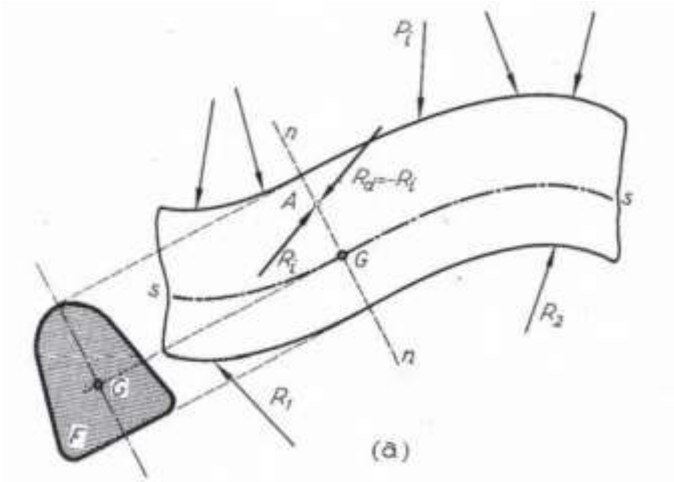
SISTEMAS DE ALMA LLENA

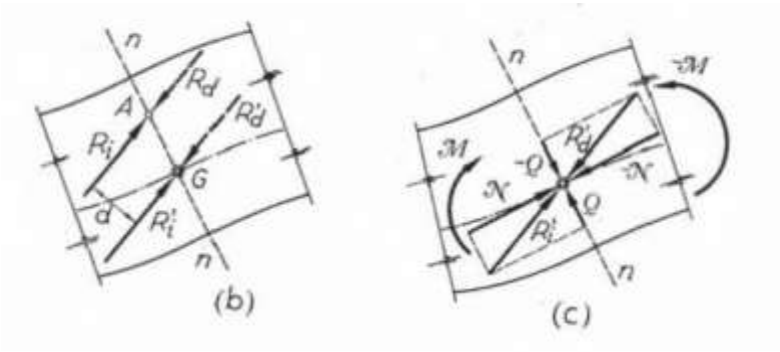
Sea, la figura (a), S –S una línea plana contenida en un plano π y F una figura cualquiera normal a aquella, que se desplaza en forma tal que su baricentro pertenezca en todo momento a la línea.
En su desplazamiento, la figura engendrará un sólido, que podemos imaginar como un conjunto de puntos materiales, cuyas distancias relativas se mantienen invariables por el vínculo de la rigidez.
Si la figura es simétrica con respecto al plano π, el sólido engendrado por la figura al desplazarse a lo largo de S – S, también será simétrico con respecto a π.



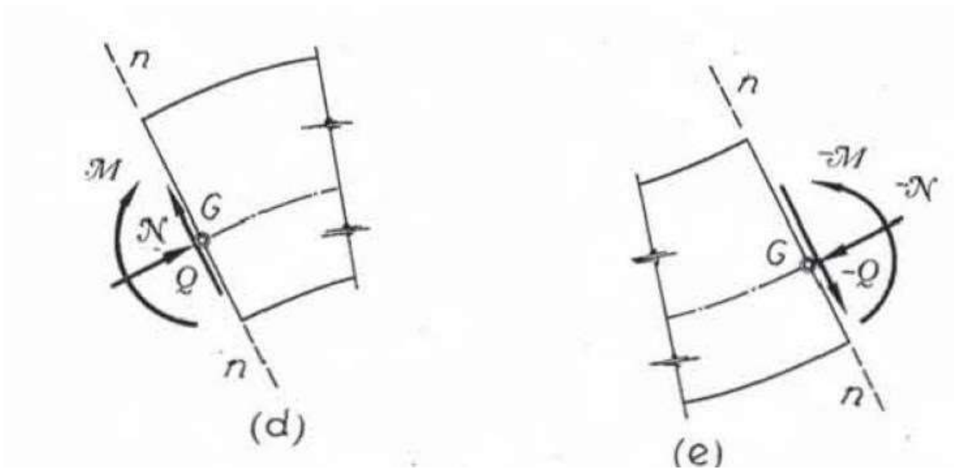
Si además las fuerzas aplicadas al sólido se hallan simétricamente dispuestas con respecto al mismo plano, cada par de cargas Pi’ y Pi’’, admitirá un resultante Pi cuya recta de acción se hallará contenida en el plano de simetría de la figura.
Si también, los vínculos son simétricos, sus reacciones podrán ser reemplazadas con fuerza reactivas Ri actuantes en el plano π. De ahí que los efectos del estudio del Equilibrio del SÓLIDO podamos REEMPLAZARLO POR UNA CHAPA (Materialización del plano π de simetría) denominado DE ALMA LLENA, sujeto a la acción del Sistema de fuerzas Pi, contendido en la misma.
Supongamos que la chapa de la figura (a) se encuentra en EQUILIBRIO bajo la acción del sistema de fuerzas Pi, R1 y R2 activas las primeras y reactivas las dos últimas. Imaginemos una sección n –n normal a la curva directriz.
Llamamos Ri a la resultante de las fuerzas que actúan a la izquierda de n – n (RESULTANTE IZQUIERDA) y Rd = - Ri (RESULTANTE DERECHA).
Por razones de EQUILIBRIO son dos FUERZAS OPUESTAS que interceptan la sección n – n considerada, en un PUNTO A.
Al ser trasladada al BARICENTRO G. obtenemos:

$$Ri' = -Rd'$$
$$Mi = Ri \times d$$
$$Md = Rd \times d$$

Figura (b)



