

**PROBLEMAS DE TRNSMISIÓN DE CALOR****Ejemplo 1. Pérdida de calor a través de una pared plana**

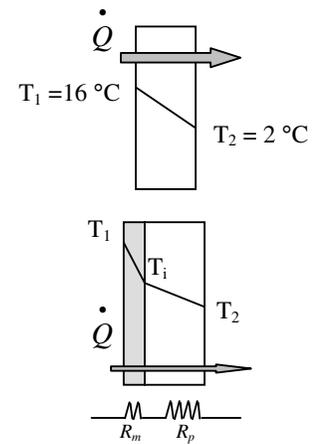
Considere una pared gruesa de 3 m de alto, 5 m de ancho y 0.30 m de espesor, cuya conductividad térmica es $k_{pared} = 0.90 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. Cierta día se miden las temperaturas de las superficies interior y exterior de esa pared y resultan ser de 16 °C y 2 °C, respectivamente.

Determine:

- La velocidad de pérdida de calor a través de la pared en ese día.
- Idem a), si la pared interna tuviera un aislamiento de madera de 0.02 m de espesor, con iguales temperaturas de las caras expuestas ($k_{madera} = 0.08 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$).
- La temperatura entre ambos materiales.

$$a) \dot{Q}_a = -kA \frac{T_2 - T_1}{L} = (0.9 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C})(15 \text{ m}^2) \frac{(16 - 2)^\circ\text{C}}{0.3 \text{ m}} = 630 \text{ W}$$

$$b) \dot{Q}_b = \frac{\Delta T}{\Sigma R_i} = \frac{(T_1 - T_2)}{(L_m/k_m A) + (L_p/k_p A)} = 360 \text{ W}$$



Observar que con un aislamiento de poco espesor, el flujo de calor se redujo aprox. a la mitad.

$$c) \dot{Q}_b = -k_m A \frac{T_i - T_1}{L_m} \quad \rightarrow \quad T_i = 6 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Ejemplo 2. Pérdida de calor a través de una ventana de una sola hoja

Considere una ventana de vidrio de 0.80 m de alto y 1.50 m de ancho, con un espesor de 8 mm y una conductividad térmica de $k = 0.78 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$. Determine la velocidad de transferencia de calor a través de esta ventana de vidrio y la temperatura de su superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a 20 °C, en tanto que la temperatura del exterior es de -10 °C.

Tome coeficientes de transferencia de calor por convección de las superficies interior y exterior de la ventana como $h_1 = 10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ y $h_2 = 40 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$.

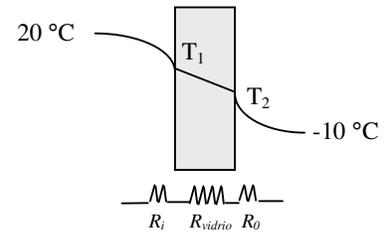
Hipótesis: la transferencia de calor a través de la ventana es estacionaria, dado que las temperaturas superficiales permanecen constantes.

Usando el concepto de resistencias térmicas, tenemos

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.08333^\circ\text{C/W}$$

$$R_{\text{vidrio}} = \frac{L}{kA} = \frac{0.008m}{(0.78W/m \cdot ^\circ C)(1.2m^2)} = 0.00855^\circ C/W$$

$$R_0 = R_{\text{conv},2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40W/m^2 \cdot ^\circ C)(1.2m^2)} = 0.02083^\circ C/W$$



Por lo tanto, la velocidad de transferencia de calor a través de la ventana es

$$\dot{Q} = \frac{T_{1,\text{aire}} - T_{2,\text{aire}}}{R_{\text{total}}} = \frac{[20 - (-10)]^\circ C}{0.1127^\circ C/W} = 266W$$

Si se conoce la rapidez de la transferencia de calor, se puede determinar la temperatura de la superficie interior a partir de

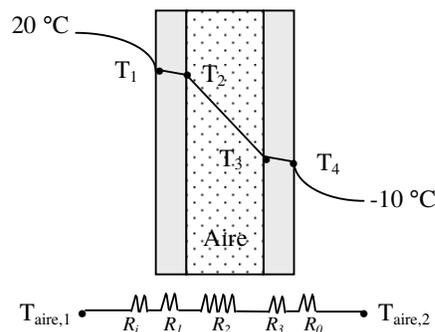
$$\dot{Q} = \frac{T_{1,\text{aire}} - T_1}{R_{\text{conv},1}} \quad \rightarrow \quad T_1 = -2.2^\circ C$$

Note que la temperatura de la superficie interior de la ventana de vidrio estará a $-2.2^\circ C$, aun cuando la temperatura del aire en el cuarto se mantenga a $20^\circ C$. Temperaturas superficiales así de bajas son del todo indeseables ya que causarían que se empañen las superficies interiores del vidrio cuando la humedad del cuarto sea alta.

