
Matemática para ingeniería electromecánica

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Reconquista

Guía práctica N°1. Unidad N°2: Transformada de Laplace

Docente: Martín A. Alarcón

1. Ejercicio 1

Obtener la transformada de una combinación lineal de funciones.

- a) $f(t) = at + b$
- b) $f(t) = 8t^3 - 3$
- c) $f(t) = 4e^{5t} + 6t^3 - 3\sin(4t) + 2\cos(2t)$
- d) $f(t) = a\sin(\omega t + c)$
- e) $f(t) = \sin^2(t)$

2. Ejercicio 2

Resolver aplicando el primer teorema del desplazamiento.

- a) $f(t) = e^{-2t}\sin(4t)$
- b) $f(t) = \sinh(at)\cos(at)$
- c) $f(t) = e^{-t}\sin^2(t)$
- d) $f(t) = e^{at+b}$

3. Ejercicio 3

Aplicar el producto por potencia de exponente natural de t .

- a) $f(t) = t\sin(t)$
- b) $f(t) = t^2\sin(t)$
- c) $f(t) = t\sinh(2t)$
- d) $f(t) = ue^{-2u}\sin(u)$
- e) $f(t) = (t^2 - 3t + 2)\sin(3t)$
- f) $f(t) = t^3e^{-3t}$

4. Ejercicio 4

Aplicar división por t .

a) $f(t) = \frac{\sinh(t)}{t}$

b) $f(t) = \frac{e^{-2t} - e^{-3t}}{t}$

c) $f(t) = \frac{\cos(2t) - \cos(3t)}{t}$

5. Ejercicio 5

Resolver aplicando el segundo teorema del desplazamiento.

a) $f(t) = (t - 2)H(t - 2)$

b) $f(t) = (1 - t)H(t - 1)$

c) $f(t) = \cos(t)H(t - \pi)$

d) $f(t) = t^2 H(t - 1)$

e) $f(t) = e^{-2t} H(t - 1)$

6. Ejercicio 6

Hallar las transformadas inversas.

a) $F(s) = \frac{1}{s^2 + 9}$

b) $F(s) = \frac{4}{s - 2}$

c) $F(s) = \frac{1}{s^4}$

d) $F(s) = \frac{s}{s^2 - 16}$

e) $F(s) = \frac{5s + 4}{s^3} - \frac{2s - 18}{s^2 + 9} + \frac{24 - 30\sqrt{5}}{s^4}$

7. Ejercicio 7

Aplicar el primer teorema del desplazamiento.

a) $F(s) = \frac{6s - 4}{s^2 - 4s + 20}$

b) $F(s) = \frac{3s + 7}{s^2 - 2s - 3}$

c) $F(s) = \frac{s + 1}{s^2 + s + 1}$

8. Ejercicio 8

Resolver aplicando la descomposición en fracciones parciales simples.

8.1. Raíces reales simples

a) $F(s) = \frac{s+1}{s^3+s^2-6s}$

b) $F(s) = \frac{s+12}{s^2+4s}$

c) $F(s) = \frac{6s}{s^2+6s-8}$

d) $F(s) = \frac{3s+16}{s^2-s-6}$

8.2. Raíces reales múltiples

a) $F(s) = \frac{s+2}{s^5-2s^4+s^3}$

b) $F(s) = \frac{10-4s}{(s-2)^2}$

c) $F(s) = \frac{2-s-s^2}{(s+1)^3}$

8.3. Raíces complejas simples

a) $F(s) = \frac{s^2+1}{s^3+4s}$

b) $F(s) = \frac{4s^2-3s}{(s-2)(s^2+1)}$

c) $F(s) = \frac{s^2+2s+3}{(s^2+2s+2)(s^2+2s+5)}$

d) $F(s) = \frac{6s-2}{s^2+9}$

8.4. Raíces complejas múltiples

a) $F(s) = \frac{4s+32}{s(s^2+4)}$

b) $F(s) = \frac{s+25}{(s^2-4s+5)^2}$

c) $F(s) = \frac{s^2-6s+7}{(s^2-4s+5)^2}$

9. Ejercicio 9

Aplicación en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes constantes. En todos los casos $x = x(t) = f(t)$.

a) $\frac{\partial x}{\partial t} + 2x = t, \quad x(0) = -1$

b) $\frac{\partial x}{\partial t} - x = \sin t, \quad x(0) = 0$

c) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - 2a\frac{\partial x}{\partial t} + (a^2 + b^2)x = 0, \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1$

d) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - 3\frac{\partial x}{\partial t} + 2x = 4e^{2t}, \quad x(0) = -3, \dot{x}(0) = 5$

e) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 4x = \sin t, \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$

f) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 4\frac{\partial x}{\partial t} + 4x = 4e^{-2t}, \quad x(0) = 4, \dot{x}(0) = -1$

g) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + x = t, \quad x(0) = 1, \dot{x}(0) = 2$

h) $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\frac{\partial x}{\partial t} + x = te^{-t}, \quad x(0) = -1, \dot{x}(0) = -2$

i) $\frac{\partial^4 x}{\partial t^4} - 16x = 30 \sin t, \quad x(0) = 0, \dot{x}(0) = 2, \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}(\pi) = 0, \frac{\partial^3 x}{\partial t^3}(\pi) = -18$

10. Ejercicio 10

Aplicación a la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.

1.

$$\begin{aligned}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} + 2x + y &= e^{-3t} \\ \frac{\partial y}{\partial t} + 5x + 3y &= 5e^{-2t}\end{aligned}$$

sujetas a las condiciones iniciales $x(0) = -1$ y $y(0) = 4$

2.

$$\begin{aligned}3\frac{\partial x}{\partial t} + 3\frac{\partial y}{\partial t} - 2x &= e^t \\ \frac{\partial x}{\partial t} + 2\frac{\partial y}{\partial t} - y &= 1\end{aligned}$$

sujetas a las condiciones iniciales $x(0) = 1$ y $y(0) = 1$