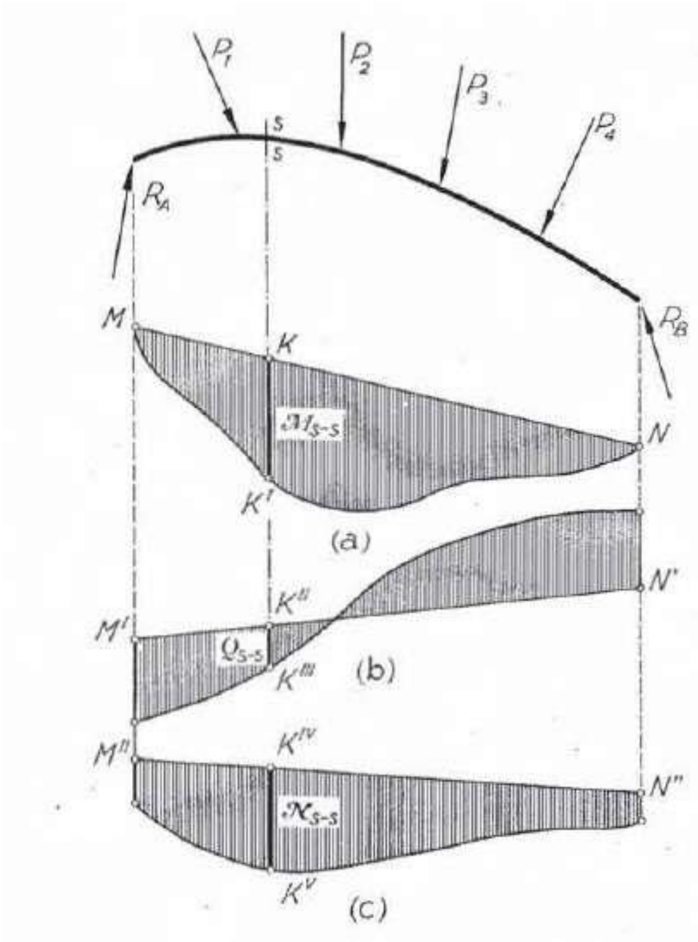
A su vez a la fuerza aplicada en el baricentro G, Ri’ y Rd’ se las puede descomponer en COMPONENTES NORMALES A LA SECCIÓN y CONTENIDAS EN EL PLANO DE LA MISMA, indicadas con N y Q. Figura (c).
El conjunto de los dos pares M y – M constituye en lo sucesivo en la que DENOMINAREMOS “MOMENTO FLECTOR O FLEXOR”, cuya definición enunciaremos:
Se denomina momento flector M en una sección “el par de pares que actúan normalmente a uno y otro lado de la misma, cuyos momentos corresponden a los momentos con respecto al baricentro de la sección de las resultantes izquierda y derecha y cuyo signo viene dado por el momento de la resultante izquierda o de la derecha cambiado de signos”.
Definiremos como “ESFUERZO DE CORTE O TANGENCIAL” en una sección al conjunto de las dos fuerzas, cuyas rectas de acción se encuentran contenidas en el plano de aquellas y cuyas intensidades corresponden a las proyecciones de las resultantes izquierda o derecha sobre el plano de la sección y cuyo signo lo define la proyección de la resultante izquierda”.
Finalmente, las proyecciones de las resultantes izquierda y derecha, normales a la sección nos permite definir “como esfuerzo NORMAL o ESFUERZO AXIAL al conjunto de las dos fuerzas aplicadas al baricentro de la sección considerada, cuya recta de acción son normales al plano de la misma y cuyas intensidades corresponden a las proyecciones sobre dicha dirección de la resultante izquierda y derecha. El signo del esfuerzo normal depende de si la sección resulta solicitada por tracción o compresión.
POR TRACCIÓN (+)
POR COMPRESIÓN (-)



El esfuerzo de CORTE, el esfuerzo NORMAL y el momento FLECTOR CONSTITUYEN LOS TRES ESFUERZOS CARACTERÍSTICOS DE LA SECCIÓN CONSIDERADA.
Ahora si imaginamos SUPRIMIDA la parte de la chapa ubicada a la izquierda de la sección n-n, la parte derecha no se encontrará más en equilibrio; para restituirla será necesario aplicar a la sección una acción equivalente en sus efectos a la parte suprimida, es decir su RESULTANTE IZQUIERDA O BIEN SUS TRES COMPONENTES M; N; Q. Fig. (d)
Si, en cambio, se suprimiese la parte derecha, deberá aplicarse a la sección la resultante o sus componentes. Figura (e)

DIAGRAMA DE ESFUERZOS CARACTERÍSTICOS

Sea el sistema de alma llena, representado por su eje en EQUILIBRIO bajo la acción del sistema de fuerzas exteriores activas Pi y reactivas RA y RB.
Supongamos haber determinado para distintas secciones S – S del mismo, los valores de M, Q, N.



Si al partir un eje de referencia cualquiera MN y en una dirección arbitraria (vertical en el caso de la figura “a”), llevamos en correspondencia con lo vertical de cada sección, segmentos de KK´- que, en una ESCALA DETERMINADA, representen los valores de los correspondientes momentos flectores. EL LUGAR GEOMÉTRICO DE LOS PUNTOS ASÍ OBTENIDOS, CONSTITUYEN UNA FIGURA DENOMINADA “DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXORES”.
Procediendo en forma similar con los esfuerzos de corte y normales es posible construir diagramas análogos para ambos esfuerzos característicos (Fig.”b” y “c”).
Los diagramas de Mf; Q; N, permiten OBTENER DE INMEDIATO y PARA CUALQUIER SECCIÓN EL VALOR DEL ESFUERZO CARACTERÍSTICO CORRESPONDIENTE.
El segmento definido por esta entre el eje de referencia y el diagrama propiamente dicho, leído en la ESCALA CORRESPONDIENTE da el VALOR DE LA CARACTERÍSTICA BUSCADA EN MAGNITUD Y SIGNO. Permiten, además, formarse una composición de lugar sobre la forma en que varían de sección en sección LOS ESFUERZOS CARACTERÍSTICOS Y EN CUALES DE ELLAS ALCANZAN SUS VALORES MÁXIMOS, MÍNIMOS Y NULOS.

