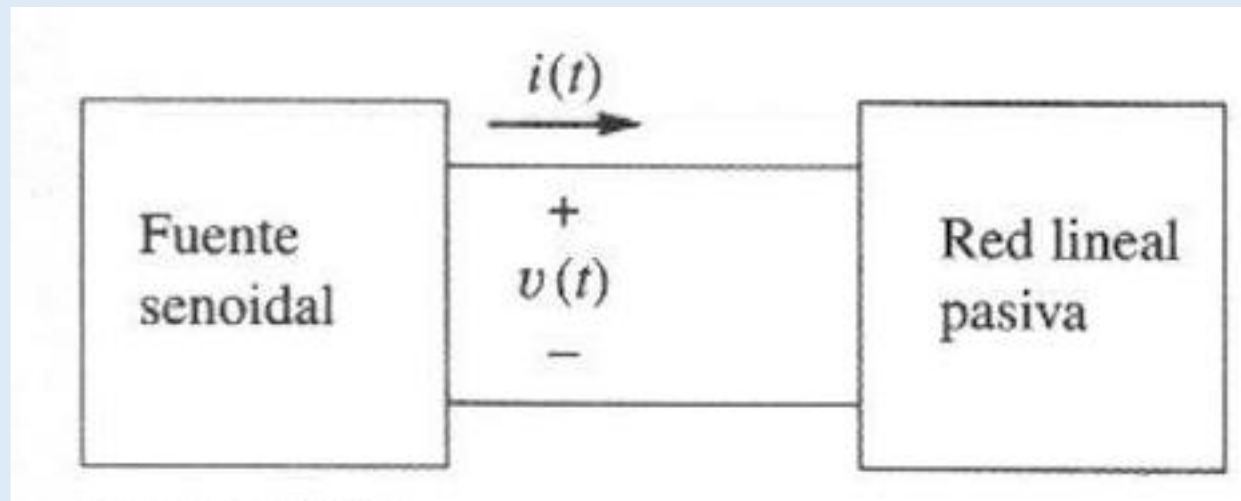


Potencia y Energía

Circuitos monofásicos



- **Circuito Resistivo**

- **Potencia instantánea, en “Watts”**

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

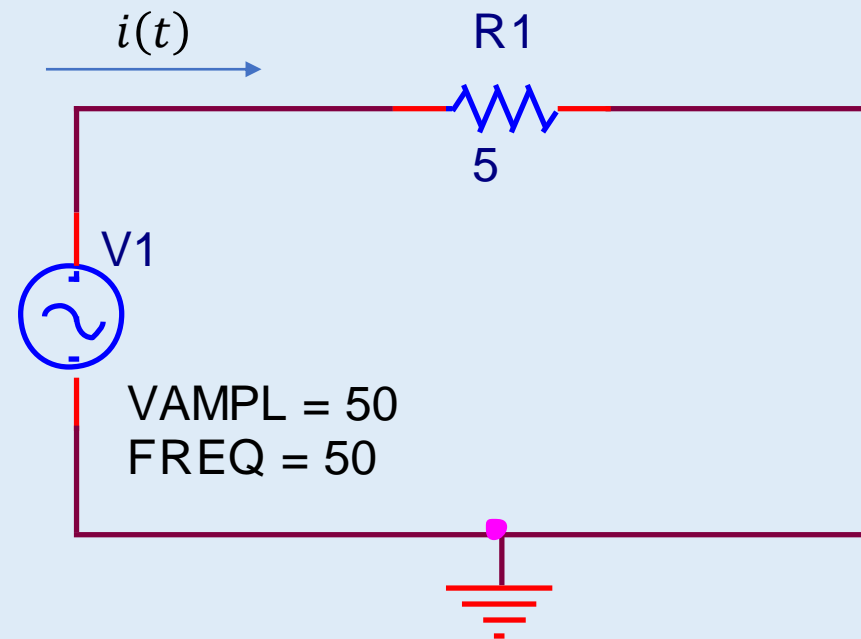
$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = V_m I_m \sin^2 \omega t \rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \rightarrow p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t)$$

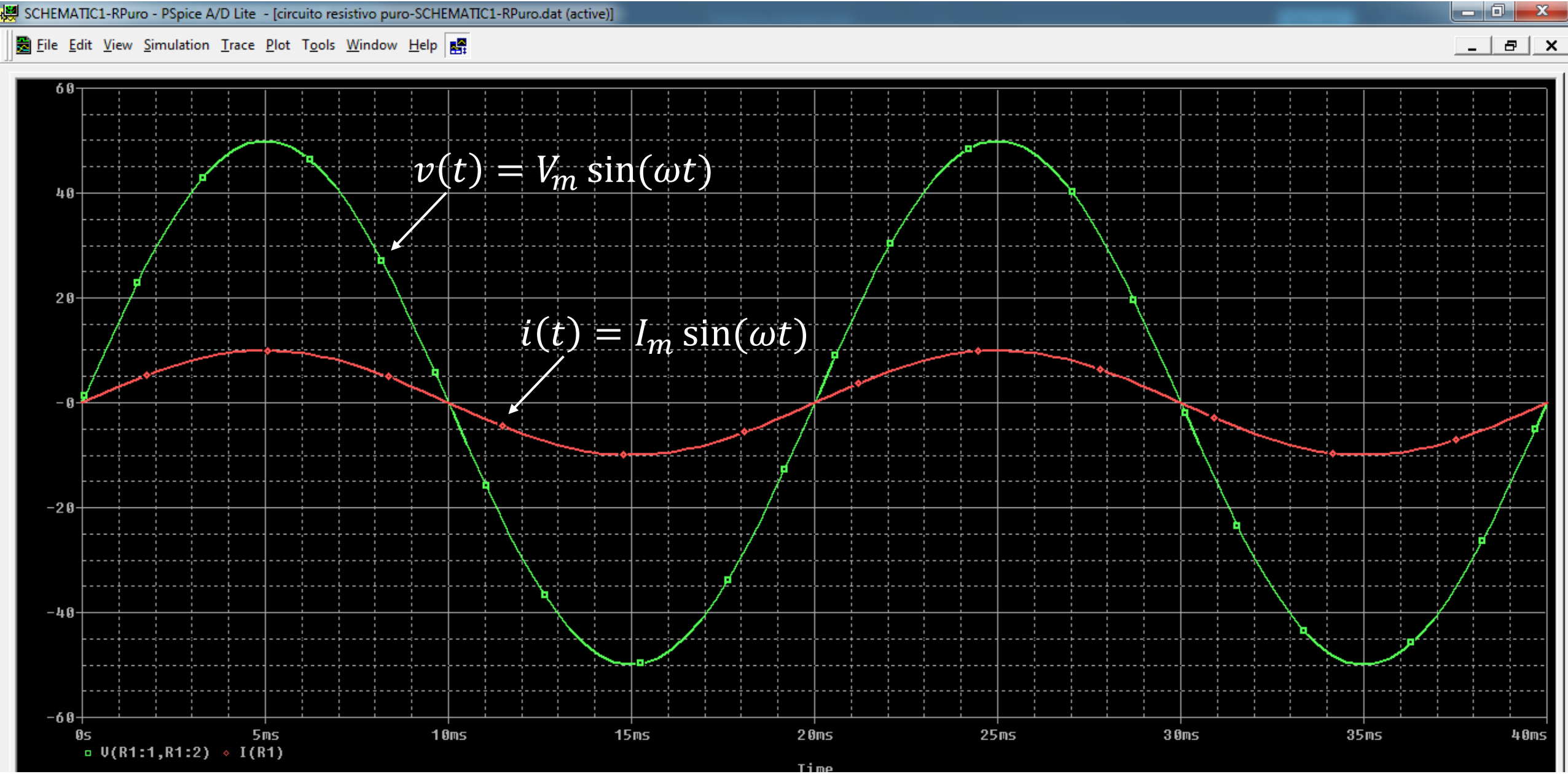
- **Potencia promedio, en “Watts”**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \rightarrow P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m (1 - \cos 2\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2} V_m I_m = V * I$$

