1) ¿Qué es más probable?
a) Salir un número par de un dado icosaedro de 20 caras.
b) Sacar oro al extraer una carta de un mazo de cartas españolas.
c) Sacar dos caras al lanzar dos monedas.

2) La planta de empleados de unos grandes mercados está formada por 200 varones y 300 mujeres. La cuarta parte de los varones y la tercera parte de las mujeres sólo trabajan en el turno de mañana. Elegido uno de los empleados al azar y sabiendo que el empleado elegido no trabaja en el turno de mañana, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

3) Tenemos una urna con 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 2 bolas azules. Vamos a extraer 2 bolas al azar.

4) Una empresa elabora sus piezas en 3 fábricas. El porcentaje de piezas defectuosas y el total de producción de cada fábrica viene en la siguiente tabla:

	F_1	F_2	F_3
Producción	40%	35%	25%
Defectuosas	2%	3%	1%

Halla la probabilidad de que una pieza escogida al azar sea defectuosa.

5) Un tratamiento contra el cáncer produce mejoría en el 80 % de los enfermos a los que se le aplica. Se suministra a 5 enfermos. Se pide :
Calcula la probabilidad de que los 5 pacientes mejoren.

Respuestas:

1)

a)

$$P(\text{sacar número par}) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

b)

$$P(\text{sacar oros}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

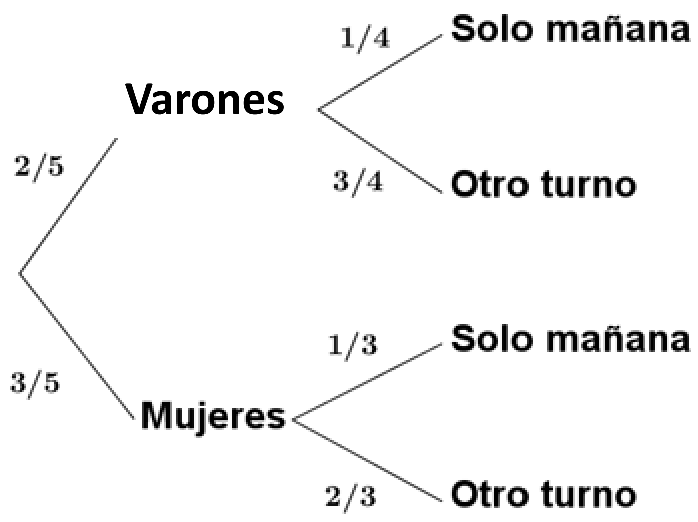
c)

Teniendo en cuenta que $E = \{ (\text{cara, cara}), (\text{cara, cruz}), (\text{cruz, cara}), (\text{cruz, cruz}) \}$

$$P(\text{dos caras}) = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto el suceso más problabe es sacar un número par en el dado de 20 caras.

2) Partimos desde un diagrama de árbol para organizar la información



Aplicamos el teorema de Bayes
Para ello definimos los siguientes eventos:

H: persona elegida es varón
M: Persona elegida es mujer
T: La persona elegida trabaja en el turno mañana
$\bar{T}$: La persona elegida trabaja en otro turno (evento complementario de T)

$$P(\text{mujer / no turno de mañana}) = \frac{P(M) \cdot P(\bar{T}/M)}{P(H) \cdot P(\bar{T}/H) + P(M) \cdot P(\bar{T}/M)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{4}{7}$$

3) Definimos los sucesos R_1 = {obtener una bola roja en la primera extracción} y R_2 = { obtener una bola roja en la segunda extracción}

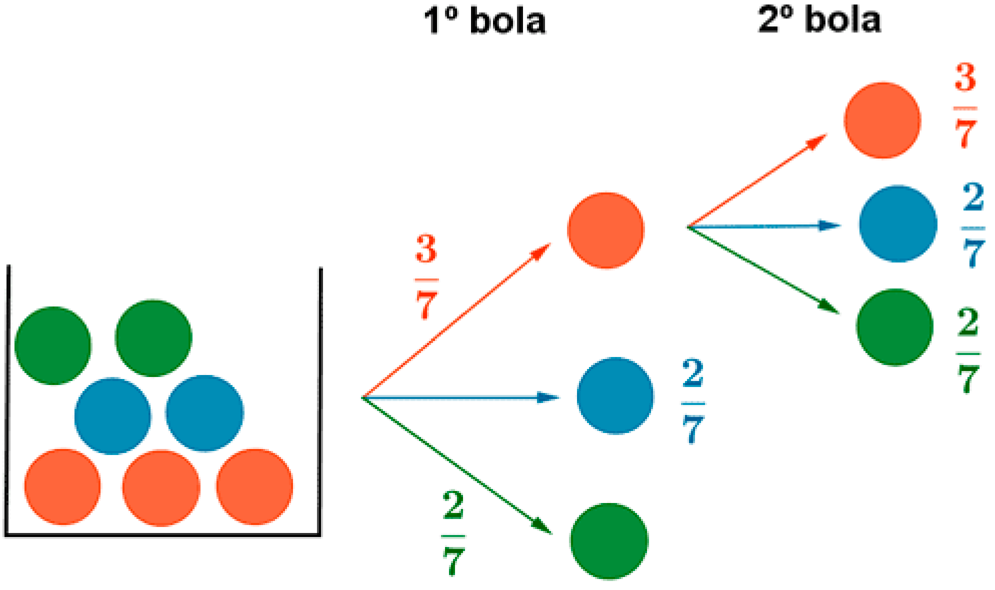
Si la extracción es con reemplazamiento, los sucesos R_1 y R_2 son independientes.
La probabilidad pedida es:

$$P\left(\{\text{ una bola roja}\}\right) = P\left(R_1\right) = \frac{\text{Nº casos favorables}}{\text{Nº casos posibles}} = \frac{3}{7}$$

