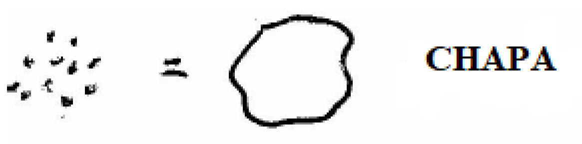
<u>**Unidad Temática 3**</u>**: Sustentación de estructuras**

DEFINICIÓN DE CHAPA

Supongamos un conjunto de PUNTOS MATERIALES. Si el conjunto de puntos materiales se encuentra en el espacio configura un cuerpo sólido. Si el conjunto está en el plano configura uno “CHAPA” y que simbolizamos así:



Otra forma de definir a la CHAPA es considerarla como la proyección del cuerpo sobre un plano.
Con la CHAPA vamos a representar las más diversas estructuras cuya condición de equilibrio vamos a estudiar.
Ocurre que las estructuras no se las concibe libres, sino que deben estar fuertemente VINCULADAS A LA TIERRA, ya sea en FORMA DIRECTA O POR INTERMEDIO DE OTRAS ESTRUCTURAS. Esa vinculación se realiza por medio de los denominados “VÍNCULOS” a los que podemos definir como TODO MECANISMO DESTINADO A RESTRINGIR O A SUPRIMIR LOS GRADOS DE LIBERTAD QUE POSEE UNA CHAPA.

Grados de libertad de una CHAPA, en el plano

En estática se denomina grados de libertad a los movimientos en que se ven sometidos los cuerpos por la acción de acciones exteriores (Fuerzas o Momentos).
Para determinar los grados de libertad que posee una chapa en un plano analizaremos los desplazamientos que sufre para pasar de la posición S a la S_1 (figura 1).

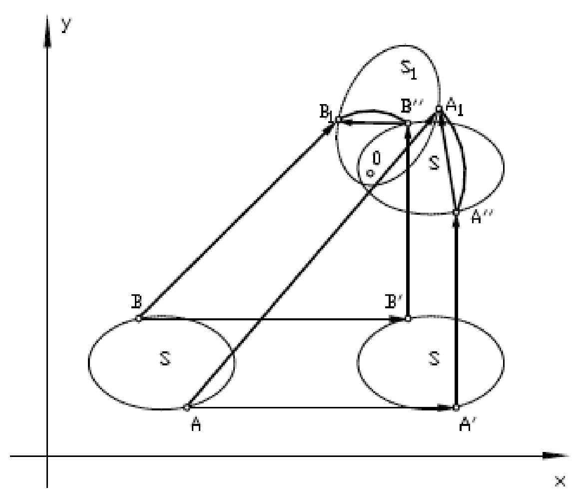


Figura 1

El punto experimenta un desplazamiento **AA_1**. Podemos expresarlo en función de tres desplazamientos componentes:

$$AA_1 = AA´ + A´A´´ + A´´A_1$$

Donde **AA´** es el desplazamiento del punto **A** en el movimiento componente de traslación según la dirección **X**; **A´A´´** es el desplazamiento del punto **A** en el movimiento componente de traslación según la dirección **Y**; **A´´A1** es el desplazamiento correspondiente a la rotación de la chapa alrededor de **O**.
Por lo tanto, la chapa en su plano posee tres grados de libertad de movimiento: dos traslaciones y una rotación.

- Si fijamos una condición: la ordenada de uno de sus puntos, la chapa sólo puede trasladarse según el eje **X** y rotar.
- Si fijamos dos condiciones: las coordenadas de uno de sus puntos, la chapa sólo puede rotar alrededor del punto fijo.
- Si fijamos tres condiciones: las coordenadas de uno de sus puntos y una coordenada de otro punto, la chapa ha sido inmovilizada.

Si hacemos extensivo el razonamiento anterior a un cuerpo que se puede mover en el espacio se concluye que posee seis grados de libertad: tres traslaciones según los ejes **X**, **Y**, **Z**, y tres rotaciones alrededor de los mismos. Son los seis movimientos fundamentales de un cuerpo en el espacio.

Nosotros enfocaremos el estudio de la estática plana, por lo tanto, solo tendremos en cuenta los grados de libertad de una chapa en el plano.