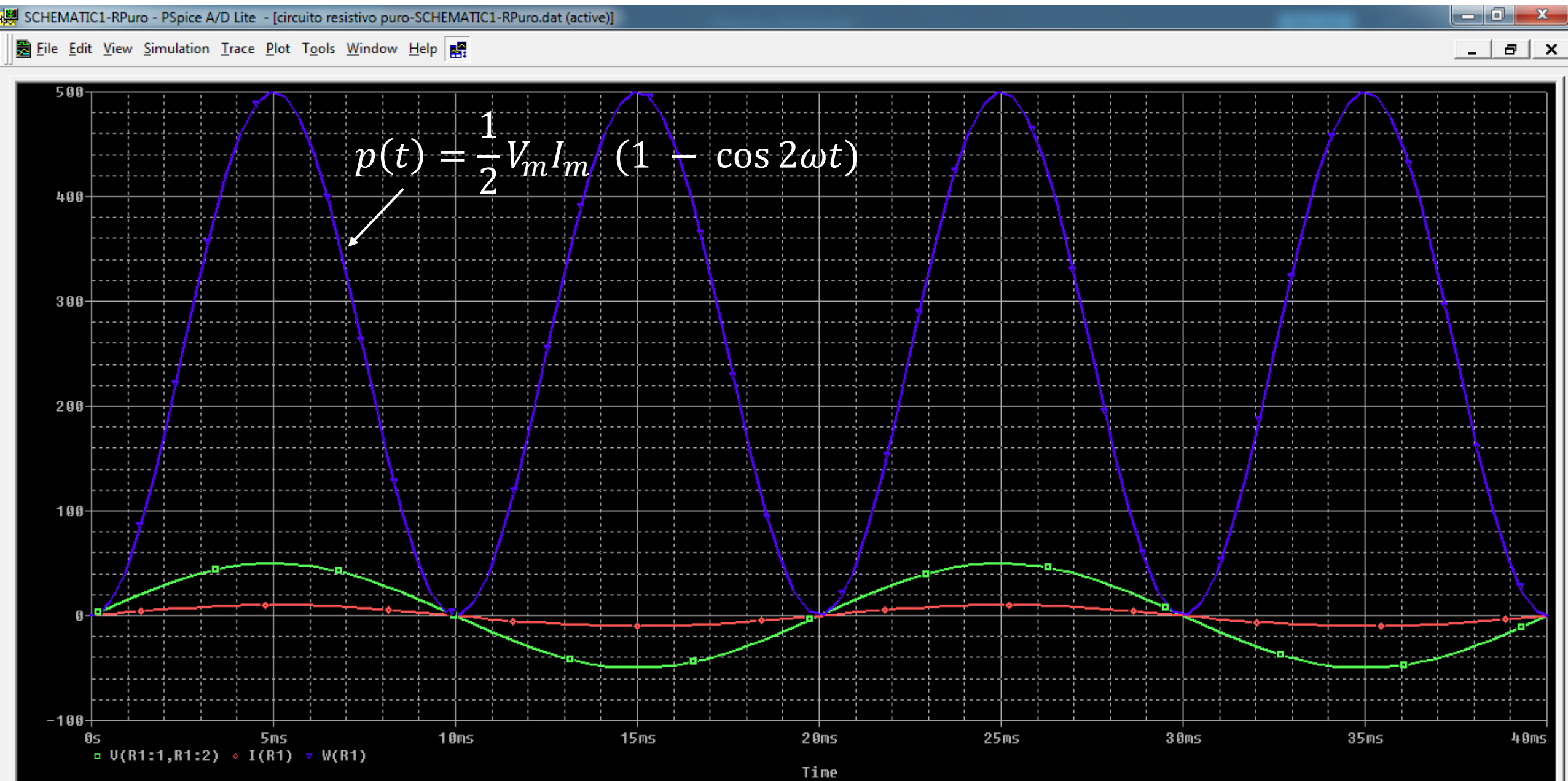


Gráfica de la tensión y la corriente

Angulo de desfase $\theta = 0$



Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



- Circuito Inductivo**

- Potencia instantánea, en “Watts”**

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

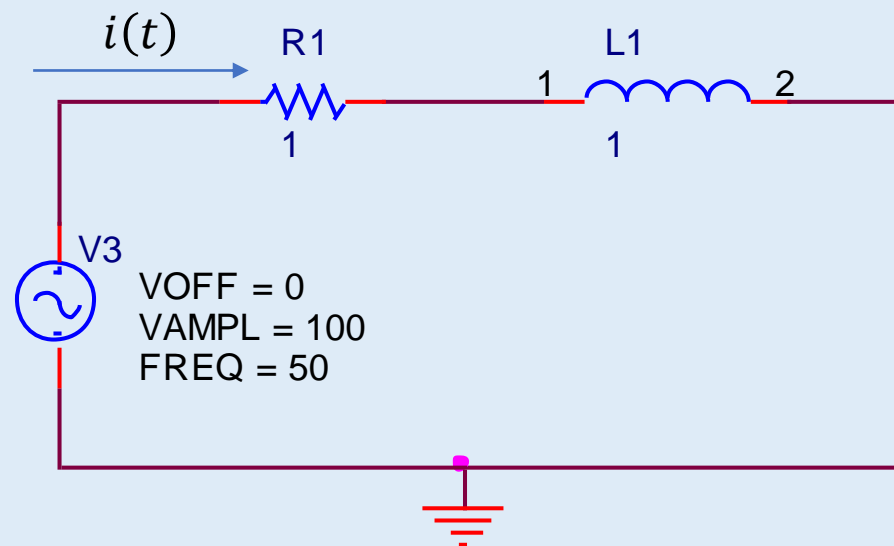
$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

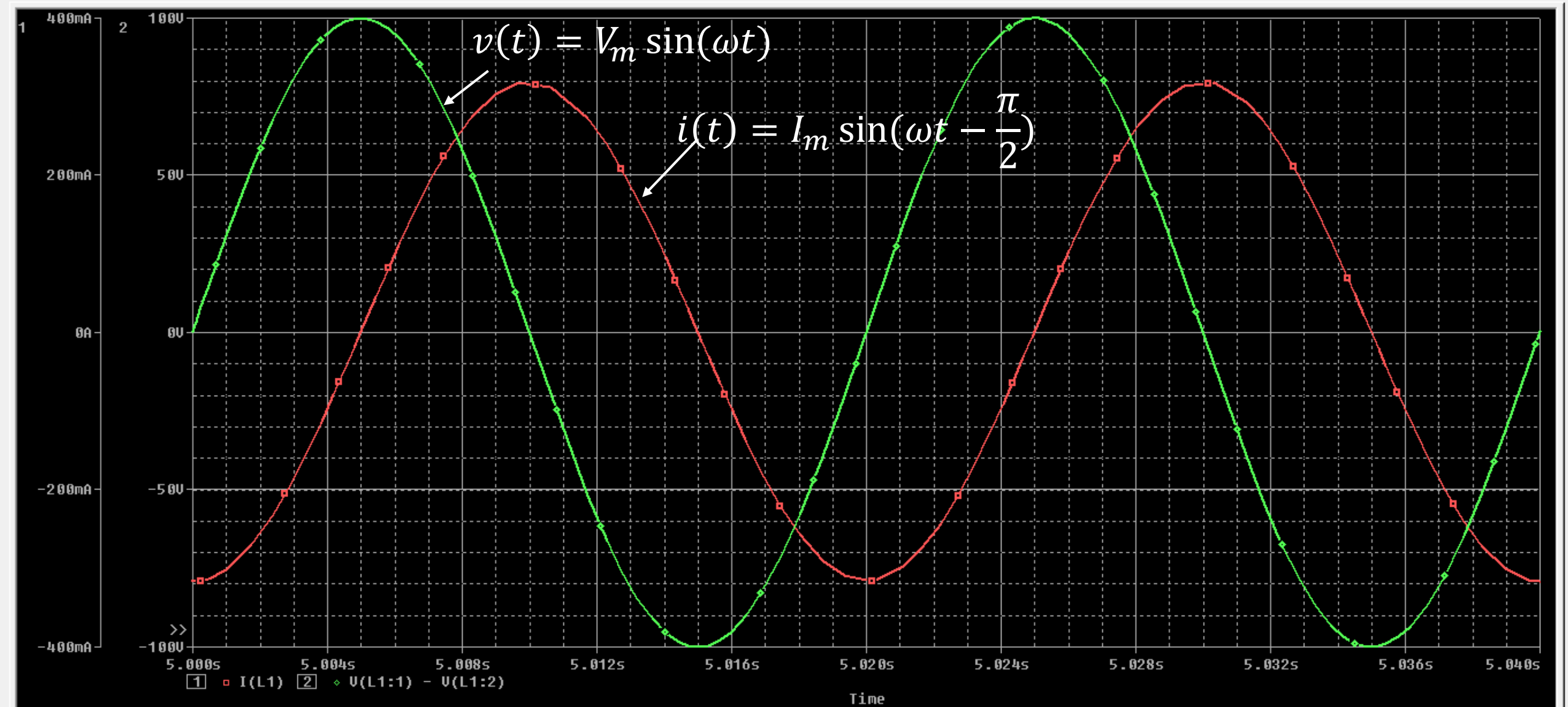
Como $\sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = -\cos \omega t$ y $2 \sin x \cos x = \sin 2x \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