DIFERENTES ESTADO DE CARGAS (Forma analítica):

A. VIGA CARGADA CON UNA FUERZA VERTICAL CONCENTRADA EN UNO DE SUS PUNTOS

- Recordemos que, si en un sistema de fuerzas verticales coplanares está en equilibrio, deben verificarse dos condiciones:

$$\sum_{i=1}^{n} Fi = 0$$

Analiticamente

$$\sum_{i=1}^{n} Mi_{respecto\ a\ un\ punto} = 0$$

Y GRÁFICAMENTE:

A. POLÍGONO DE FUERZAS CERRADO.
B. POLÍGONO FUNICULAR CERRADO.

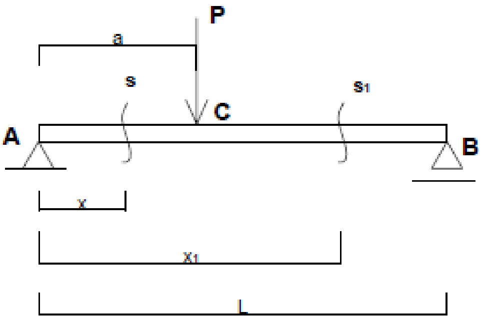
De la condición;

$$\sum_{i=1}^{n} Mi_{respecto\ a\ un\ punto} = 0$$

se deduce que la suma de los momentos de las fuerzas SITUADAS A LA IZQUIERDA DE UN PUNTO CUALQUIERA "O" del plano, es igual y de signo contrario a la suma de los momentos de las fuerzas situadas a la derecha.

Esas dos sumas son IGUALES EN VALOR ABSOLUTO.

Si consideramos una VIGA RECTILÍNEA apoyada libremente en A y B y sea P la carga solicitante concentrada en una cualquiera de los puntos de la viga en C, el sistema está en EQUILIBRIO porque los apoyos reaccionan con dos fuerzas RA y RB cuya resultante es igual y directamente opuesta a la carga P. (ver Fig.)



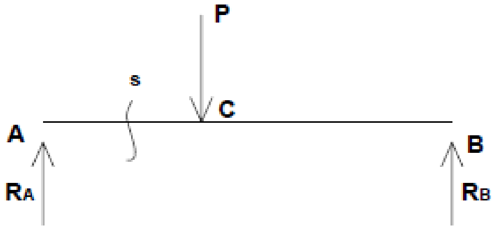
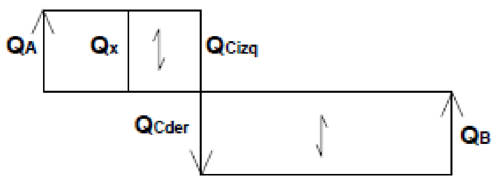
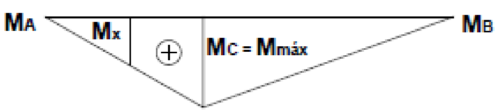


Diagrama de Cuerpo Libre



Q (Escala de Fuerzas)



Mf (Escala de Momentos)

CALCULO DE REACCIONES DE VÍNCULO:

$$\sum_{i=1}^{n} Fi = 0 \quad \rightarrow \quad RA - P + RB = 0 \quad (1)$$

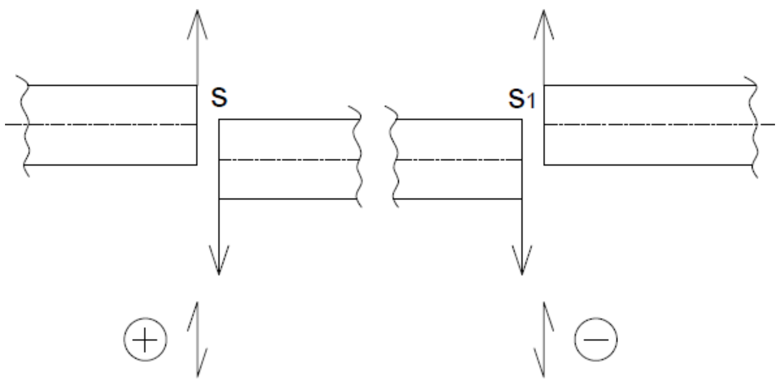
Momento con respecto al punto A

$$\sum_{i=1}^{n} MA = 0 \quad \rightarrow \quad P\,.\,a - RB\,.\,L = 0 \quad (2)$$

De (2) $RB = \dfrac{P\,.\,a}{L}$ reemplazando en (1)

$$RA = P - \frac{P\,.\,a}{l} = \frac{P\,.\,(l-a)}{l} \quad \rightarrow \quad RA = \frac{P\,.\,(l-a)}{l}$$

Consideremos ahora una sección cualquiera "S" de la viga. Evidentemente ello es solicitado a la IZQUIERDA por la reacción RA y a la DERECHA por la fuerza P y la reacción RB con signo cambiado.
Llámese ESFUERZO CORTANTE en la sección S a la fuerza (o suma de fuerzas) que actúa a la IZQUIERDA, igual y de signo contrario a la fuerza (o suma de fuerzas) que actúa a la derecha.
En efecto la sección S, con respecto a otra sección infinitamente cercana, tiende por la acción de las fuerzas situadas a su izquierda y a su derecha a RESBALAR (se corta en la sección S).
En cuanto al signo, se considera POSITIVO, si el brazo de la viga situada a la izquierda de la sección S tiende a SER ELEVADO CON RESPECTO AL BRAZO SITUADO A LA DERECHA Y NEGATIVO EN CASO CONTRARIO. (Fig.)



$$Qi = RA$$

$$Qi = P.\frac{(l-a)}{l}$$

De acuerdo a la expresión, de arriba, en toda sección "S" tal que "x "sea menor a "a", (izquierda de P) , el esfuerzo de corte Qi = Ra
En toda la sección S1, x > a, o sea en toda sección situada a la derecha de P, el esfuerzo de corte es:

$$Qd = -RB$$

$$Qd = -P.\frac{a}{l}$$

Resulta entonces que el esfuerzo de corte entre A y C; y C y B es constante.
- Además las tres fuerzas P; RA y RB, actúan con diferentes brazos con respecto a una sección cualquiera de la viga, pero como están en equilibrio, la suma ALGEBRAICA DE SUS MOMENTOS con respecto a la sección considerada debe ser cero.
(Es decir el Mf izquierda = - Mf derecha).
En cuanto a los signos se considera POSITIVOS los momentos de las fuerzas de la izquierda que tienden a producir un movimiento en el sentido de las agujas del reloj y NEGATIVO, los que tienden a producirlo en sentido contrario.

$$Mi = RA\,.x \qquad \rightarrow \qquad Mi = P\,.\frac{(l-a)}{l}\,.x \qquad para\ x \leq a$$

$$Md = RB\,.(l-x) \qquad \rightarrow \qquad Md = P\,.\frac{a}{l}\,.(l-\ x) \qquad para\ x \geq a$$