VÍNCULOS

Todo dispositivo que condiciona total o parcialmente los movimientos fundamentales de una chapa o cuerpo se llama vínculo, enlace o conexión. Se los clasifica por el número de movimientos impedidos; en base a ello se distinguen tres tipos de vínculos para las estructuras planas:

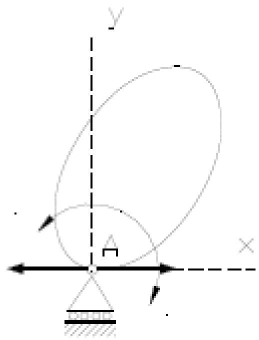
• Vínculos de primera especie, que impiden un movimiento o sea que restringen un grado de libertad.

• Vínculos de segunda especie, que restringen dos grados de libertad.

• Vínculos de tercera especie, que restringen tres grados de libertad.

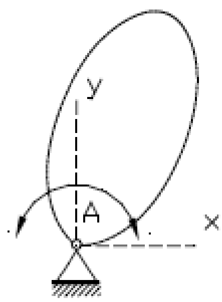
<u>VÍNCULOS DE PRIMERA ESPECIE</u>

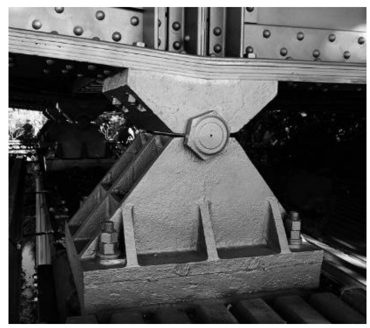
Un dispositivo constituido por una pieza prismática de sección triangular en cuya arista superior se inserta un pasador que lo une al punto de la chapa, y en su base apoya sobre rodillos que pueden rodar sobre un plano fijo a tierra, se llama APOYO MÓVIL. Está impedida la traslación de la chapa en la dirección **Y**, pero puede rotar alrededor de **A** y trasladarse en dirección **X**.



VÍNCULOS DE SEGUNDA ESPECIE

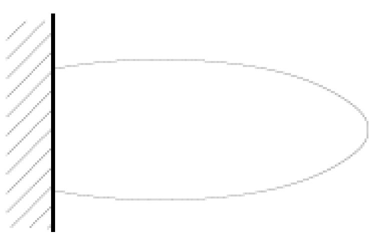
Si la base de la pieza prismática descripta anteriormente esta fija a tierra se tiene un dispositivo llamado APOYO FIJO o ARTICULACIÓN que restringe dos grados de libertad: las traslaciones **X** e **Y**, quedando un solo grado de libertad para la chapa, el de rotar alrededor de **A**.





VÍNCULOS DE TERCERA ESPECIE

Si se fija un punto de la chapa y una dirección, se inmoviliza totalmente la misma suprimiéndose sus tres grados de libertad. Este enlace se denomina EMPOTRAMIENTO.



De todo lo expresado hasta ahora se llega a la conclusión de que UNA CHAPA QUEDARÁ FIRMEMENTE UNIDA A LA TIERRA CUANDO LOS VÍNCULOS QUE SE LE COLOQUEN SUPRIMAN, COMO MÍNIMO, TANTOS GRADOS DE LIBERTAD COMO POSEE LA CHAPA.
Cuando las estructuras tienen vínculos que le suprimen tantos grados de libertad como los que posee la chapa, se dice que las estructuras están "VINCULADAS ISOSTÁTICAMENTE"

Cuando las estructuras poseen vínculos que le suprimen MÁS GRADOS DE LIBERTAD de los que posee, se dice que las estructuras están "VINCULADAS HIPERESTÁTICAMENTE"
Se denomina GRADO DE HIPERESTATICIDAD a la diferencia que existe entre los grados de libertad que suprimen los vínculos de una chapa o estructura con los que ésta posee.

"NUESTRO ESTUDIO VA A ESTAR LIMITADO A LAS ESTRUCTURAS ISOSTATICAMENTE VINCULADAS".