$$p(t) = -\frac{1}{2} V_m I_m \sin(2\omega t)$$

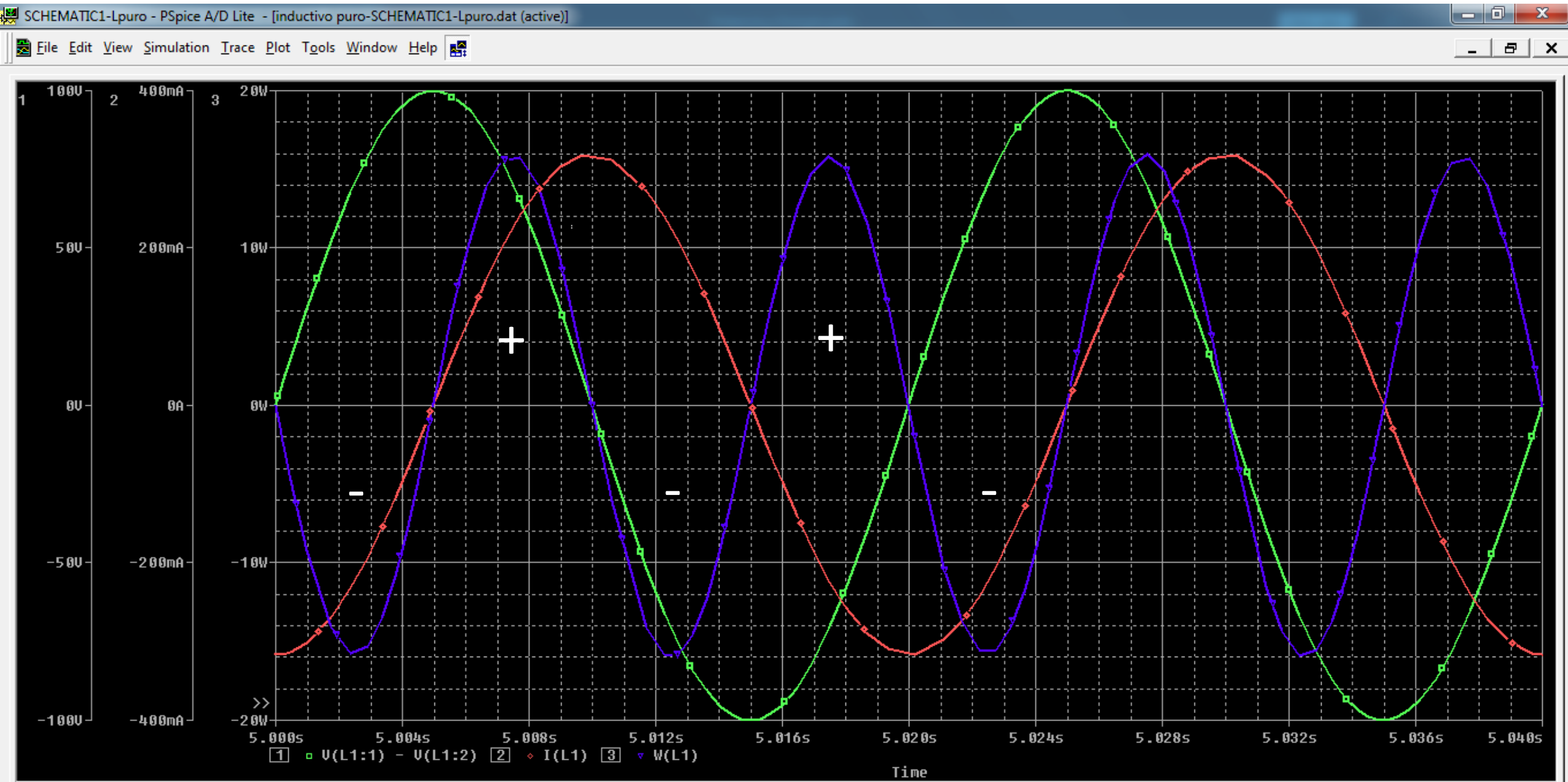
- Potencia promedio, a lo largo de un periodo es cero “0”**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 0$$





Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



- **Circuito Capacitivo**

- **Potencia instantánea, en “Watts”**

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

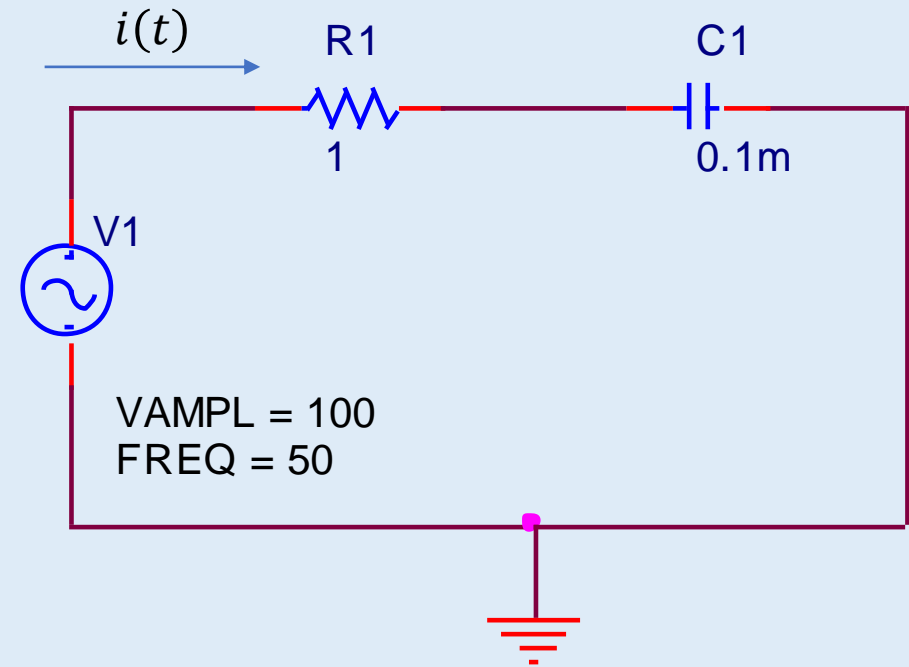
$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

Como $\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega t$ y $2 \sin x \cos x = \sin 2x \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

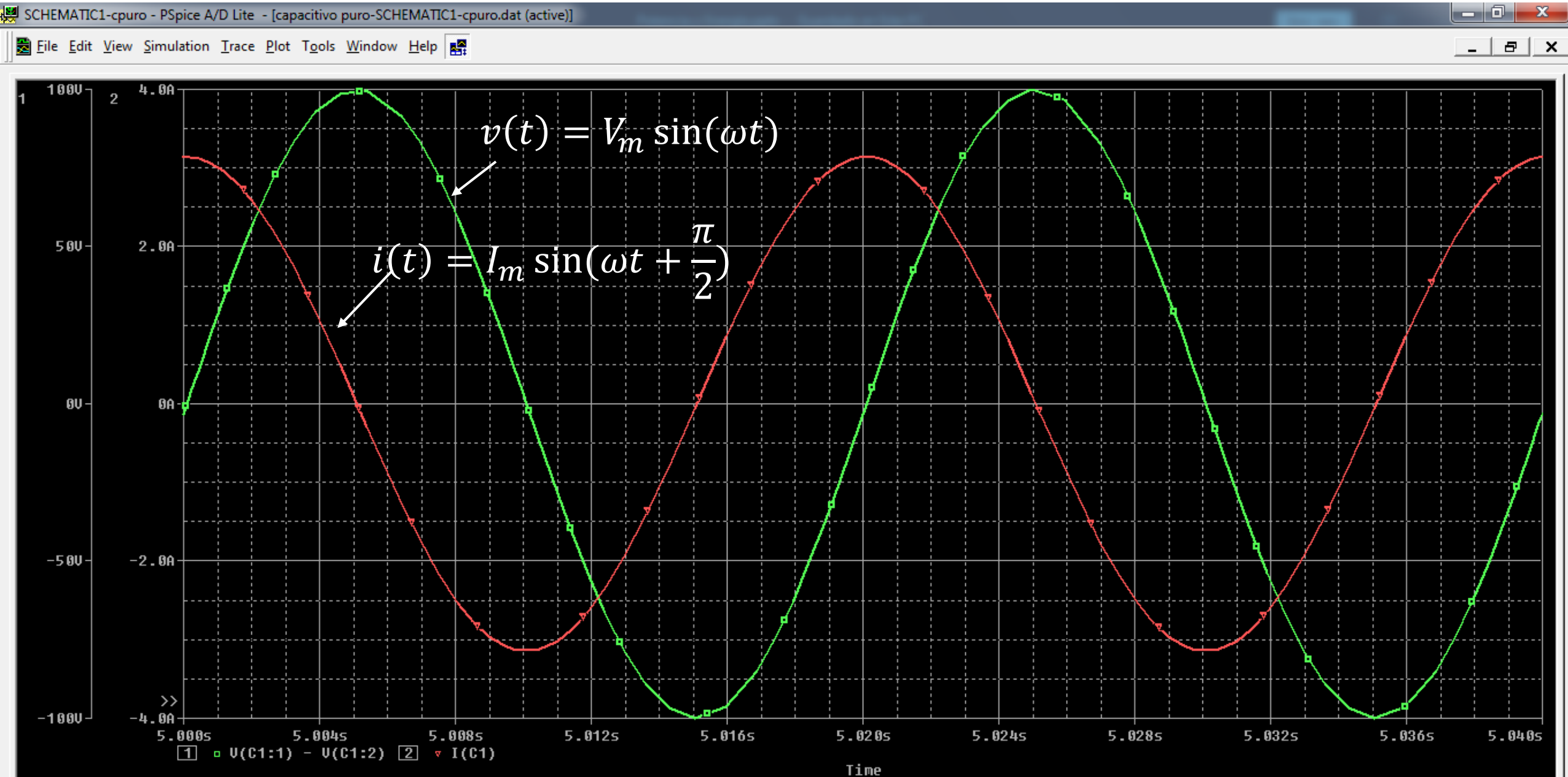
$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(2\omega t)$$