Cuando:

$$x = 0 \qquad \rightarrow \qquad M = 0 \qquad\qquad Momento\ izquierdo$$

$$x = l \qquad \rightarrow \qquad M = 0 \qquad\qquad Momento\ derecho$$

- Su valor MÁXIMO corresponde al valor “a” de x (Punto de aplicación de P)

$$Mmax = RA\,.a$$

$$Mi = P\,.\frac{(l-a)}{l}\,.x$$

$$x = a \qquad \rightarrow \qquad Mi = Mmax = P.\frac{(l-a)}{l}\,.a$$

Como $P.\frac{(l-a)}{l} = RA$ $\qquad \rightarrow \qquad$ $Mi = RA\,.a$

$$x = a \qquad \rightarrow \qquad Md = Mmax = P.\frac{a}{l}\,.(l-x) = P.\frac{a}{l}\,.(l-a) = \ P.\frac{(l-a)}{l}\,.a$$

Como $P.\frac{(l-a)}{l} = RA$ $\qquad \rightarrow \qquad$ $Md = RA\,.a$

RESUMEN:

Esfuerzos de corte:

$$Qi = RA = P.\frac{(l-a)}{l} \qquad\qquad para\ x < a$$

$$Qd = -RB = -P.\frac{a}{l} \qquad\qquad para\ x > a$$

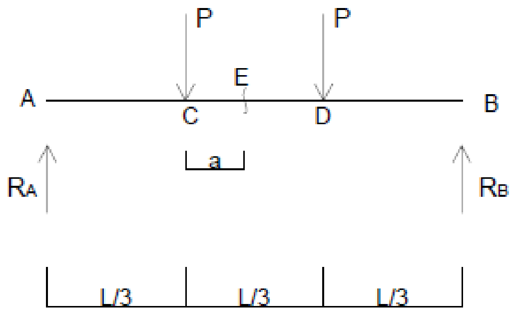
Momentos Flectores:

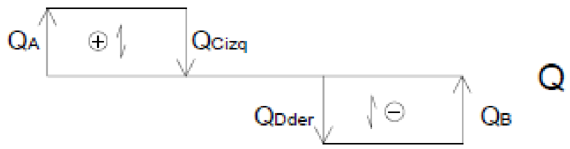
$$Mi = RA\,.x = P\,.\frac{(l-a)}{l}\,.x \qquad\qquad para\ x < a$$

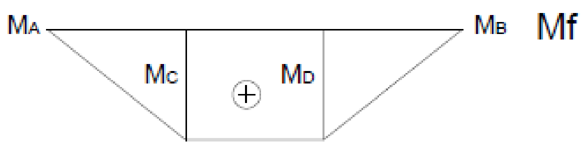
$$Md = RB\,.\,(l - x) = \frac{P\,.\,a}{l}\,.\,(l - x) \qquad para\; x > a$$

B. VIGA CARGADA CON VARIAS FUERZAS VERTICALES IGUALES CONCENTRADAS

B – 1 Con dos cargas P iguales concentradas en puntos que dividen la viga en tres partes iguales.







- Las reacciones son: RA = RB = - P
- El esfuerzo de corte es el indicado en la figura donde entre los puntos C y D el esfuerzo de corte es nulo.

Para determinar el momento flector tenemos:

$$Mc = RA\,.\,\frac{l}{3} = \frac{P\,.\,l}{3} \qquad \rightarrow \qquad Mc = \frac{P\,.\,l}{3}$$

Ahora bien, entre el apoyo A y C el diagrama del “Mf”, varia en forma lineal (pues a la izquierda de cualquier sección entre A y C el momento varia con la distancia de la sección al punto A, ya que la única fuerza actuante es RA. En el apoyo en A es nulo, el momento flector.

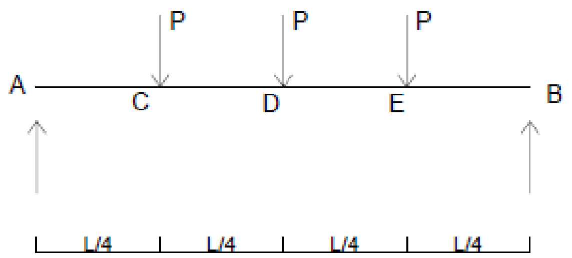
- El momento flector en D es igual al momento flector en C, entre C y D el Mf es constante e igual a P.L/3
- En efecto si tomamos momentos a la izquierda del punto E, las únicas fuerzas actuantes son RA y P

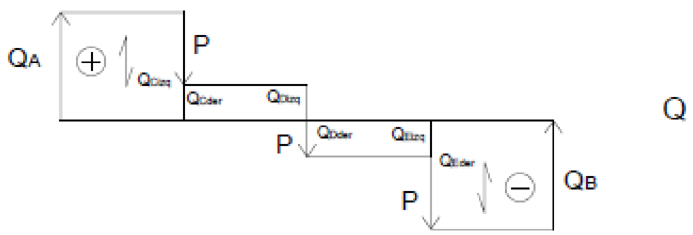
$$ME = RA\,.\left(\frac{l}{3} + a\right) - P.a \qquad \rightarrow \qquad como\ RA = P$$

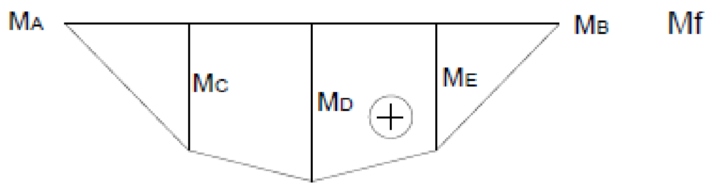
$$ME = P\,.\left(\frac{l}{3} + a\right) - P.a \qquad \rightarrow \qquad ME = \frac{P\,.\,l}{3}$$

- Y entre los puntos D y B el momento flector varia en forma lineal.