Ejemplo 3. Pérdida de calor a través de una ventana de doble hoja

Considere una ventana de hoja doble de $0.80 m$ de alto, y de $1.50 m$ de ancho que consta de dos capas de vidrio de $4 mm$ de espesor ($k = 0.78 W/m \cdot ^\circ C$) separadas por un espacio de aire estancado de $10 mm$ de ancho ($k = 0.026 W/m \cdot ^\circ C$). Determine la velocidad de transferencia de calor a través de la ventana de hoja doble y la temperatura en la superficie interior para un día durante el cual el cuarto se mantiene a $20^\circ C$, en tanto que la temperatura del exterior es $-10^\circ C$.

Tome coeficientes de transferencia de calor por convección en las superficies interior y exterior como $h_1 = 10 W/m^2 \cdot ^\circ C$ y $h_2 = 40 W/m^2 \cdot ^\circ C$, respectivamente.



$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(10 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.08333 \text{ °C/W}$$

$$R_1 = R_3 = R_{vidrio} = \frac{L_1}{k_1 A} = \frac{0.004 \text{ m}}{(0.78 \text{ W/m} \cdot \text{°C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.00427 \text{ °C/W}$$

$$R_2 = R_{aire} = \frac{L_2}{k_2 A} = \frac{0.01 \text{ m}}{(0.026 \text{ W/m} \cdot \text{°C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.3205 \text{ °C/W}$$

$$R_0 = R_{conv,2} = \frac{1}{h_2 A} = \frac{1}{(40 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C})(1.2 \text{ m}^2)} = 0.02083 \text{ °C/W}$$

Por lo tanto, la transferencia de calor a través de la ventana será

$$\dot{Q} = \frac{T_{1,aire} - T_{2,aire}}{R_{total}} = \frac{[20 - (-10)] \text{ °C}}{0.4332 \text{ °C/W}} = 69.2 \text{ W}$$

la cual es alrededor de la cuarta parte del resultado obtenido en el ejemplo anterior. Observar que la drástica reducción en la velocidad de la transferencia de calor se debe a la gran resistencia térmica de la capa de aire entre los vidrios.

En este caso, la temperatura de la superficie interior de la ventana será

$$T_1 = T_{1,aire} - \dot{Q} R_{conv,1} = 20 \text{ °C} - (69.2 \text{ W})(0.08333 \text{ °C/W}) = 14.2 \text{ °C}$$

la cuál es considerablemente más alta que los -2.2 °C obtenidos en el ejemplo anterior. Por lo tanto, una ventana de doble hoja rara vez se empaña. Además, reducirá la ganancia de calor en verano y, en consecuencia, reduce los costos del acondicionamiento del aire.

Ejemplo 4. Pérdida de calor a través de un tubo aislado de vapor de agua

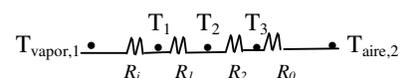
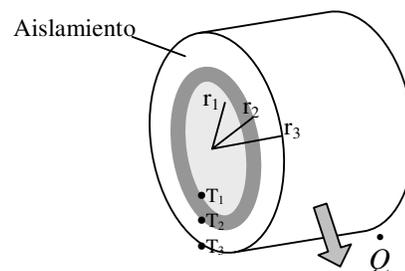
En un tubo de hierro fundido ($k = 80 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$), cuyos diámetros interior y exterior son $D_1 = 5 \text{ cm}$ y $D_2 = 5.5 \text{ cm}$, respectivamente, fluye vapor de agua a $T_{vapor,1} = 320 \text{ °C}$. El tubo está cubierto con un aislamiento de fibra de vidrio de 3 cm de espesor, con $k = 0.05 \text{ W/m} \cdot \text{°C}$. Se pierde calor hacia los alrededores que están a $T_{aire,2} = 5 \text{ °C}$, con un coeficiente $h_2 = 18 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$. Si el coeficiente por convección dentro del tubo es $h_1 = 60 \text{ W/m}^2 \cdot \text{°C}$, determine:

- La velocidad de pérdida de calor por unidad de longitud del tubo.
- Caída de temperatura a través del casco.
- Caída de temperatura a través del aislamiento.