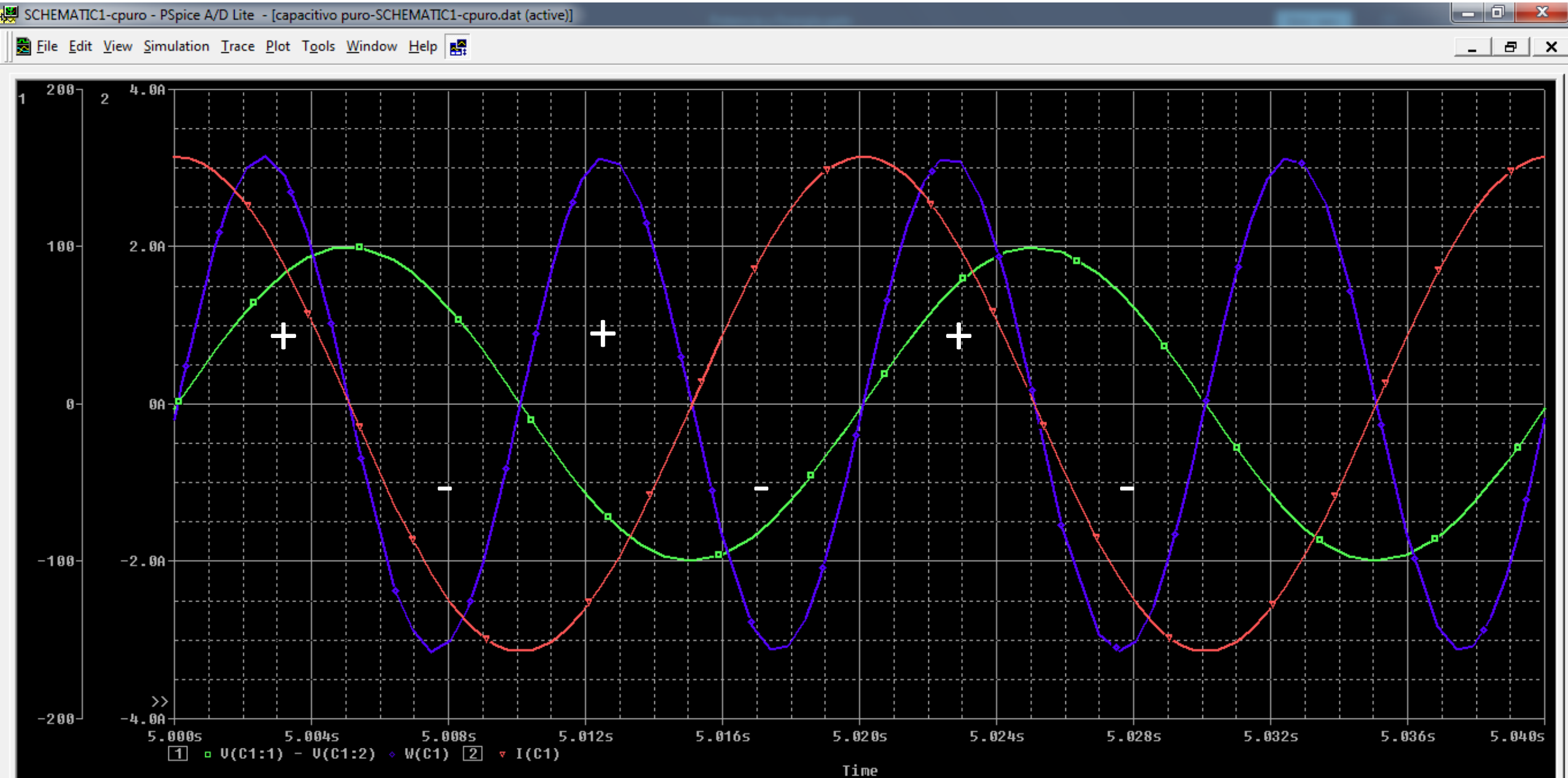
- **Potencia promedio, a lo largo de un periodo es cero “0”**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = 0$$

Gráfica de la tensión, corriente



Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



- **Circuito Pasivo general**

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

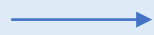
$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \sin(\omega t + \theta)$$

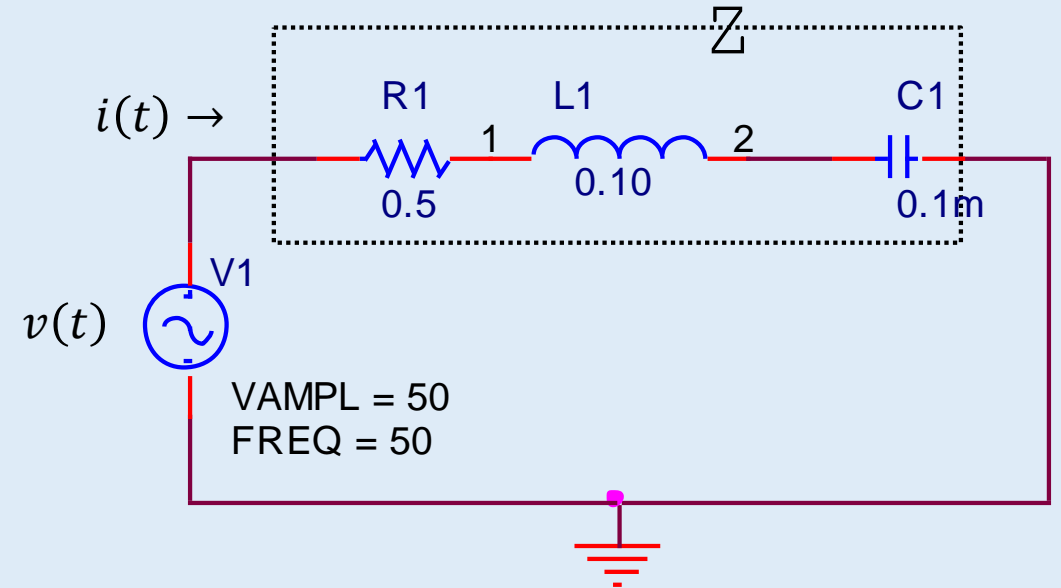
$$\text{Como } \sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\text{Y } \cos -\alpha = \cos \alpha$$

Potencia Instantánea



$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$



- La potencia instantánea es difícil de medir, porque cambia constantemente con el tiempo.
- La potencia promedio no depende del tiempo, si no del ángulo de desfase entre la tensión y la corriente.

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m [\cos \theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$

Potencia instantánea
(depende del tiempo)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Se obtiene el mismo
Resultado para el periodo
Real de $p(t)$ que es $\frac{T}{2}$

$$-\frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta)$$

Valor medio cero

$$\frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta$$

Valor constante

En estas condiciones podemos decir que el
valor medio de $p(t)$ o P potencia activa es

Potencia Promedio
(no depende del tiempo)