B – 2: Con tres cargas concentradas iguales a distancias iguales







- Cada reacción vale:

$$RA = RB = \frac{3}{2}\,.P$$

Conocidas las reacciones de vínculos se puede determinar el diagrama de esfuerzo de corte.
Los momentos en A, C, D, E y B son:

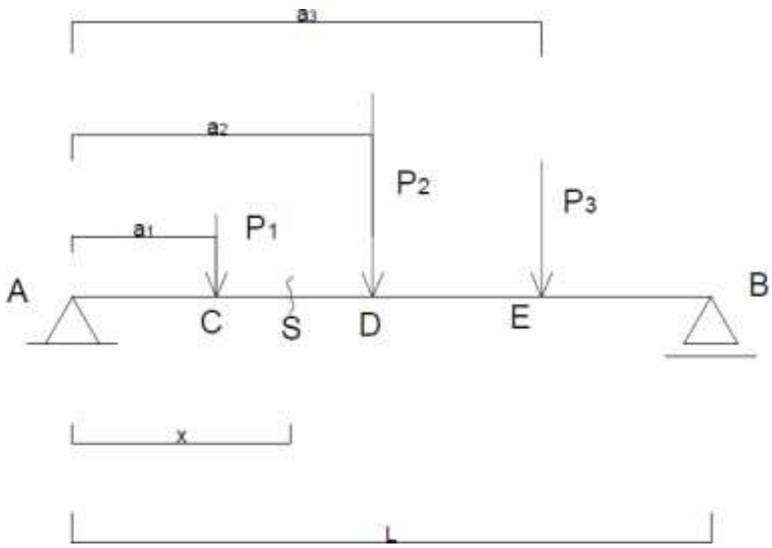
$$MA = 0$$

$$MC = ME = \frac{3}{2} \,.\, P \,.\, \frac{l}{4} = \frac{3 \,.\, P \,.\, l}{8}$$

$$MD = (\frac{3}{2} \,.\, P \,.\, \frac{l}{2}) - (\frac{P \,.\, l}{4}) = \frac{P \,.\, l}{2}$$

Entre A y C, C y D, D y E, E y B los momentos flectores varían en forma lineal.
Se determina así el diagrama de momento flector.

C. VIGA CARGADA CON VARIAS CARGAS CONCENTRADAS VERTICALES CUALESQUIERA



Consideremos la viga AB, sobre la cual actúan las fuerzas verticales P1, P2, P3; sean a1; a2; a3 las respectivas distancias de las fuerzas al apoyo en A.

Tomando momento en respecto al punto A tenemos:

$$\sum MA = P1 \,.\, a1 + P2 \,.\, a2 + \; P3 \,.\, a3 - RB \,.\, L = 0$$

$$\rightarrow \qquad RB = \frac{P1 \,.\, a1 + \; P2 \,.\, a2 + \; P3 \,.\, a3}{L}$$

Teniendo en cuenta que para el equilibrio debe verificarse:

$$\sum Fv = 0 \qquad \rightarrow \qquad P1 + P2 + P3 - RA - RB = 0$$

$$RA = P1 + P2 + P3 - RB$$

- Conocida las reacciones de vínculos y en conjunto con las cargas activas (P1; P2; P3), resulta posible determinar LOS ESFUERZOS CORTANTES que corresponden a distintas secciones de la viga, a la sección S por ejemplo.
- Bastará sumar algebraicamente las fuerzas que actúan a la izquierda de S.

$$Qx = RA - P1$$

y si se quiere determinar a la derecha de S, se tiene

$$Qx = -(RB - P2 - P3)$$

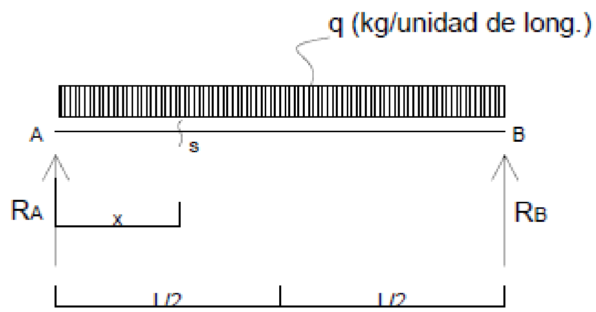
y ambos valores son naturalmente iguales.

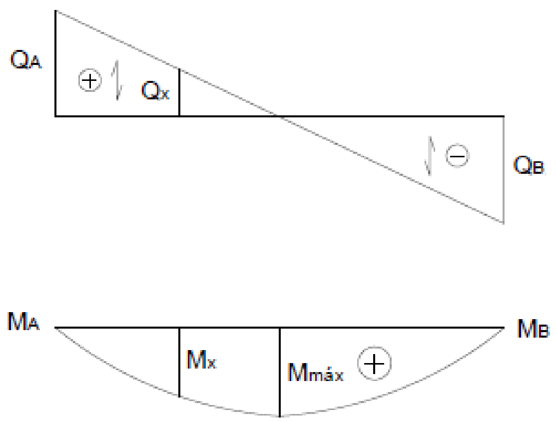
Determinamos ahora el momento flector correspondiente a la sección arbitraria S:

$$Mx = RA\,.\,x - P1\,.\,(x - a1)$$

De esta manera se puede determinar los ESFUERZOS CORTANTES y LOS MOMENTOS FLECTORES CORRESPONDIENTES A LAS SECCIONES EN C; D; E y B.

D. VIGA SIMPLEMENTE APOYADA EN LOS EXTREMOS QUE SOPORTA UNA CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA





Trátese de la viga AB que soporta una carga uniformemente distribuida

$$q \ [{}^{kg}/_{unidad\ de\ longitud}]$$

Siendo L la longitud de la viga, el peso total soportado es

$$q\,.\,L = Q$$

Las dos reacciones son evidentemente iguales.

$$RA = RB = \frac{Q}{2} = \frac{q\,.\,L}{2}$$

El esfuerzo de corte en una sección arbitraria S, distante x del apoyo A es:

$$Qx = RA - q\,.\,x = \frac{q\,.\,L}{2} - q\,.\,x$$

$$Qx = q\,.\,(\frac{L}{2} - \ x) \qquad\qquad (1)$$

La ecuación (1) es una función de 1º grado en "x", su gráfico es pues una recta:

$$Para\ \ x = 0 \qquad \rightarrow \qquad Esfuerzo\ de\ corte\ máximo$$

$$Qmax = q\,.\frac{L}{2}$$

$$Para\ \ x = L \qquad \rightarrow \qquad Esfuerzo\ de\ corte\ minimo$$

$$Qmin = -\,q\,.\frac{L}{2}$$

El momento flector para una sección cualquiera S, distante x del apoyo en A, se tiene:

$$Mx = RA\,.\,x - q\,.\,x\,.\frac{x}{2} = q\,.\frac{L}{2}\,.\,x - q\,.\frac{x^2}{2}$$

$$Mx = \frac{q}{2}\,.\ \ (L\,.\,x - x^2) \qquad\qquad (2)$$

La ecuación (2) es de segundo grado en x, su gráfico es pues una parábola.
La concavidad es dirigida hacia arriba, puesto que es negativo el término en x^2.
Puede observarse que como x es menor o igual a L; el binomio $L.x - x^2$ es POSITIVO y también q/2 es positivo. Esto me dice que el momento es POSITIVO cualquiera sea la sección de la viga.
En los apoyos X= 0 y X= L , implica Mf (momento flector) = 0 (cero)

