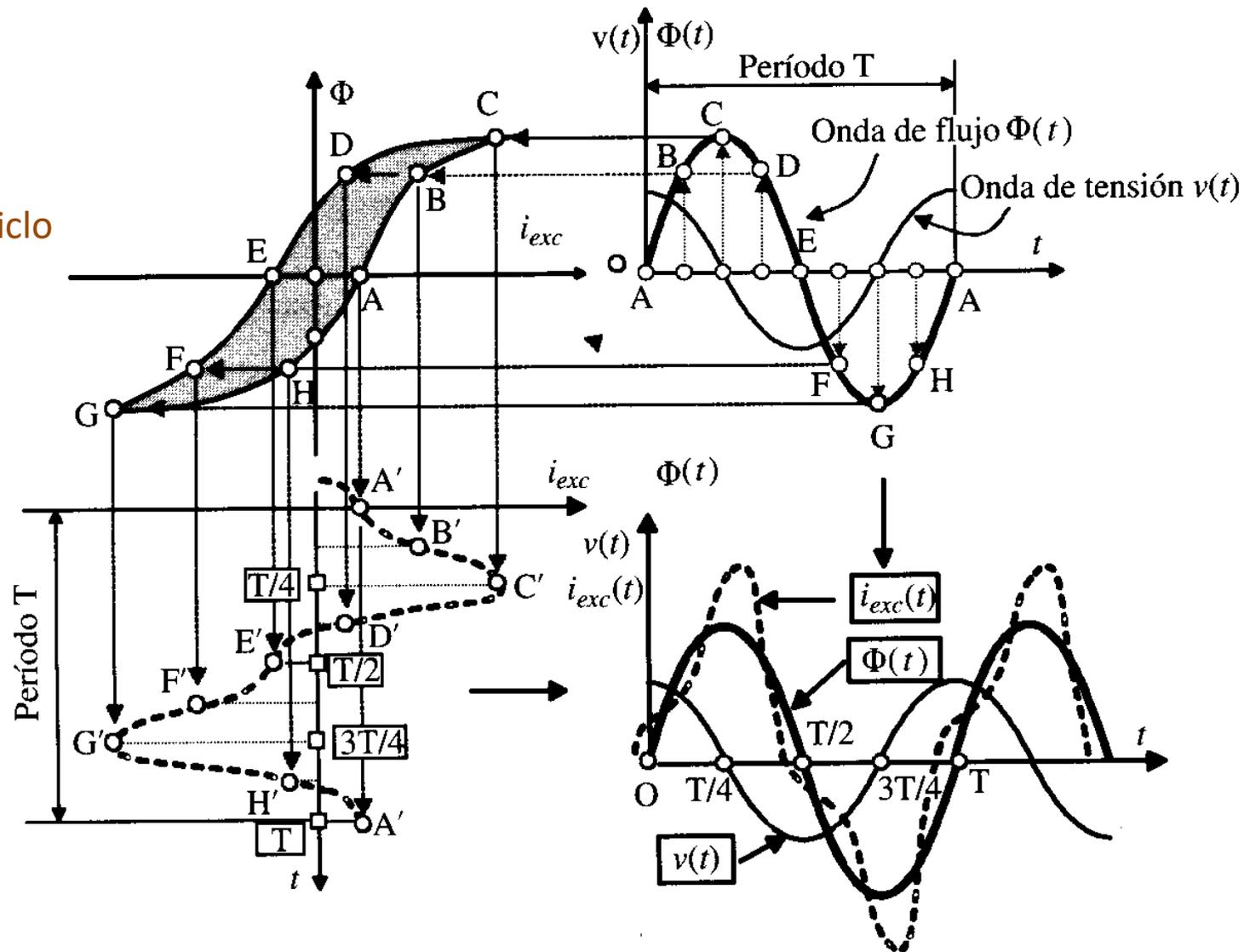
La Corriente de excitación atrasa 90 grados.



• Núcleo con pérdidas

Se consideran las pérdidas en el núcleo, únicamente Pérdidas por histéresis. El ciclo Se ve ensanchado.

Si se agregarían las Pérdidas por corrientes De Foucault, el ciclo de Histéresis se ensancharía Aun más.