Si $L = 1 \text{ m}$, las áreas de las superficies expuestas a la convección son

$$A_1 = 2\pi r_1 L = 2\pi(0.0025 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.157 \text{ m}^2$$

$$A_2 = 2\pi r_3 L = 2\pi(0.00575 \text{ m})(1 \text{ m}) = 0.361 \text{ m}^2$$



$$R_1 = R_{conv.,1} = \frac{1}{h_1 A} = \frac{1}{(60W/m^2 \cdot ^\circ C)(0.157m^2)} = 0.106^\circ C/W$$

$$R_1 = R_{tubo} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k_1 L} = \frac{\ln(2.75/2.5)}{2\pi(80W/m \cdot ^\circ C)(1m)} = 0.0002^\circ C/W$$

$$R_2 = R_{aisl} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi k_2 L} = \frac{\ln(5.75/2.75)}{2\pi(0.05W/m \cdot ^\circ C)(1m)} = 2.35^\circ C/W$$

$$R_0 = R_{conv.,2} = \frac{1}{h_2 A_3} = \frac{1}{(18W/m^2 \cdot ^\circ C)(0.361m^2)} = 0.154^\circ C/W$$

Por lo tanto, la velocidad de pérdida de calor del vapor será

$$\dot{Q} = \frac{T_{1,vapor} - T_{2,aire}}{R_{total}} = \frac{(320 - 5)^\circ C}{2.61^\circ/W} = 121W \quad (\text{por metro de longitud de tubo}).$$

La caída de temperatura a través del tubo y del aislamiento será

$$\Delta T_{tubo} = \dot{Q} R_{tubo} = (121W)(0.0002^\circ C/W) = 0.02^\circ C$$

$$\Delta T_{aislamiento} = \dot{Q} R_{aislamiento} = (121W)(2.35^\circ C/W) = 284^\circ C$$

Note que la resistencia térmica del tubo es demasiado pequeña con relación a las otras resistencias y se puede despreciar sin causar algún error significativo. Además, note que la caída de temperatura a través del tubo es prácticamente cero, y por lo tanto se puede suponer que el tubo es isotérmico. La resistencia al flujo de calor en los tubos aislados se debe principalmente al aislamiento.

Ejemplo 5. Transferencia de calor en un recipiente esférico

El O_2 líquido se almacena con frecuencia en recipientes esféricos debido a que la relación entre superficie externa y volumen es mínimo para una esfera. Calcular la transferencia de calor por conducción en un recipiente de 5 *pie* de diámetro, aislado con una capa de 1 *pie* de espesor de sílice. Su temperatura sobre la superficie interna es de $-290^\circ F$ y sobre la externa de $50^\circ F$.

$$k = 0.022 \text{ BTU/h.pie } ^\circ F.$$

$$\dot{Q} = -kA \frac{dT}{dx} = -k4\pi r^2 \frac{dT}{dr}$$

que integrado da

$$\dot{Q} = \frac{4\pi r_2 k (T_1 - T_2)}{(r_2 - r_1)} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{esf}} = \frac{(T_1 - T_2)}{[(r_2 - r_1)/4\pi r_2 k]} = -820 \text{ BTU/h}$$

El signo negativo nos indica que el flujo de calor se realiza desde afuera hacia adentro del recipiente.

Ejemplo 6. Intercambiadores – Diferencia de temperatura media logarítmica

Un intercambiador de calor recibe gas caliente ($c_p = 0.27 \text{ BTU/lb } ^\circ\text{R}$) y agua en una relación $1.5 \text{ lbgas/lb agua}$. El gas entra a $850 \text{ }^\circ\text{F}$ y parte a $355 \text{ }^\circ\text{F}$. El agua entra a $120 \text{ }^\circ\text{F}$. Halle la temperatura de salida del agua y el ΔT_{ml} para:

- flujo contracorriente,
- flujo paralelo.