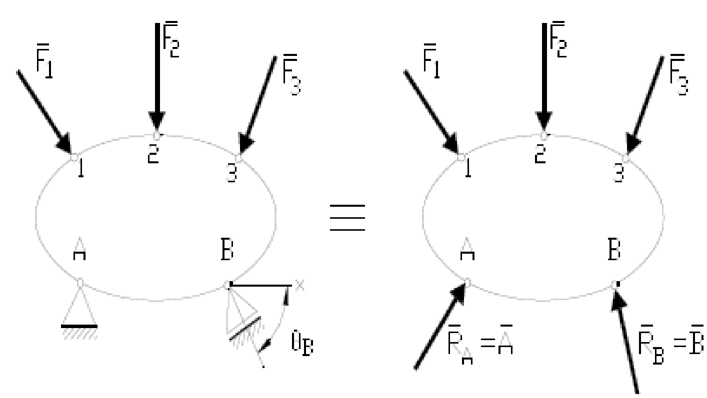
REACCIONES DE VÍNCULOS

Las chapas representan estructuras y las estructuras están destinadas a soportar todas las fuerzas que en forma permanente o accidental actúan sobre las mismas.
A las fuerzas permanentes o accidentales se las denominan "FUERZAS ACTIVAS", y cuando estas cargas actúan en los vínculos se producen las llamadas "REACCIONES DE VÍNCULOS".
El calculista debe realizar una perfecta estimación de las cargas activas para luego proceder al cálculo de las denominadas REACCIONES DE VÍNCULO.
El conjunto de cargas activas y reactivas debe estar en equilibrio cuando las estructuras están ISOSTATICAMENTE VINCULADAS.

De lo expresado, el cálculo de las reacciones VINCULOS se realiza haciéndole cumplir al conjunto de cargas (ACTIVAS Y REACTIVAS), las condiciones de EQUILIBRIO.

SISTEMAS VINCULADOS

La chapa como representación de una estructura plana, no se encuentra libre, sino que está generalmente inmovilizada por vínculos que la ligan a tierra o a otras chapas. Al conjunto formado por la chapa y por los vínculos que se le colocan para inmovilizarla lo designaremos SISTEMA VINCULADO PLANO.
Consideremos un sistema vinculado sometido a la acción de las fuerzas F_1, F_2, F_3. Como la chapa posee en el plano tres grados de libertad, será necesario colocarle tres vínculos eficientes para inmovilizarla.



En el apoyo fijo se originará una reacción pasante por dicho punto (la descomposición de R_{Ax} y R_{Ay}), y en el apoyo móvil la reacción pasará por el punto y será normal a la dirección del plano de deslizamiento (R_B).

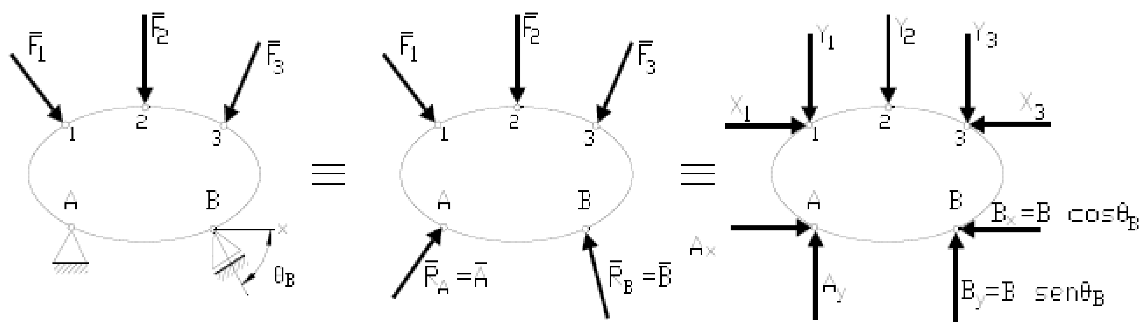
Las fuerzas activas y reactivas que actúan sobre la chapa se encontrarán en equilibrio debiendo satisfacer las ecuaciones generales para el equilibrio de un sistema de fuerzas coplanares no concurrentes, que son:

$$\sum F_x = 0$$
$$\sum F_y = 0$$
$$\sum M_A = 0$$

Sistema de tres ecuaciones que permite determinar tres incógnitas cualesquiera que pudiesen existir en el sistema. En este caso: R_{Ax}, R_{Ay}, R_B.

CÁLCULO DE REACCIONES

Consideremos un sistema isostático formado por una sola chapa y pongamos en evidencia las reacciones de apoyo. El diagrama que resulta de eliminar los vínculos y poner en evidencia las reacciones se llama DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE, por tratarse de un cuerpo supuesto libre y sometido a un sistema de fuerzas en equilibrio.