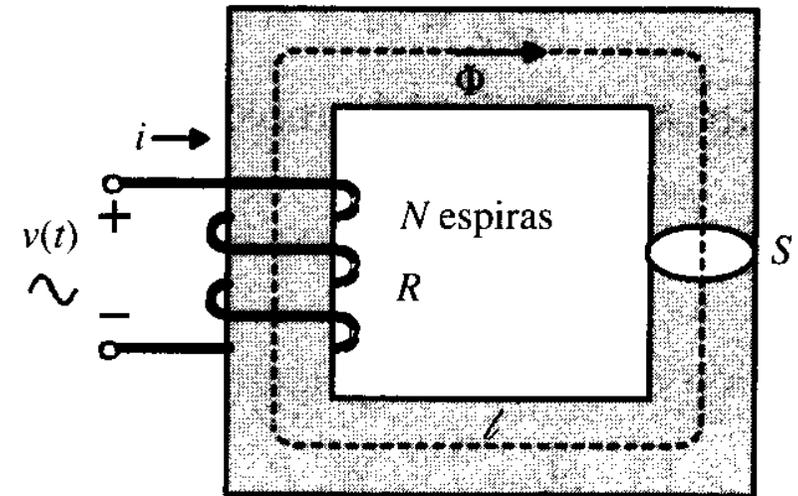


La corriente de excitación esté representada por una onda senoidal equivalente, a la que le corresponde un valor eficaz igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores eficaces de la corriente fundamental y sus armónicos.

Ejemplo

Considerar el núcleo magnético de la Figura 1.19, donde la longitud de la trayectoria magnética media es de 50 cm y la sección del núcleo es de 10 cm^2 . El número de espiras es 300 y la tensión eficaz aplicada es $150/\sqrt{2}$ voltios. La resistencia de la bobina se supone despreciable y la curva de magnetización del material responde a la expresión:

$$B = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H}{1 + 10^{-2} H} \quad B: \text{ Teslas}; \quad H: \text{ A.v/m}$$



Calcular: a) Las corrientes I_{Fe} , I_{μ} e I_{exc} y el ángulo de desfase φ_v . b) Parámetros R_{Fe} y X_{μ} del circuito equivalente de la bobina. Datos: La frecuencia de la tensión es de 50 Hz y las pérdidas en el hierro con la tensión aplicada son de 20 W.

a)

$$\Phi_m = \frac{V}{4,44 fN} = \frac{150/\sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 300} = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N\Phi_m$$

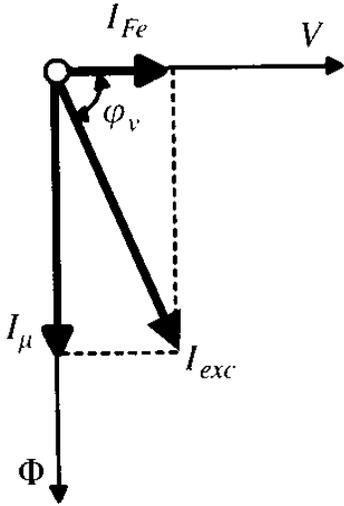
$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{1,59 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,59 \text{ Teslas} \quad B = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H}{1 + 10^{-2} H} \quad B: \text{ Teslas}; \quad H: \text{ A.v/m}$$

$$B_m = 1,59 = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H_m}{1 + 10^{-2} H_m} \Rightarrow H_m = 757 \text{ A.v/m}$$

Suponiendo» que la curva de H_m fuera sinusoidal, el valor eficaz de H sería:

$$H = \frac{H_m}{\sqrt{2}} = \frac{757}{2} = 535,28 \text{ A.v/m} \quad \text{y como } H = NI_\mu/\ell, \text{ quedaría: } I_\mu = \frac{H\ell}{N} = \frac{535,28 \cdot 0,5}{300} = 0,9 \text{ A}$$

Las pérdidas en el hierro son 20 W $\Rightarrow 20 = \frac{150}{\sqrt{2}} \cdot I_{exc} \cos \varphi_v = \frac{150}{\sqrt{2}} I_{Fe} \Rightarrow I_{Fe} = 0,19 \text{ A}$



$$I_{exc} = \sqrt{I_{Fe}^2 + I_{\mu}^2} = \sqrt{0,19^2 + 0,9^2} = 0,92 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_v = \frac{I_{Fe}}{I_{\mu}} = \frac{0,19}{0,92} = 0,21 \Rightarrow \varphi_v = 78,08^{\circ}$$

b)