Asumir que no hay pérdidas de energía hacia el exterior.

Como la energía que pierde el gas caliente es absorbida por el agua fría:

$$\dot{Q}_{gas} = -\dot{Q}_{agua}$$

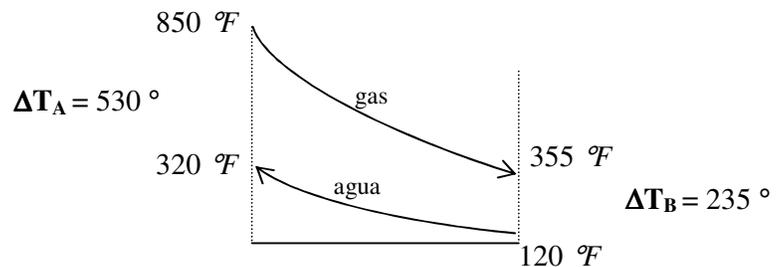
$$\dot{m}_{gas} c_{p\ gas} \Delta T_{gas} = -\dot{m}_{agua} c_{p\ agua} \Delta T_{agua}$$

$$1(T_2 - 120) = 1.5 \times 0.27(850 - 355) \quad \Rightarrow \quad T_2 = 320 \text{ }^\circ\text{F}$$

Por lo tanto, como $\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_A - \Delta T_B}{\ln(\Delta T_A / \Delta T_B)}$

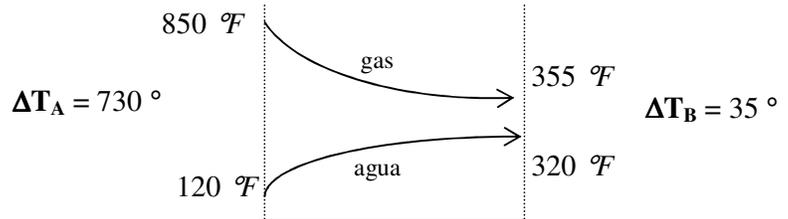
- Flujo contracorriente

$$\Delta T_{ml} = \frac{530 - 235}{\ln(530/235)} = 363^\circ\text{F}$$



- Flujo paralelo

$$\Delta T_{ml} = \frac{730 - 35}{\ln(730/35)} = 229^\circ\text{F}$$



Para temperaturas de entrada y de salida específicas, la diferencia de temperatura media logarítmica para un intercambiador de calor a *contraflujo* siempre es *mayor* que la correspondiente a la de flujo paralelo. Por ende, se necesita un área superficial más pequeña (y por consiguiente, un intercambiador más pequeño) para lograr una velocidad específica de la transferencia de calor en un intercambiador de este tipo. Por lo tanto, en los intercambiadores de calor es una práctica común usar dispositivos a contraflujo.

Ejemplo 7. La condensación de vapor de agua en un condensador

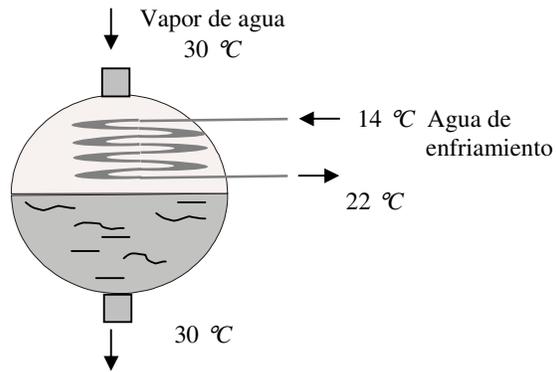
Se va a condensar vapor de agua de una planta generadora a una temperatura de $30 \text{ }^\circ\text{C}$, con agua de enfriamiento de un lago cercano, la cual entra en los tubos del condensador a $14 \text{ }^\circ\text{C}$ y sale a $22 \text{ }^\circ\text{C}$. el área superficial de los tubos es de 45 m^2 y el coeficiente de transferencia de calor total es de $2100 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. Determine el gasto de masa de agua de enfriamiento necesario y la velocidad de la condensación del vapor en el condensador.

Hipótesis: El condensador está aislado térmicamente, y los cambios de energía cinéticas y potenciales de las corrientes son despreciables.

Entalpía de vapor saturado de agua (30 °C): 2556.3 kJ/kg.