Sistema original

Diagrama de Cuerpo Libre

Diagrama de Cuerpo Libre (Teniendo en cuenta las proyecciones de fuerzas en direcciones X e Y)

A las incógnitas se les supone un sentido y se plantean las tres ecuaciones de equilibrio; como las incógnitas son también tres, su valor se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones planteado. Para simplificar esta resolución conviene plantear ecuaciones de momento donde aparezca una sola incógnita. Para ello se toma momento respecto al punto A, intersección de las rectas de acción de R_{Ax} y R_{Ay}, y se despeja el valor de R_B.
Luego se realiza la sumatoria de fuerzas en la dirección Y, despejándose R_{Ay} de esa ecuación.
Para obtener el valor de R_{Ax} se realiza la sumatoria de fuerzas en la dirección X.
Cabe aclarar que tanto a las sumatoria de fuerzas y a la sumatoria de momentos se las iguala a cero para condicionar al sistema a que esté en equilibrio. De tal manera que el sistema de fuerzas activo más el sistema de fuerzas reactivo resulte un sistema de fuerzas de resultante nula; o sea que el sistema de fuerzas total esté en equilibrio.

Para plantear las ecuaciones hay que considerar una convención de signos para fuerzas y momentos. Generalmente se considera:

- Positivas las fuerzas que van hacia la derecha y hacia arriba, y negativas las fuerzas contrarias a las anteriores.
- Positivos los momentos en sentido de las agujas del reloj y negativos los momentos contrarios.

En base a lo dicho anteriormente, planteamos las ecuaciones de equilibrio siguientes, para el ejemplo dado:

Primera ecuación de equilibrio

$$\sum MA = F1x\,.(Y1-YA)+F1y.(X1-XA)+F2.(X2-XA)-F3x.(Y3-YA)\;+F3y.(X3-XA)-$$
$$-RB.cos\theta B.(YB-YA)-RB.sen\theta B.(XB-XA)=0$$

Despejando RB

$$RB=\frac{F1x\,.(Y1-YA)+F1y.(X1-XA)+F2.(X2-XA)-F3x.(Y3-YA)\;+F3y.(X3-XA)}{cos\theta B.(YB-YA)+sen\theta B.(XB-XA)}$$

Luego:

$$RBx = RB.cos\theta B$$
$$RBy = RB.sen\theta B$$

Segunda ecuación de equilibrio

$$\sum Fy = -F1y-F2-F3y+\;RB.sen\theta B+RA=0$$

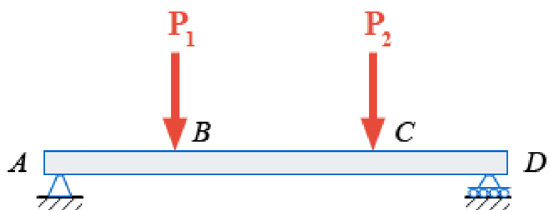
Tercera ecuación de equilibrio

$$\sum Fx = F1x-F3x-\;RB.cos\theta B+RAx=0$$

CONCEPTOS

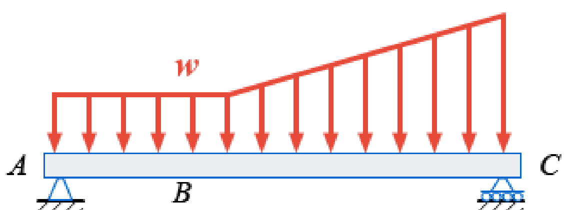
Tipos de cargas que pueden actuar sobre una chapa o sistema

<u>Carga puntual</u>: carga que actúa sobre un área muy pequeña o un punto muy concreto de una chapa o sistema, también llamada carga concentrada. Está representada por un vector. Su unidad corresponde a la unidad de fuerza, y pueden ser: kgf, Tn, N, etc.



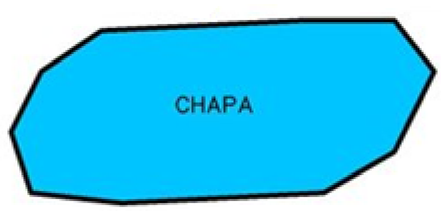
a) Cargas concentradas

<u>Carga distribuida</u>: es aquella que actúa a lo largo de todo el sistema o en parte de la longitud del mismo. Está representada por un conjunto de vectores dispuestos en forma paralela (constituyen un sistema de fuerzas paralelas). Su unidad corresponde la unidad de fuerza distribuida en una cierta longitud, y pueden ser: kgf/m, Tn/m, N/m, etc.

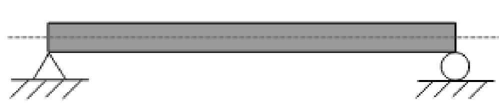


b) Carga distribuida

<u>Chapa</u> (repaso de concepto): es la proyección del cuerpo sobre un plano (por ejemplo: plano x-y); por lo tanto, queda representada por una superficie que tiene una longitud (sentido x) y una altura (sentido y).