$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}} \Rightarrow$$

$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}} = \frac{150/\sqrt{2}}{0,19} = 558,24 \Omega$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}} \Rightarrow$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}} = \frac{150/\sqrt{2}}{0,9} = 117,85 \Omega$$

- Ley de Faraday - Lenz

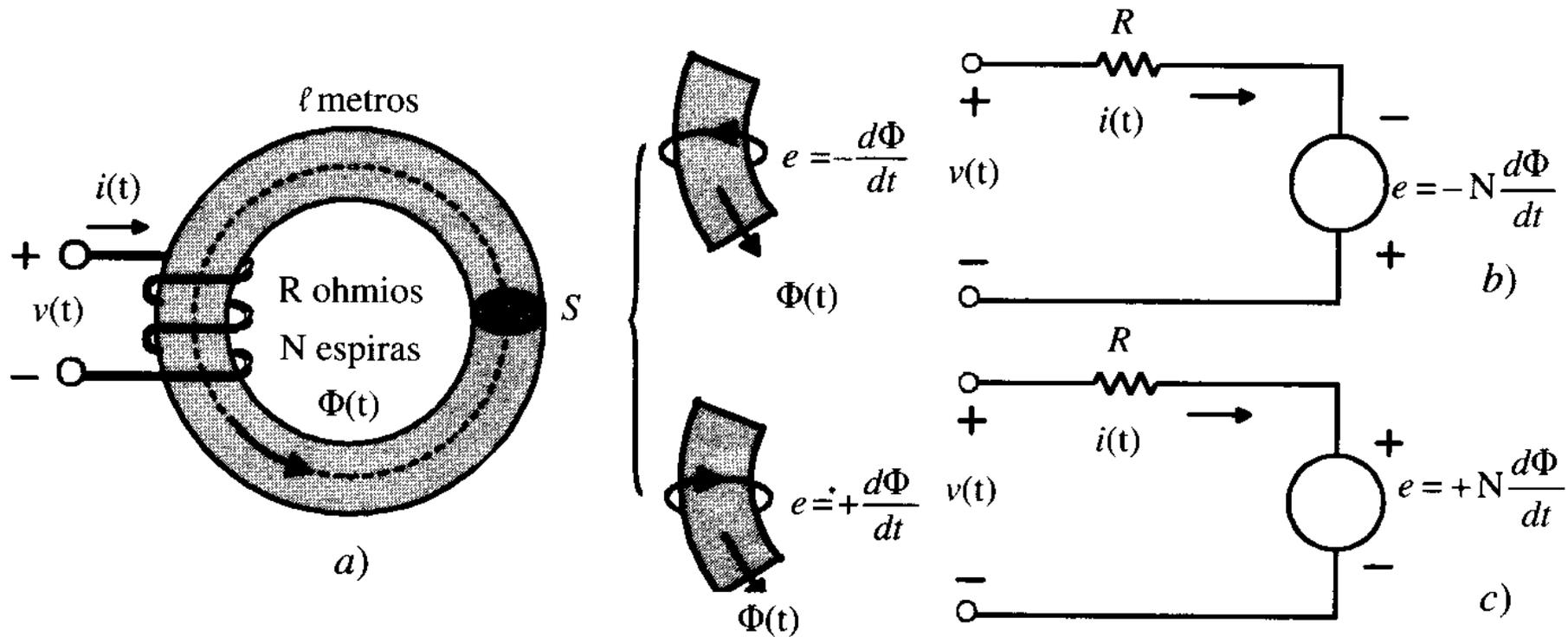


Figura 1.14. F.e.m. y f.c.e.m. inducida en una bobina con núcleo de hierro.

- **Aplicando Kirchhoff**

Tanto v , i , como Φ , dependen del tiempo.

Multiplicando ambos miembros por: $i \cdot d_t$

$$v = Ri + N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$vi \cdot d_t = Ri^2 + Ni d\Phi$$