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta = VI \cos \varphi$$

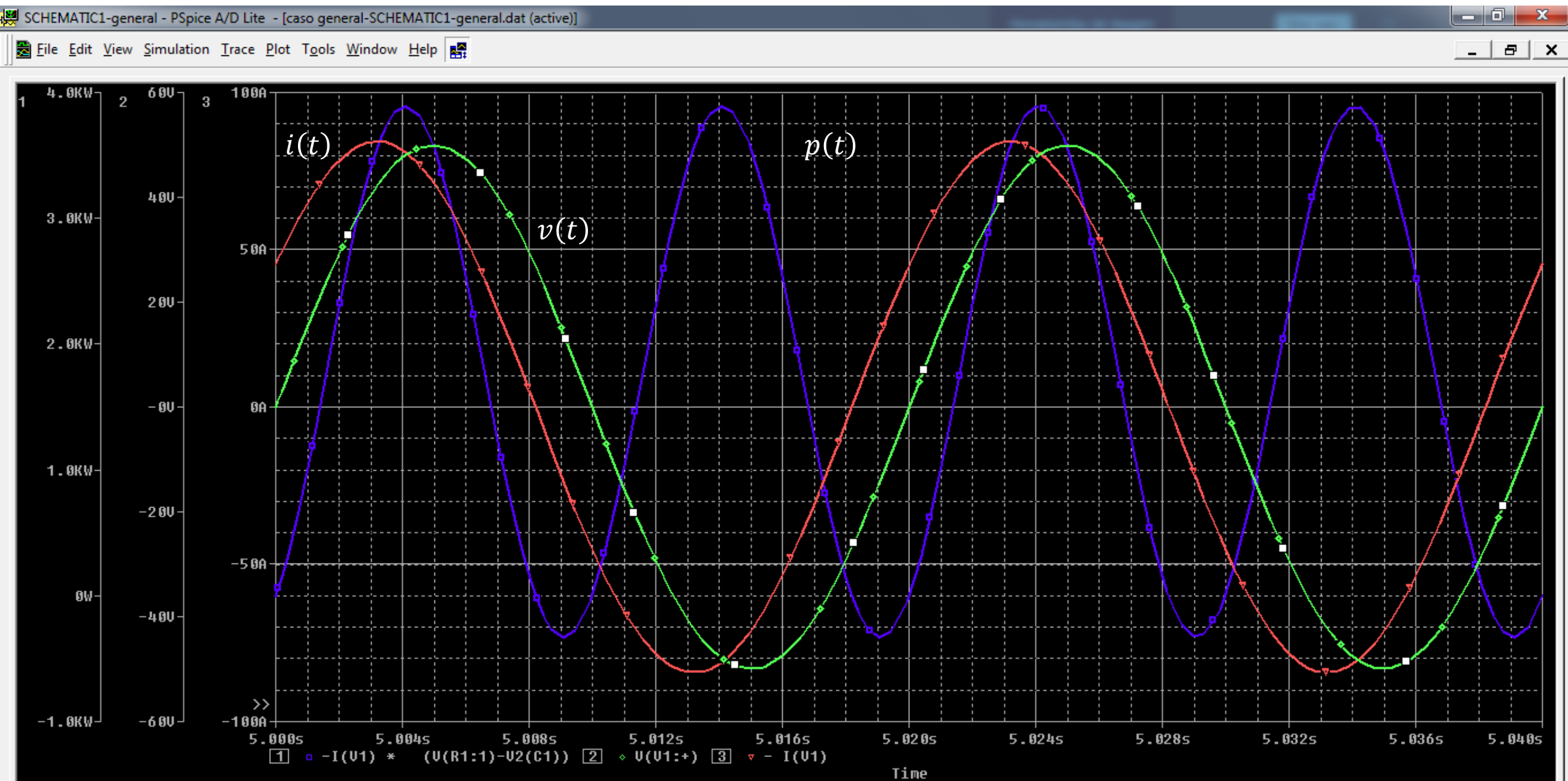
$$\varphi = (\theta_v - \theta_i)$$

$\cos \varphi \rightarrow$ factor de potencia
 φ entre $\pm 90^\circ$

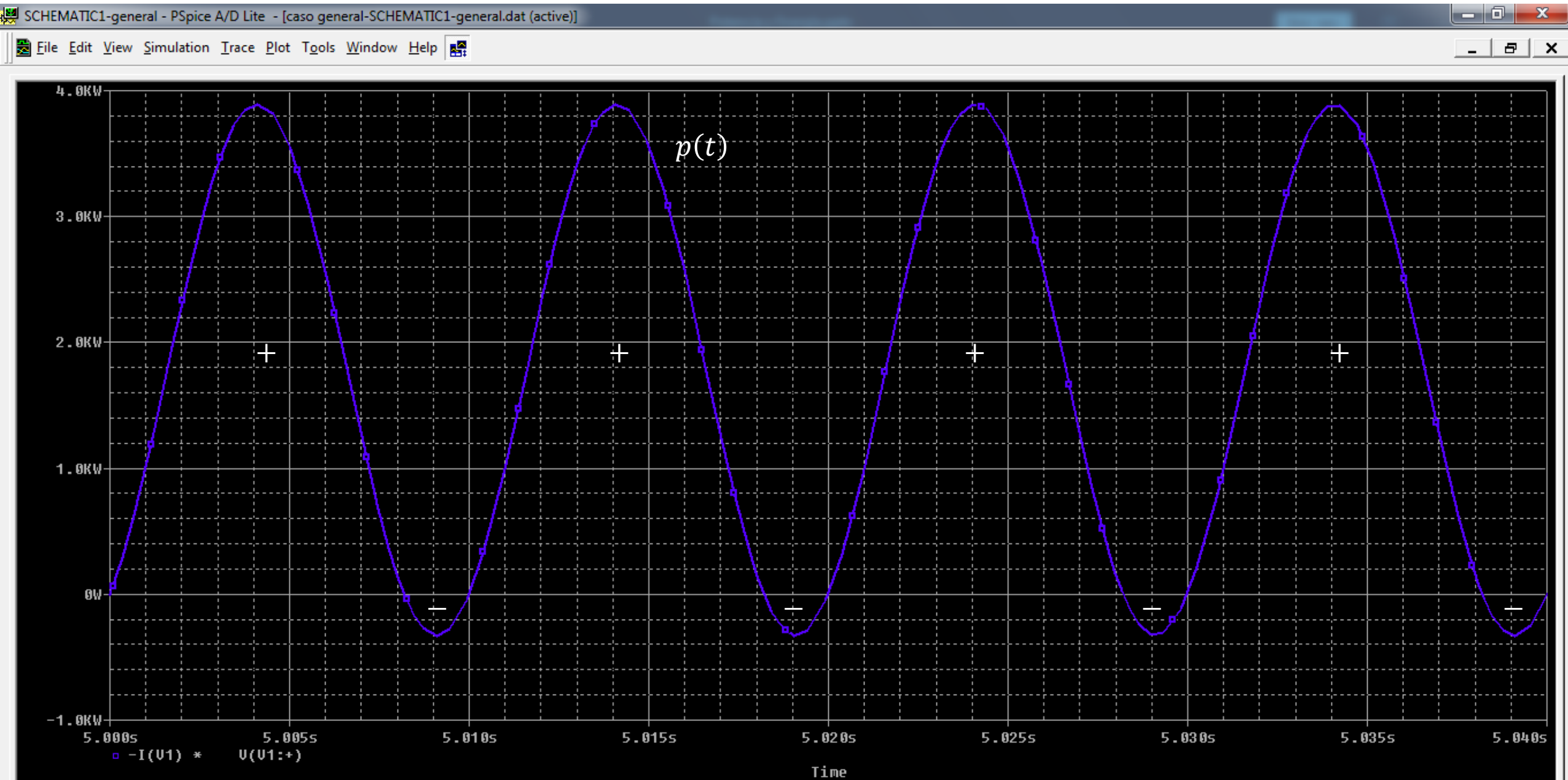
En un circuito inductivo, en el que la intensidad de corriente está en atraso respecto de la tensión, decimos entonces que tenemos un factor de **potencia en retraso**, y en un circuito capacitivo, como la corriente adelanta a la tensión, tenemos un factor de **potencia en adelanto**.

Sacar conclusión: Se puede observar
Que $\cos \varphi$ siempre es positivo y por lo
Tanto P también será.

Gráfica potencia instantánea, tensión y corriente.



Gráfica potencia instantánea



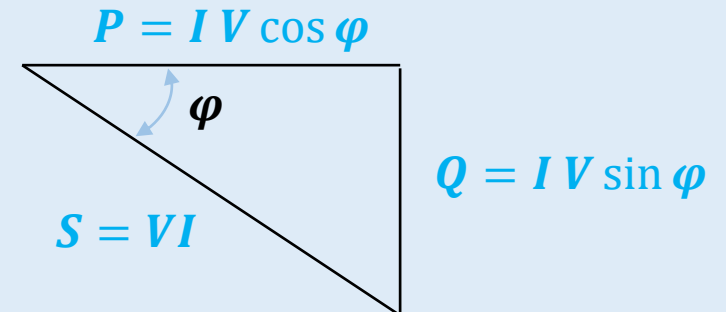
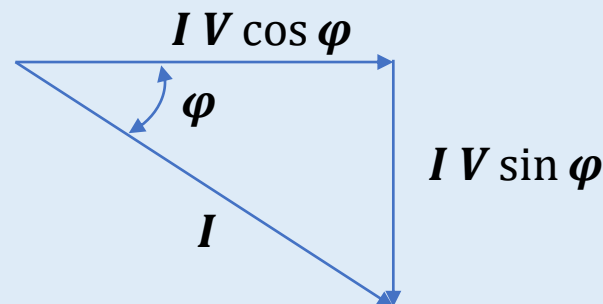
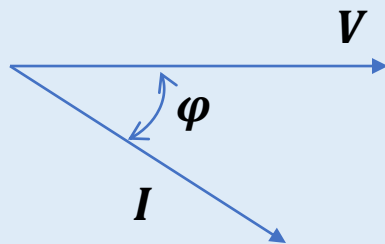
$P = \text{Potencia activa } VI \cos \varphi \rightarrow W$

$S = \text{Potencia aparente } VI \rightarrow VA \text{ o } kVA$

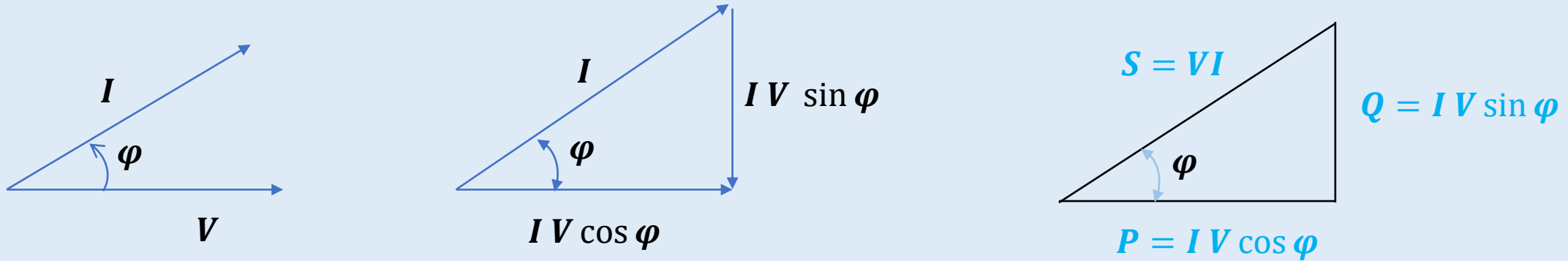
$Q = \text{Potencia reactiva } VI \sin \varphi \rightarrow VAR \text{ o } kVAR$

Triángulo de Potencias

- Las expresiones de la potencia, se las pueden representar geoméricamente mediante los lados de un triángulo, que se llama *triángulo de potencias*.
- Triángulo de Potencias: Carga inductiva, factor de potencia en retraso.**