* Ahora bien, como q/2 es una constante, el VALOR MÁXIMO DE Mx, corresponde al valor de x que anula la derivada primera del factor entre paréntesis.

$$Mx = \frac{q}{2} \cdot (L \cdot x - x^2) \qquad \rightarrow \qquad (L \cdot x - x^2)$$

- La derivada de $(L \cdot x - x^2)$ es $(L - 2 \cdot x)$ e igualando a cero resulta

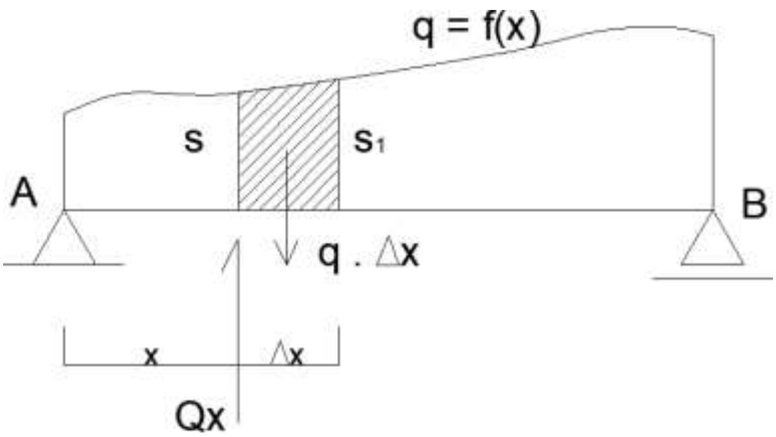
$$2 \cdot x = L \qquad de\ donde$$

$$x = \frac{L}{2} \qquad mitad\ de\ la\ viga$$

$$Mmax = \frac{q}{2} \cdot [L \cdot \frac{L}{2} - (\frac{L}{2})^2] = \frac{q}{2} \cdot (\frac{L^2}{2} - \frac{L^2}{4}) = \frac{q}{2} \cdot \frac{L^2}{4}$$

$$Mmax = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

E. RELACIONES ENTRE CARGA DISTRIBUIDA, ESFUERZO CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR.



Trátese de una viga AB, que sostiene una carga continua distribuida según la función

$$q = f(x)$$

Consideremos un elemento de viga de longitud Δx y admitamos que sobre el actúa únicamente la carga elemental continua.

$$q \cdot \Delta x$$

Sean Mx y Qx el momento flector y esfuerzo de corte en la sección S de la viga.

En la sección S1, distante Δx de S, el momento flector se vuelve

$$Mx + \Delta\mathrm{Mx} = \mathrm{Mx} + \mathrm{Qx} \,.\, \Delta\mathrm{x} - \mathrm{q} \,.\, \Delta\mathrm{x} \,.\, \frac{\Delta\mathrm{x}}{2}$$

$$\Delta\mathrm{Mx} = \mathrm{Qx} \,.\, \Delta\mathrm{x} - \mathrm{q} \,.\, \Delta\mathrm{x} \,.\, \frac{\Delta\mathrm{x}}{2}$$

Dividiendo por Δx

$$\frac{\Delta\mathrm{Mx}}{\Delta\mathrm{x}} = \mathrm{Qx} - \mathrm{q} \,.\, \frac{\Delta\mathrm{x}}{2}$$

Entonces en el límite para Δx tendiendo a 0, el término – q . Δx/2 = 0

$$Qx = \frac{dMx}{dx} \qquad o \qquad Qx = \frac{d}{dx} \,.\, Mx$$

Podemos afirmar entonces que EL ESFUERZO CORTANTE EN UNA SECCIÓN CUALQUIERA DE LA VIGA ES IGUAL A LA DERIVADA CON RESPECTO A X DEL MOMENTO FLECTOR EN LA MISMA SECCIÓN.

Si pasamos de la sección S a S1, el esfuerzo cortante adquiere un incremento ΔQ igual y de sentido contrario a q . Δx

ΔQ = - q . Δx

De donde

$$\frac{\Delta\mathrm{Q}}{\Delta\mathrm{x}} = -q \qquad (1)$$

Y en el límite para Δx tendiendo a 0

$$\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dx}} = -q \qquad (2)$$

Como

$$Qx = \frac{d}{dx} \,.\, Mx$$

O también

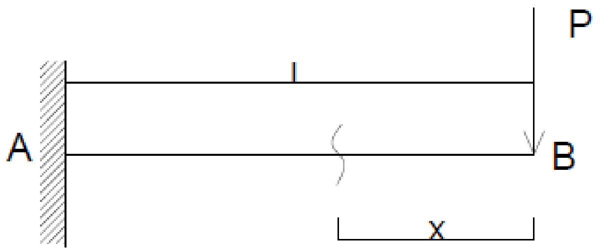
$$-q = \frac{d^2\mathrm{Mx}}{\mathrm{d}x^2}$$

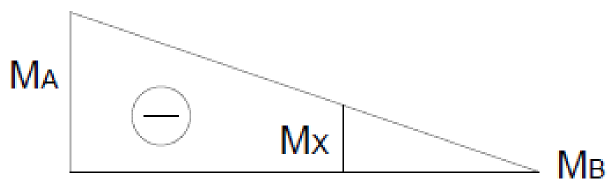
En consecuencia la CARGA (con signo cambiado) EN UNA SECCIÓN CUALQUIERA DE LA VIGA ES IGUAL A LA DERIVADA CON RESPECTO A X DEL ESFUERZO CORTANTE DE LA MISMA SECCIÓN.
También puede decirse, que LA CARGA EN UNA SECCIÓN CUALQUIERA DE LA VIGA ES IGUAL, SALVO EL SIGNO, A LA DERIVADA SEGUNDA DEL MOMENTO FLECTOR EN LA MISMA SECCIÓN.
Por otra parte, se sabe que cuando una función PASA POR UN MÁXIMO, SU DERIVADA ES NULA. Podemos enunciar entonces, el siguiente PRINCIPIO, QUE ES MUY IMPORTANTE.
"EL ESFUERZO DE CORTE O CORTANTE ES NULO PARA LOS PUNTOS DE LA VIGA EN LOS CUALES EL MOMENTO FLECTOR PASA POR UN MÁXIMO".