$$dW_e = dW_R + dW_m$$

Podemos escribir como

dW_e diferencial de energía eléctrica que entra al circuito

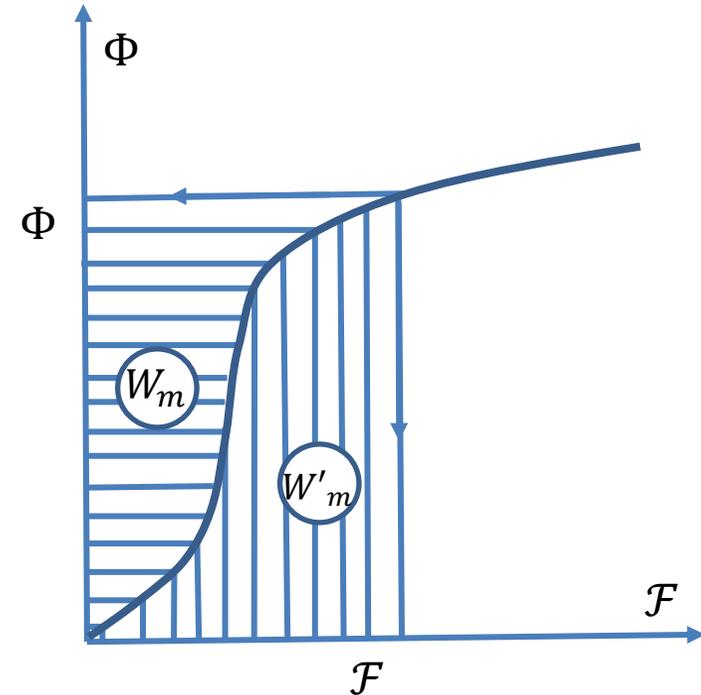
dW_R diferencial de energía eléctrica que consume la R de la bobina

dW_m diferencial de energía magnética (para producir el campo magnético)

$$dW_m = Ni d\Phi = \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi$$

$$W_m = \int_0^\Phi \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi$$

Partimos de un valor inicial para, $t = 0$, donde el flujo y la corriente son cero, Hasta un valor final de Φ , y de i .
La **energía Magnética** almacenada por el núcleo es la que se ve rayada horizontalmente.



$$W'_m = \int_0^{\mathcal{F}} \Phi \cdot d\mathcal{F}_{mm}$$

La **Coenergía**, no tiene un significado físico directo, es el área que se ve rayada verticalmente.
Es de gran utilidad para el calculo de la fuerza en los dispositivos electromagnéticos.

$$W_m = \int_0^{\Phi} \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi = \int_0^B H \cdot l \cdot dB \cdot S = Vol \int_0^B H \cdot dB$$

$$\Phi = B \cdot S \quad \rightarrow \quad d\Phi = dB \cdot S$$

$$W_m = Vol \int_0^B H dB$$

Densidad de energía magnética
por densidad de volumen

$$\mathcal{F}_{mm} = H \cdot l \quad \rightarrow \quad d\mathcal{F}_{mm} = dH \cdot l$$

$$W'_m = \int_0^{\mathcal{F}} \Phi \cdot d\mathcal{F}_{mm} = \int_0^H BS l dH = Vol \int_0^H BdH$$

$$W'_m = Vol \int_0^H BdH$$

Densidad de Coenergía magnética
por densidad de volumen

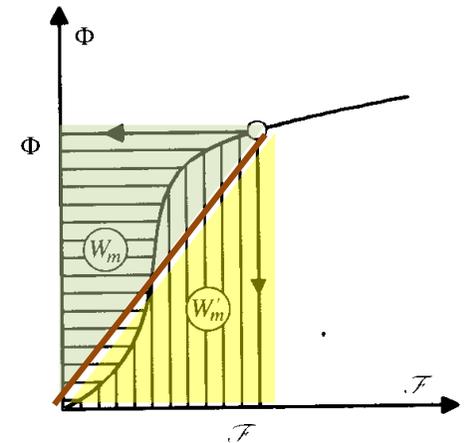
Si la curva de imanación del material es una recta entonces coincide el valor de la energía magnética y la Coenergía magnética, podemos Escribir lo siguiente.

$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} \mathcal{F} \cdot \Phi = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \cdot \Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}^2}{\mathfrak{R}}$$

$$L = N \frac{\Phi}{i}$$

$$L = N^2 \frac{\Phi}{Ni} = N^2 \frac{\Phi}{\mathcal{F}} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

$$\mathcal{F}_{mm} = \Phi \cdot \mathfrak{R}$$



$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} L \cdot \frac{\mathcal{F}^2}{N^2} = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

$$W_m = W'_m = \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2$$

Para la densidad de energía y Coenergía magnética tenemos

Temas para lectura:

- *Conversión de energía en sistemas magnéticos con movimiento de traslación. Electroimanes.*

Bibliografía consultada:

Maquinas Eléctricas, Jesús fraile Mora, Quinta edición