- **Triángulo de Potencias: Carga Capacitiva, factor de potencia en adelante.**



- **Potencia Compleja**

El triángulo de potencias, para S , P y Q , también se puede deducir del producto de \mathbf{VI}^* , de la tensión por el conjugado de la corriente. Este producto da como resultado un número complejo que se llama *potencia compleja* S . Esta potencia compleja posee toda la información relevante de potencia sobre la carga. Su parte real es la *potencia activa* P y su parte imaginaria es la *potencia reactiva* Q .

$$V = V e^{j\alpha}$$

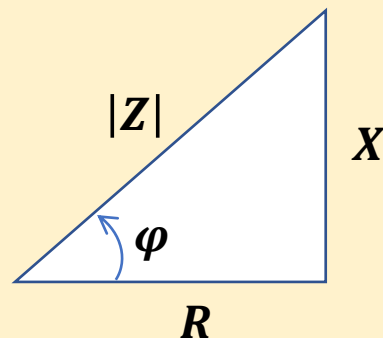
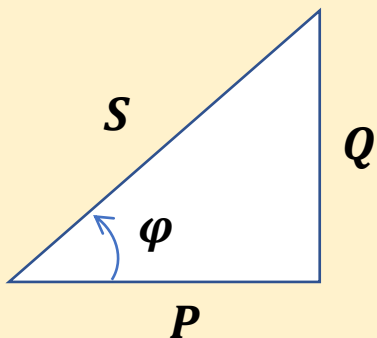
$$I = I e^{j(\alpha+\theta)}$$

$$S = VI^* = V e^{j\alpha} I e^{j(\alpha-\theta)} = VI e^{-j(\theta)} = VI \cos \theta - jVI \sin \theta = P - jQ$$

Potencia Compleja

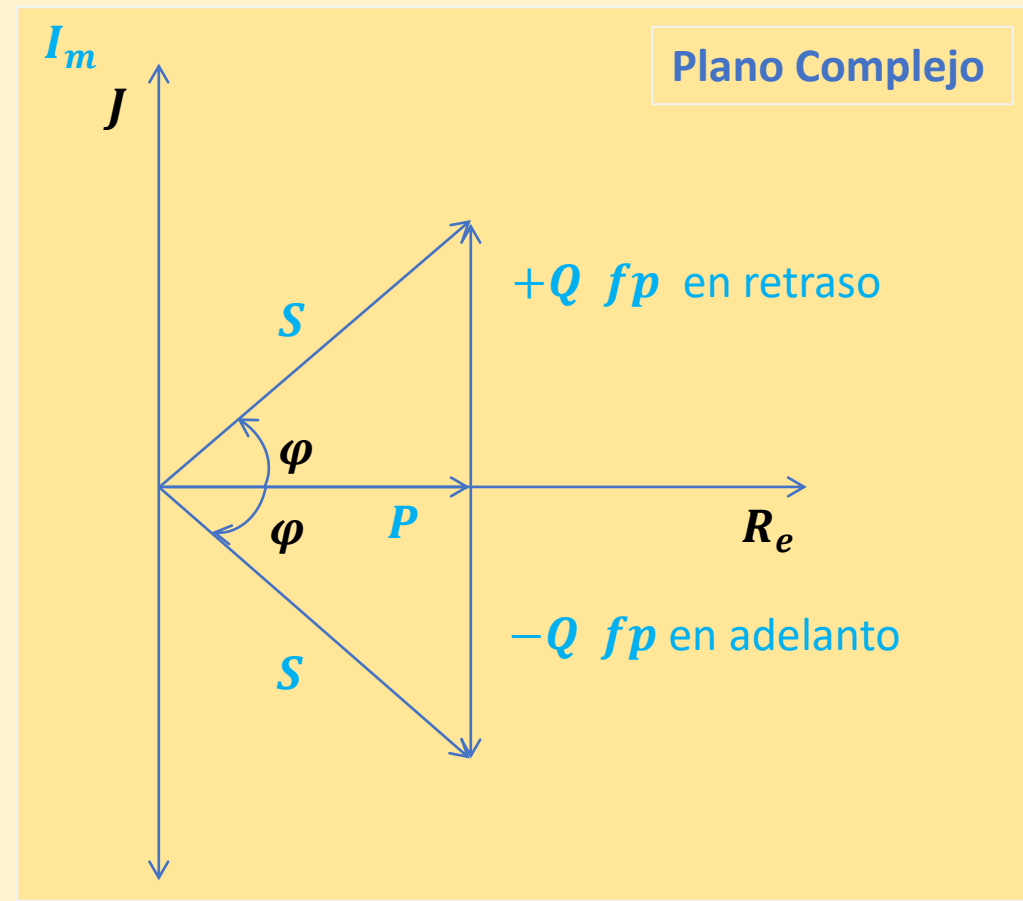


$$S = P - jQ$$



$\varphi \rightarrow$ ángulo del factor de potencia.

$I^* \rightarrow$ conjugado de la corriente.



- ***Corrección del factor de potencia***

En las aplicaciones industriales, normalmente, se trabajan con cargas de carácter inductivo, por lo que intensidad de corriente está retrasada respecto de la tensión aplicada. En el triángulo de potencias, la *hipotenusa* S es una medida de la carga del sistema de distribución y el *cateto* P es una medida de la potencia útil suministrada. Lo que interesa es que S se aproxime lo más posible a P , es decir, que el *ángulo* φ sea lo más pequeño posible. En el caso de una carga *inductiva*, es posible corregir el factor de potencia agregando capacitores en paralelo con la carga. La tensión en la carga no varía con lo que la potencia útil P se mantiene constante. Al aumentar el factor de potencia lo que disminuyen son la *intensidad de corriente* y la *potencia aparente* lo que implica que se consiga una utilización más eficiente de la potencia en el sistema o red de distribución.

- Ejemplo de Corrección del factor de potencia.**

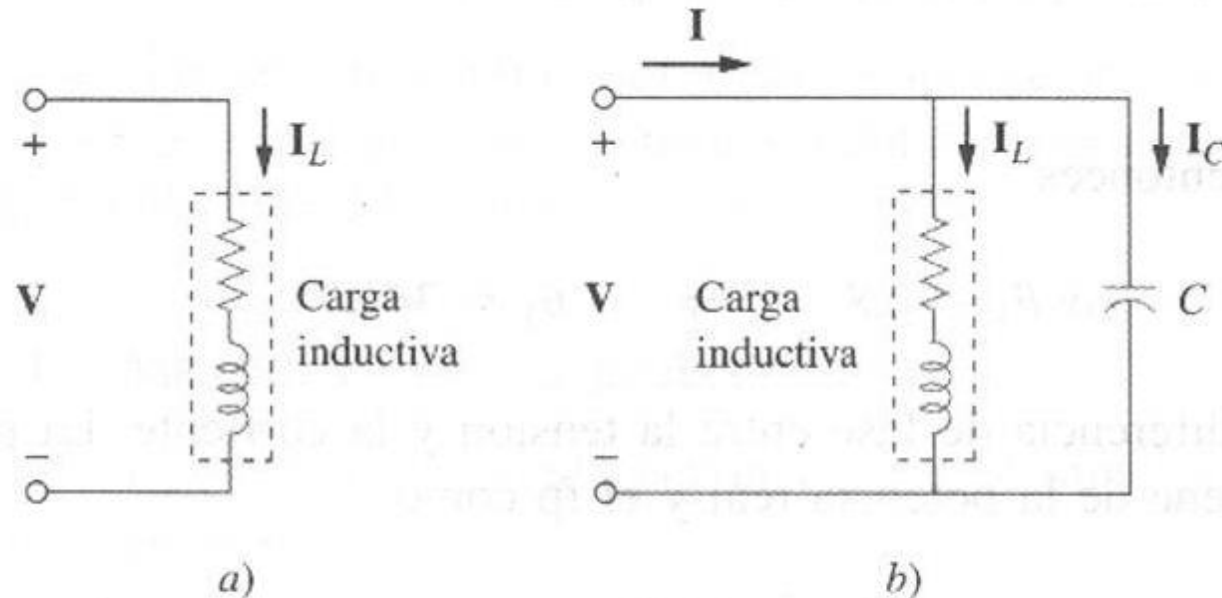


Figura 11.27

Corrección del factor de potencia: a) carga inductiva original, b) carga inductiva con factor de potencia mejorado.