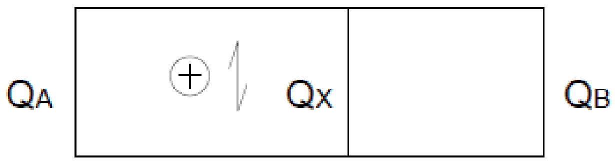
$$Qx = \frac{dMx}{dx}$$

F. VIGAS EMPOTRADAS EN UN EXTREMO Y LIBRES EN EL OTRO.

F.1. Con una sola carga extrema



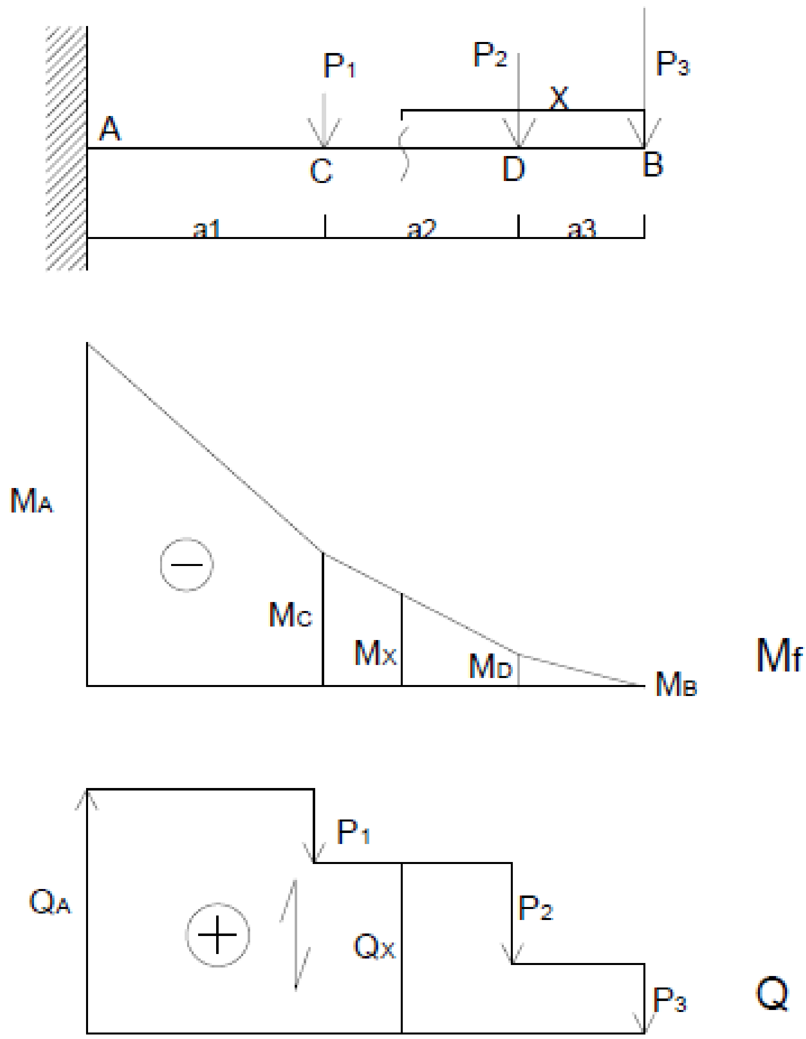




Consideremos, la viga AB, de longitud L, cargada con un peso P, concentrada en un extremo libre.
El momento flector en la sección A (EMPOTRAMIENTO) es NEGATIVA y vale: MA = - P . L

En las sucesivas secciones, el momento flector es tanto más grande cuanto mayor es su distancia “x” a la dirección de la fuerza P.
Es MÁXIMO en “A”, que constituye así la sección más peligrosa. Es nulo para x = 0 o sea en B.
El DIAGRAMA DE LOS MOMENTOS FLECTORES DETERMINADOS POR “P” ES TRIANGULAR.
El esfuerzo de corte es constante e igual a P.
QA = P

F.2. Con varias cargas concentradas



En la sección genérica S, distante x del extremo B, se produce un momento flector que podemos determinar considerando las fuerzas que actúan a la derecha de la sección (todas conocidas) y cambiando el signo, se tiene:

$$Mx = -[P3 \,.\, x + P2 \,.\, (x - a3)]$$

$$Qx = -(-P3 - P2)$$

- En otras secciones se tiene:

$$MD = -(P3 \, . \, a3)$$

$$QD_{der} = -(-P3)$$

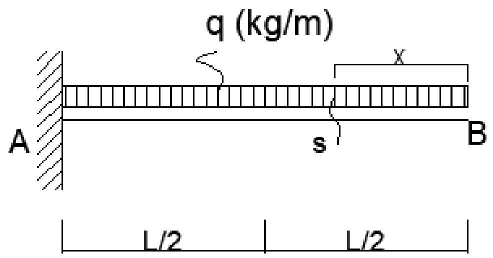
$$MC = -[P3 \, . \, (a2 + a3) + P2 \, . \, a2]$$