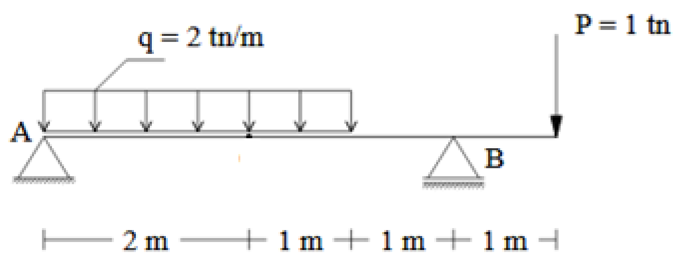


<u>Viga</u>: es una chapa en donde la altura (sentido y) es despreciable frente a la longitud (sentido x).



Ejemplo numérico de resolución:

Para la siguiente viga, determinar las reacciones de vínculo.



¿Cómo considerar la carga distribuida?

Para la fuerza: hay que multiplicar el valor de la carga distribuida (q) por la longitud en donde actúa dicha carga. La carga (Q) total se calcula de la siguiente manera;

$$Q = q \times L$$

Para el momento: hay que multiplicar el valor de la carga Q, hallada, por la distancia al punto donde se quiere determinar el momento. Para considerar dicha distancia se debe ubicar la carga Q en el centro de gravedad de la figura que forma la carga distribuida. Por ejemplo para el cálculo del momento respecto del punto A;

MA = q x L x (L/2)

MA = 2 Tn/m x 3 m x 1,5 m

MA = 9 Tn.m

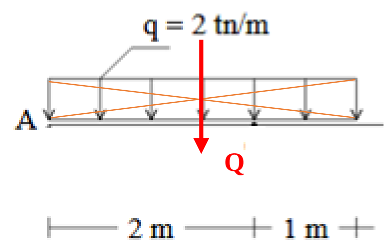
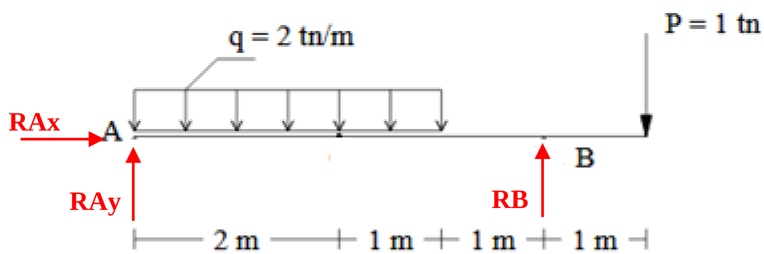


Diagrama de cuerpo libre (D.C.L.)



Establecemos la convención de signos: Fuerzas positivas las que van hacia la derecha y hacia arriba; momentos positivos los que tienen sentido horario.

<u>Planteo de la primera ecuación de equilibrio (Sumatoria de momentos)</u>:

Sabemos que el momento de una fuerza respecto de un punto es igual al módulo de la fuerza por la distancia a dicho punto. Por ende, si tomamos momentos de las fuerzas respecto del punto A; las fuerzas RAx y RAy no generan momento porque sus rectas de acción pasan por el punto A y por lo tanto no hay distancia de momento respecto de dicho punto.

$$\sum MA = 2\,\frac{Tn}{m}\,.\,3\,m\,.\frac{3m}{2}\,+\,1\,Tn\,.5\,m - RB\,.4\,m = 0$$

Despejando RB

$$RB = \frac{2\,\frac{Tn}{m}\,.\,3\,m\,.\frac{3m}{2}\,+\,1\,Tn\,.5\,m}{4\,m}$$

RB = 3,5 Tn

<u>Planteo de la segunda ecuación de equilibrio (Sumatoria de fuerzas en sentido Y)</u>:

$$\sum Fy = RAy + RB - 2\frac{Tn}{m}\,.3\,m\; - \;1\,Tn = 0$$

$$\sum Fy = RAy + 3{,}5\,Tn - 2\frac{Tn}{m}\,.3\,m\; - \;1\,Tn = 0$$

Despejando RAy

$$RB = 2\frac{Tn}{m}\,.3\,m + 1\,Tn - 3{,}5\,Tn$$

RAy = 3,5 Tn

<u>Planteo de la tercera ecuación de equilibrio (Sumatoria de fuerzas en dirección X)</u>:

$$\sum Fx = RAx = 0$$

Como la única fuerza en dirección X es RAx, entonces para que el sistema esté en equilibrio dicha fuerza debe ser nula

$$\boxed{\text{RAy = 0 Tn}}$$