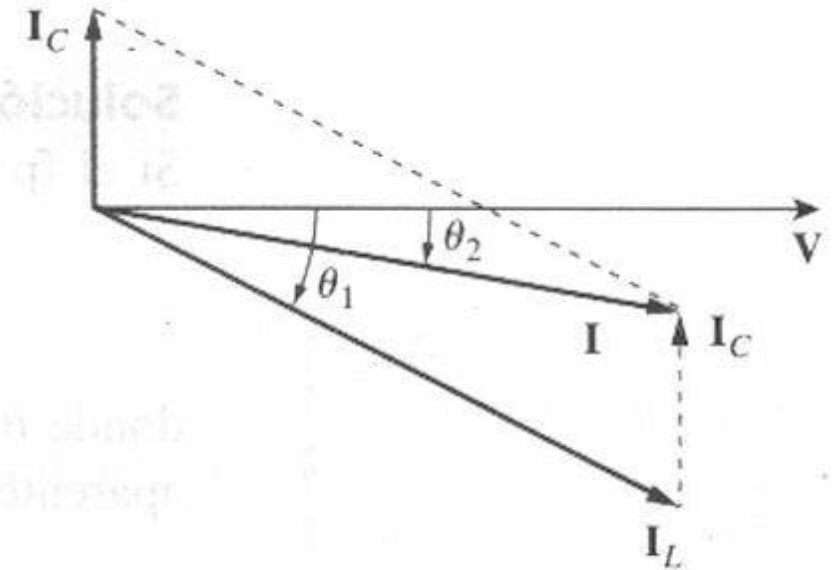
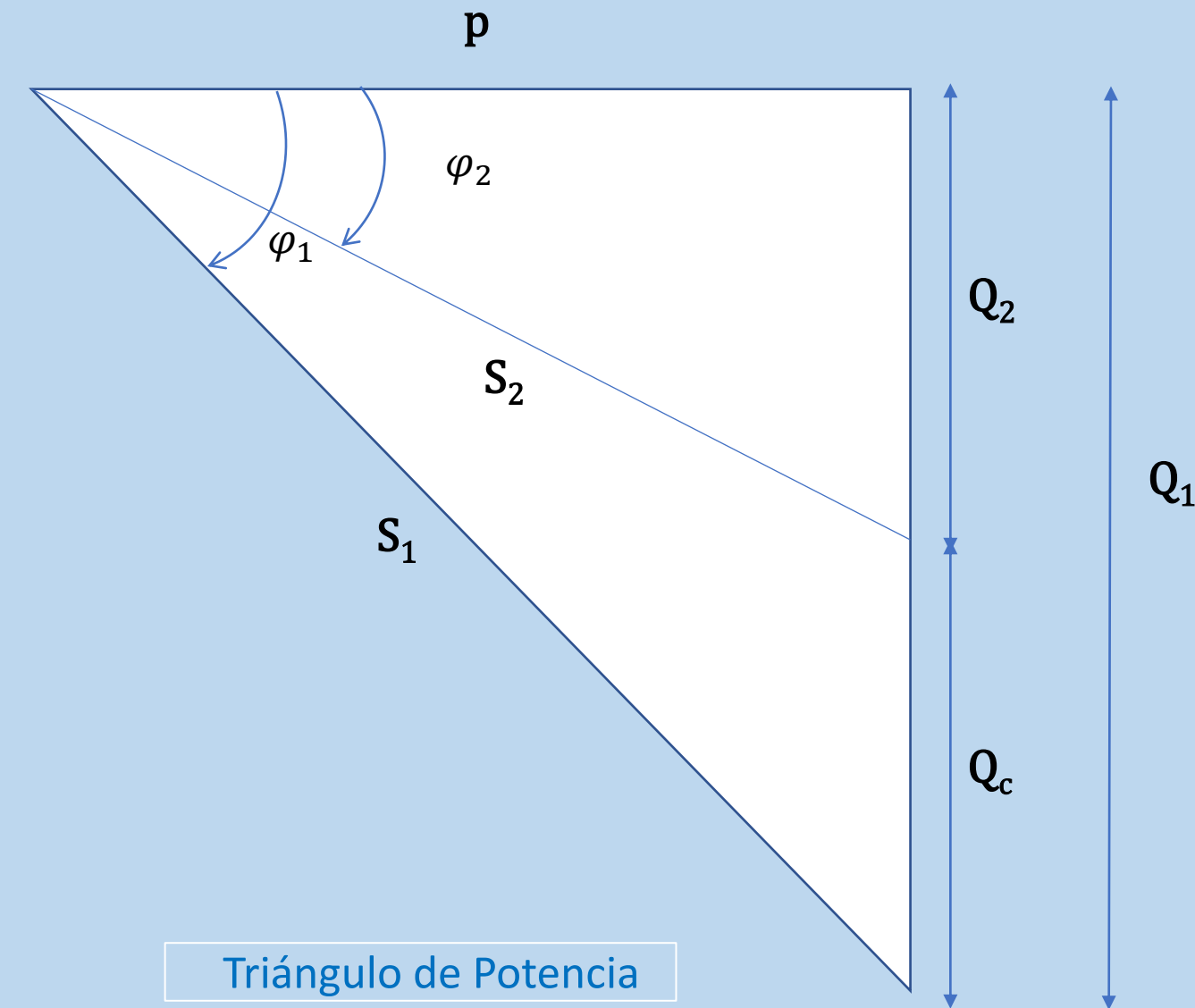


Figura 11.28

Diagrama fasorial que muestra el efecto de añadir un capacitor en paralelo con la carga inductiva.

¿ Cómo se conectan los elementos para mejorar factor de potencia? (Capacitor o Inductor)
Justifique la respuesta.

Corrección del factor de potencia , para el caso de cargas inductivas. (factor de potencia en atraso)



$$P = S_1 \cos \varphi_1$$

$$Q_1 = S_1 \sin \varphi_1 = P \tan \varphi_1$$

$$Q_2 = P \tan \varphi_2$$

Potencia reactiva del condensador

$$Q_c = Q_1 - Q_2 = P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

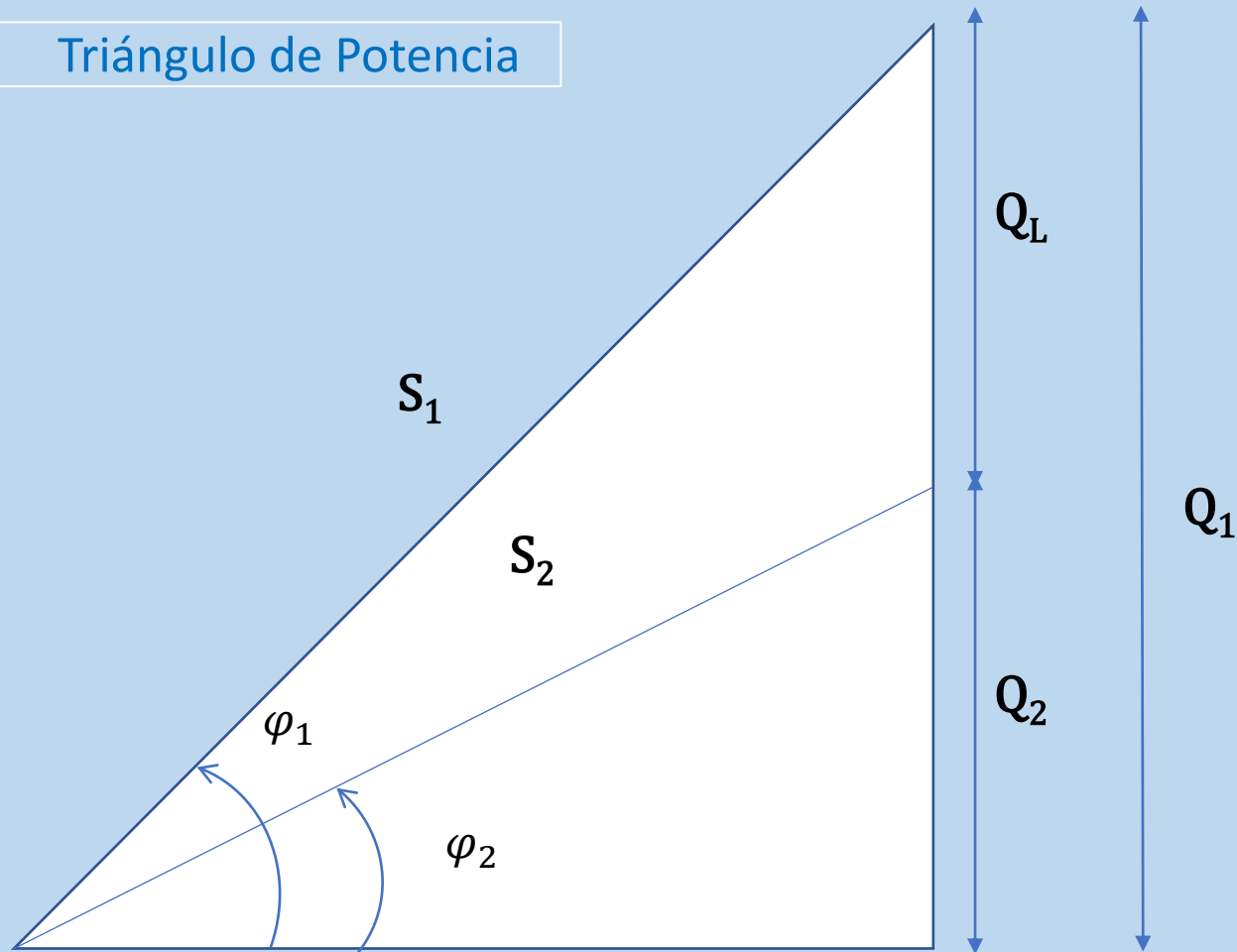
Capacitancia del condensador

$$Q_c = \frac{V_{rms}^2}{X_c} = \omega C V_{rms}^2$$

$$C = \frac{Q_c}{\omega V_{rms}^2} = \frac{P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{\omega V_{rms}^2}$$

Corrección del factor de potencia, para el caso de cargas capacitivas. (factor d potencia en adelante)