Entalpía de líquido saturado de agua(30 °C): 125.79 kJ/kg.

Calor específico del agua fría a la temperatura promedio de 18 °C : $c_p = 4184 \text{ J/kg} \cdot \text{°C}$.



$$\Delta T_1 = (30 - 22) \text{ °C} = 8 \text{ °C}$$

$$\Delta T_2 = (30 - 14) \text{ °C} = 16 \text{ °C}$$

La diferencia promedio de temperaturas entre los dos fluidos es la temperatura media logarítmica:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} = \frac{8 - 16}{\ln(8/16)} = 11.5 \text{ °C}$$

La velocidad de transferencia de calor será

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{ml} = (2100 \text{ W} / \text{m}^2 \cdot \text{°C}) \cdot (45 \text{ m}^2) \cdot (11.5 \text{ °C}) = 1.087 \times 10^6 \text{ W} = 1087 \text{ kW}$$

Por lo tanto, el vapor de agua perderá calor a razón de 1087 kW a medida que fluye a través del condensador, y el agua de enfriamiento ganará prácticamente todo ese calor, puesto que el condensador está bien aislado.

A partir de $\dot{Q} = [m c (T_2 - T_1)]_{\text{agua}} = -(m \Delta h_{LV})_{\text{vapor}}$, se pueden determinar los caudales

El caudal de agua de enfriamiento y de vapor son

$$m_{\text{agua}} = \frac{\dot{Q}}{c(T_2 - T_1)} = \frac{1087 \text{ kJ} / \text{s}}{4.184 \text{ kJ} / \text{kg} \cdot \text{°C} (22 - 14) \text{ °C}} = 32.5 \text{ kg} / \text{s}$$

$$m_{\text{vapor}} = \frac{\dot{Q}}{\Delta h_{LV}} = \frac{1087 \text{ kJ} / \text{s}}{2431 \text{ kJ} / \text{kg}} = 0.45 \text{ kg} / \text{s}$$

Por lo tanto, se necesitará circular alrededor de 72 kg de agua de enfriamiento por cada 1 kg de vapor de agua en condensación para eliminar el calor liberado durante el proceso.

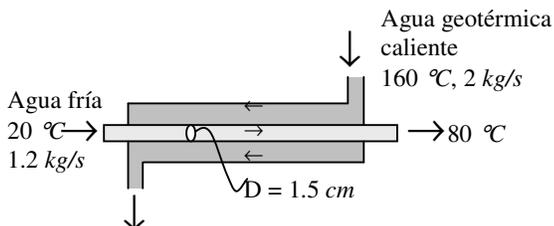
Ejemplo 8. Calentamiento de agua en un intercambiador de calor a contraflujo

Se va a calentar agua en un intercambiador de tubo doble a contraflujo, desde 20 °C hasta 80 °C, a razón de 1.2 kg/s. El calentamiento se va a realizar por medio de agua geotérmica de la que se dispone a 160 °C con un caudal másico de 2 kg/s. El tubo interior es de pared delgada y tiene un diámetro de 1.5 cm. Si el coeficiente de transferencia de calor total del intercambiador es de 640

$W/m^2 \cdot ^\circ C$, determine la longitud requerida de ese intercambiador para lograr el calentamiento deseado.

Hipótesis: El condensador está aislado térmicamente, y los cambios de energía cinéticas y potenciales de las corrientes son despreciables. Existen condiciones estables de operación.

Tomamos calores específicos del agua y del fluido geotérmico como 4.18 y $4.31 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ C$, respectivamente.



La velocidad de transferencia de calor se puede determinar a partir de

$$\dot{Q} = [\dot{m}c(T_2 - T_1)]_{\text{agua}} = (1.2 \text{ kg/s})(4.18 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ C)(80 - 20)^\circ C = 301 \text{ kW}$$

Dado que todo este calor es suministrado por el agua geotérmica, la temperatura de salida del agua es

$$\dot{Q} = [\dot{m}c(T_2 - T_1)]_{\text{geotérmica}} \quad \rightarrow \quad T_2 = T_1 - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}c} = 160^\circ C - \frac{301 \text{ kW}}{(2 \text{ kg/s})(4.31 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ C)} = 125^\circ C$$