Al reemplazar una bola por otra, volvemos a tener 7 bolas en la urna, y la segunda extracción vuelve a tener la misma probabilidad que la primera.

$$P\left(A \cap B\right) = P\left(A\right) \cdot P\left(B\right)$$

$$P\left(\{\text{ las dos bolas sean rojas}\}\right) = P\left(R_1, R_2\right) = P\left(R_1 \cap R_2\right) = P\left(R_1\right) \cdot P\left(R_2\right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{9}{49}$$



Extracción con reemplazamiento

Si la extracción es sin reemplazamiento los sucesos R_1 y R_2 son dependientes.
La probabilidad pedida es:

Primera extracción:

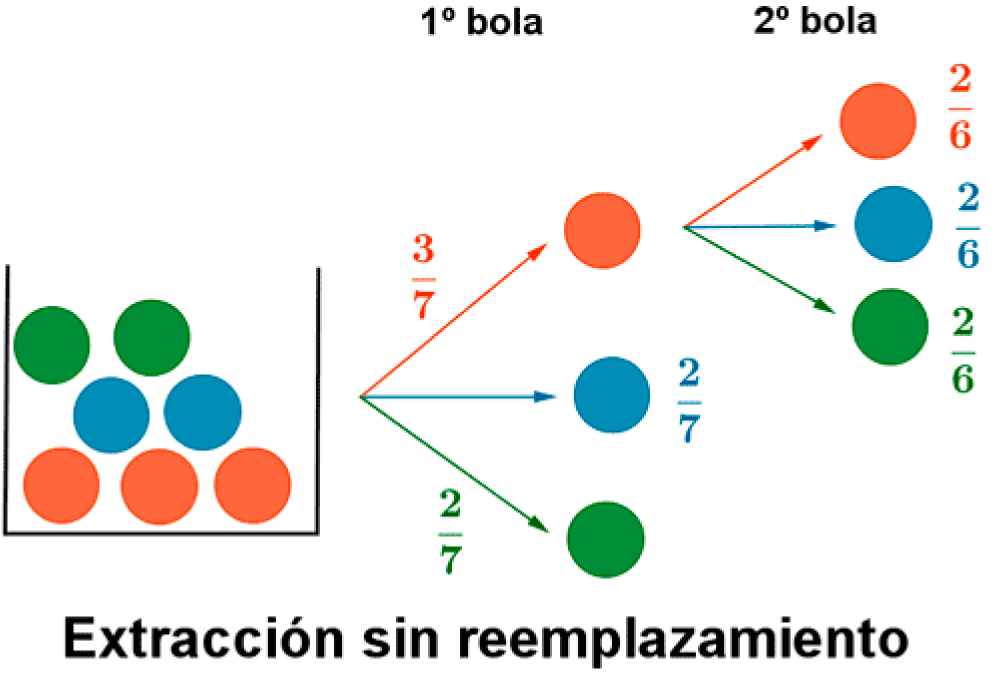
$$P\left(\{\text{ una bola roja}\}\right) = P\left(R_1\right) = \frac{\text{N° casos favorables}}{\text{N° casos posibles}} = \frac{3}{7}$$

En la segunda extracción , al no haber reemplazamiento, la probabilidad de obtener la segunda bola roja depende de si se ha verificado o no el primer suceso (R_1).
En este caso se dice que el suceso R_2 (obtener la segunda bola roja) está condicionada por el suceso R_1, y se escribe (R_2/R_1)
Segunda extracción:

$$P\left(\{\text{ una bola roja}\}\right) = P\left(R_2\right) = \frac{\text{N° casos favorables}}{\text{N° casos posibles}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P\left(A \cap B\right) = P\left(A\right) \cdot P\left(B/A\right)$$

$$P\left(\{\text{ las dos bolas sean rojas}\}\right) = P\left(R_1, R_2\right) = P\left(R_1 \cap R_2\right) = P\left(R_1\right) \cdot P\left(R_2/R_1\right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$



4) La respuesta es 1,875%
5) Sean :
X = "número de enfermos que experimentan mejoría"
n = "número de pacientes a los que se les suministra el tratamiento"
p = "probabilidad de mejoría"
Si $p = 0{,}8 \Rightarrow q = 1 - p = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

$$P\left(X = x\right) = \binom{n}{x} \cdot p^{x} \cdot q^{n-x}$$

$$P(x = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0{,}8^5 \cdot 0{,}2^0 = 1 \cdot 0{,}3277 = 0{,}3277$$