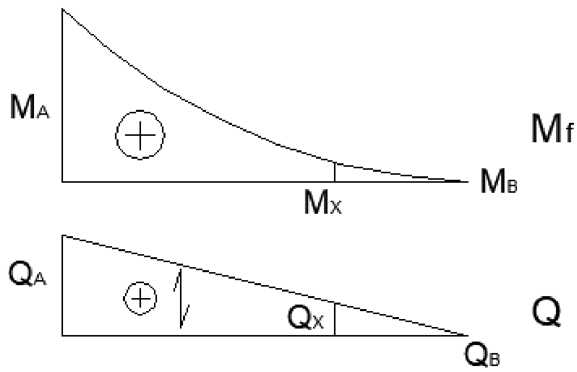
$$QC_{der} = -(-P3 - P2)$$

$$MA = Mmáx = -[P3 \, . \; L + P2 \, . \, (a2 + a1) + P1 \, . \, a1]$$

$$QA_{der} = -(-P3 - P2 - P1)$$

G- VIGA EMPOTRADA CON CARGA DISTRIBUIDA UNIFORMEMENTE





Sea la viga AB de longitud L y q la carga por unidad de medida o longitud.
Una sección arbitraria S distante de x del extremo libre, es solicitada por el momento de la carga "q.x", o sea por la porción de la carga total situada a la derecha de la sección, la cual actúa en x/2 brazo

Tenemos entonces:

$$Qx = -(-q\,.\,x)$$

$$Mx = -\,\frac{q\,.\,x^2}{2}$$

El esfuerzo de corte es una función de "x", varía pues en forma lineal.
El momento flector varía en cambio con x^2, es decir con una variación parabólica.
En la sección de empotramiento es decir x = L se tienen los VALORES MÁXIMOS DE ESFUERZOS DE CORTE Y DEL MOMENTO FLECTOR.

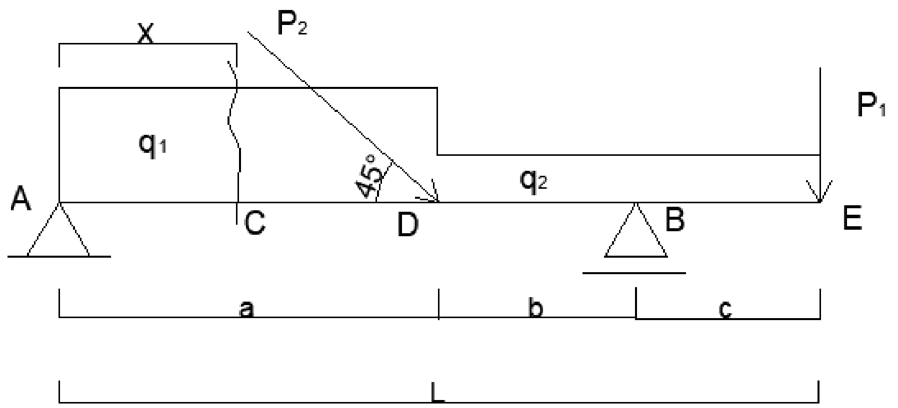
$$Qmáx = -(-q\,.\,L)$$

$$Mmáx = -\,\frac{q\,.\,L^2}{2}$$

Las reacciones de empotramiento son:

$$RA = q\,.\,L = Qmáx$$

H- VIGA CON CARGA DISTRIBUIDA Y CONCENTRADAS SIMPLEMENTE APOYADA CON UN VOLADIZO EN UNO DE SUS APOYOS



Sea la viga AB, de la figura, con voladizo en el apoyo en B con cargas distribuidas q1 y q2 y concentradas P1 y P2, vinculadas a tierra en A, en un apoyo doble y en B con un apoyo simple.
Una sección arbitraria S distante "x" del apoyo A se tiene los siguientes esfuerzos característicos.

A. Reacciones de vínculo

$$\sum MA = 0 \quad \rightarrow$$

$$-RB\,.\,(a+b) + \frac{q_1 .\, a^2}{2} + q_2\,.\,(b+c)\,.\,[(\frac{c+b}{2}) + a] + P_1\,.\,L + P_2\,.\sin 45°\,.\,a = 0$$

$$RB = \frac{\frac{q_1 .\, a^2}{2} + q_2 .\, (b+c).\,(a+b) + P_1 .\, L + P_2 .\sin 45° .\, a}{(a+b)}$$

$$\sum Fy = 0 \quad \rightarrow \quad VA - q_1\,.\;a - q_2\,.\,(b+c) - P_1 - P_2\,.\sin 45° = 0$$

$$VA = q_1\,.\;a + q_2\,.\,(b+c) + P_1 + P_2\,.\sin 45°$$

$$\sum Fx = 0 \quad \rightarrow \quad -HA + P_2\,.\cos 45° = 0$$

$$HA = P_2\,.\cos 45°$$

- Entonces en una sección cualquiera S se tienen los siguientes esfuerzos característicos:

$$Q_s = VA - q_1\,.\,x$$

es Función de x (lineal)

$$M_s = VA\,.\,x - q_1\,.\,x\,.\frac{x}{2} = VA\,.\,x - \frac{q_1\,.\,x^2}{2}$$

$$M_s = VA\,.\,x - \frac{q_1\,.\,x^2}{2}$$

es Función de x^2 (parábola)

$$N_s = HA \quad (+) \quad \rightarrow \quad TRACCIÓN$$

Luego para poder determinar los diagramas de Mf, Q y N se deben calcular dichos esfuerzos en los puntos donde se produzca alguna perturbación. Ellos son: A; B; D y E (o sea donde, hay aplicadas cargas puntuales).
Otros puntos singulares de estudio son: donde finalice o comience la aplicación de una carga distribuida; el punto donde exista un momento aplicado. -

Cabe destacar que tanto el estudio del esfuerzo Normal como el del esfuerzo de Corte es necesario hacerlo antes y después del punto singular, ya que dichos esfuerzos varían si la sección considerada se encuentra un infinitésimo antes ó un infinitésimo después del punto de aplicación de una carga. Antes del punto de aplicación de la carga, dicha carga no se deberá tener en cuenta en la suma algebraica de fuerzas, ya que la carga

todavía no actúa; a la derecha del punto de aplicación de la carga, ésta debe considerarse en la suma algebraica ya que estamos parados después del punto de aplicación de esa carga puntual.
Para el esfuerzo Flector el análisis es punto a punto, o sea, no se analiza lo que ocurre antes y después de cada punto; salvo que en un punto determinado exista un momento aplicado. Solo en este último caso el análisis del momento flector se realiza a la izquierda y derecha del punto, ya que la aplicación de ese momento puntual genera en el diagrama de Momentos Flectores un salto producto de la aplicación del mismo en ese punto particular.