Conociendo las temperaturas de entrada y salida de los dos fluidos, la diferencia de temperatura media logarítmica para este intercambiador será

$$\Delta T_1 = (160 - 80)^\circ C = 80^\circ C$$

$$\Delta T_2 = (125 - 20)^\circ C = 105^\circ C$$

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)} = \frac{80 - 105}{\ln(80/105)} = 92.0^\circ C$$

El área superficial del intercambiador es

$$\dot{Q} = UA\Delta T_{ml} \quad \rightarrow \quad A = \frac{\dot{Q}}{U\Delta T_{ml}} = \frac{301000 \text{ W}}{(640 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ C)(92^\circ C)} = 5.11 \text{ m}^2$$

Para proporcionar esta gran área superficial de transferencia de calor, la longitud del tubo debe ser

$$A = \pi DL \quad \rightarrow \quad L = \frac{A}{\pi D} = \frac{5.11 \text{ m}^2}{\pi(0.015 \text{ m})} = 108 \text{ m}$$

Con el fin de lograr la transferencia de calor deseada, el intercambiador necesita tener más de 100 m de largo, lo cual no es práctico. En casos como este se necesita usar un intercambiador de placas o de casco y tubos de pasos múltiples.

Ejemplo 9. Transferencia de calor por radiación

0.5 kg de agua líquida a 0 °C se colocan al aire libre, un día en que la temperatura es de -12 °C. Asuma que el agua pierde calor solo por radiación, y que la emisividad de la superficie radiante es de 0.60. Halle el tiempo para que el agua se convierta en hielo a 0 °C cuando el área de radiación es:

- 0.035 m² (como si el agua estuviera en una taza)
- 1.5 m² (como si el agua fuera derramada formando una capa fina).

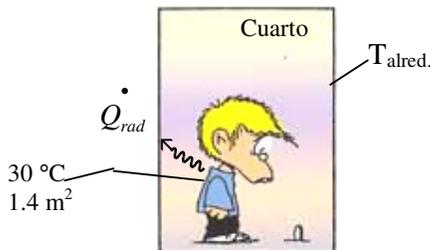
$$\dot{Q} = Q/t = \epsilon \sigma A(T^4 - T_o^4) \quad \text{ó} \quad t = Q/[\epsilon \sigma A(T^4 - T_o^4)]$$

El calor necesario extraer para que congele es el calor latente de solidificación ($\Delta h_{SL} = 335 \text{ kJ/kg}$)

- Área pequeña: $t = 1.5 \times 10^5 \text{ s}$ (42 h)
- Área grande $t = 3.6 \times 10^3 \text{ s}$ (1 h)

Ejemplo 10. Transferencia de calor por radiación

Considere a una persona que está parada en un cuarto mantenido a 22 °C en todo momento. Se observa que las superficies interiores de las paredes, pisos y el techo de la casa se encuentran a una temperatura promedio de 10 °C, en invierno, y de 25 °C, en verano. Determine la velocidad de transferencia de calor por radiación entre esta persona y las superficies circundantes, si el área superficial expuesta y la temperatura promedio de la superficie exterior de ella son de 1.4 m² y 30 °C, respectivamente.



Se asume que existen condiciones estacionarias de operación y que no hay transferencia de calor por convección. La emisividad de una persona es $\epsilon = 0.95$.

La velocidad de transferencia de calor por radiación del cuerpo hacia las paredes, techo y piso, en invierno y en verano, son

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad, \text{ invierno}} &= \epsilon \sigma A (T_S^4 - T_{alred, \text{ invierno}}^4) \\ &= (0.95)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.4 \text{ m}^2)[(30 + 273)^4 - (10 + 273)^4] \text{ K}^4 = \mathbf{152 \text{ W}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{rad, \text{ verano}} &= \epsilon \sigma A (T_S^4 - T_{alred, \text{ verano}}^4) \\ &= (0.95)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(1.4 \text{ m}^2)[(30 + 273)^4 - (25 + 273)^4] \text{ K}^4 = \mathbf{40.9 \text{ W}} \end{aligned}$$

Note que en los cálculos sobre radiación se deben usar temperaturas absolutas. Asimismo, note que la velocidad de pérdida de calor de una persona por radiación es casi cuatro veces más grande en invierno que en verano, incluso, si el ajuste del termostato se mantiene igual.