Triángulo de Potencia



$$P = S_1 \cos \varphi_1$$

$$Q_1 = S_1 \sin \varphi_1 = P \tan \varphi_1$$

$$Q_2 = P \tan \varphi_2$$

Potencia reactiva del Inductor

$$Q_L = Q_1 - Q_2 = P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

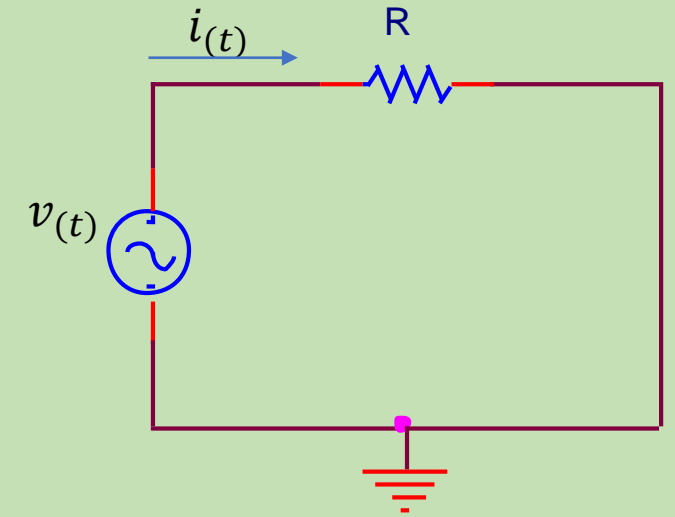
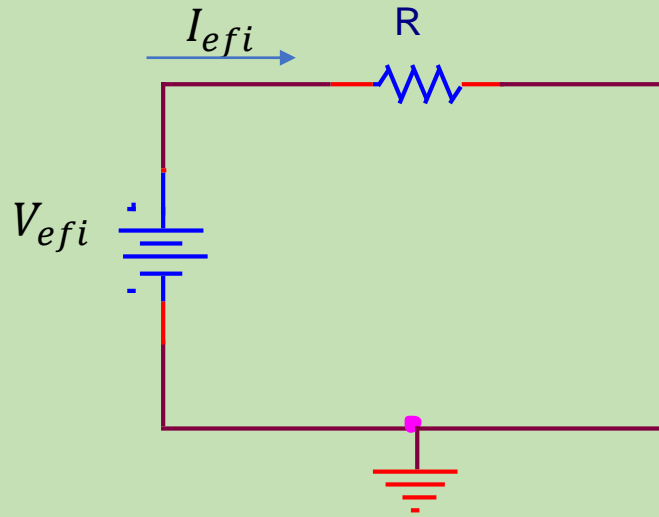
Inductancia, del Inductor o bobina

$$Q_L = \frac{V_{rms}^2}{X_L} = \frac{V_{rms}^2}{\omega L}$$

$$L = \frac{V_{rms}^2}{\omega Q_L} = \frac{V_{rms}^2}{\omega P (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}$$

Valor eficaz o rms

Para saber cuánto eficaz es una fuente de tensión o de corriente, cuando suministra energía, partimos de determinar el valor eficaz.



$$P = I_{efi}^2 R$$

igualamos y despejamos el valor eficaz

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2 dt$$

lo mismo para la tensión

“El valor eficaz de una corriente periódica es igual al valor de corriente continua, que entrega la misma potencia promedio a un resistor que el valor de corriente periódica”

$$I_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$V_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2 dt}$$

Al valor eficaz, también se lo conoce como *valor rms*
(raíz cuadrada del promedio de la señal al cuadrado)

$$I_{efi} = I_{rms}$$

$$V_{efi} = V_{rms}$$

- Tomemos como ejemplo una senoide $i(t) = I_m \cos \omega t$

$$I_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2 \omega t \, dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (1 + \cos^2 2\omega t) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Podemos escribir que para
una función senoidal

$$I_{efi} = I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$V_{efi} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Distintas maneras de
expresar la Potencia

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos \theta$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \varphi$$

$$P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \varphi$$

1. Para alimentar un conjunto de equipos eléctricos se utiliza una fuente monofásica de 50 kVA, 220 V, 50 Hz. En dicha instalación existen las siguientes cargas:
- 10 motores de inducción monofásicos de 5 CV, 220 V, 50 Hz, F.P.= 0,84 en retraso cada uno de ellos.
 - 40 tubos fluorescentes, para alumbrado general, de 60 W, 220 V, F.P.= 0,5 en retraso, por unidad.
 - Distintas tomas de alimentación con un consumo total de 2 kW, 220 V, 50 Hz y factor de potencia unidad.
 - Al conjunto de cargas anteriormente citadas se le pretende añadir un equipo de aire acondicionado, cuya placa de características es: 3.710 W, 220 V, 50 Hz, 18,8 A, siendo el equipo inductivo.

Se pide encontrar la forma de realizar la conexión de **TODAS** las cargas para que el sistema funcione correctamente. Justificar la solución que encuentre.

Realizar el diagrama fasorial del total de la instalación. Indicar el fasor de referencia.

$$1 \text{ kW} = 1,36 \text{ CV}$$

$$1 \text{ kW} = 1,34 \text{ HP}$$

$$1 \text{ CV} = 0,986 \text{ HP}$$

$$1 \text{ CV} = 0,736 \text{ kW}$$

$$1 \text{ HP} = 0,746 \text{ kW}$$

$$1 \text{ HP} = 1,014 \text{ CV}$$

Medición de potencia con *Wattímetro*

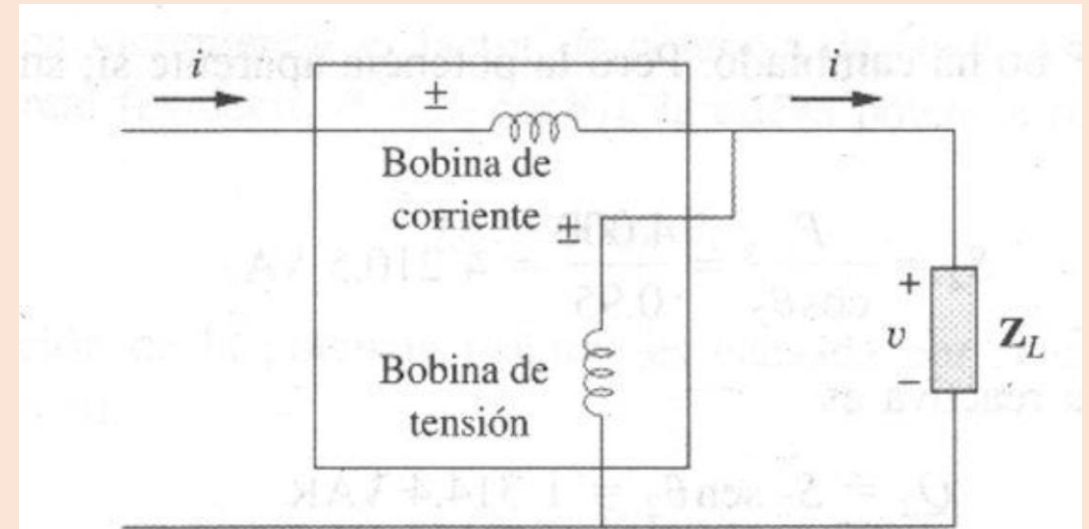
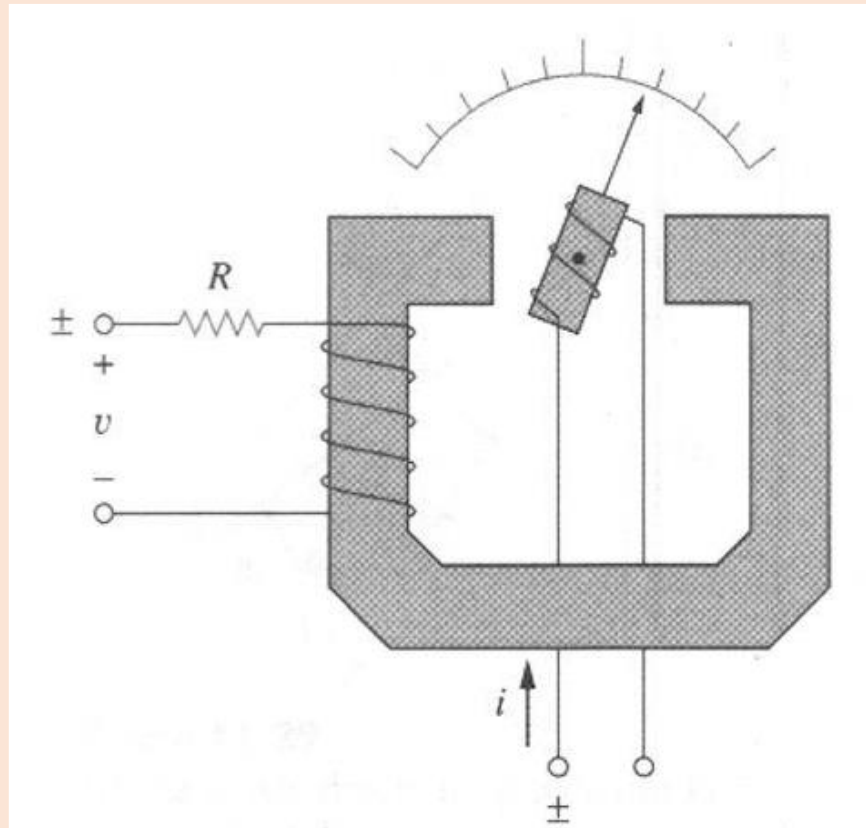


Figura 11.31

Wattímetro conectado a la carga.