Matemática para ingeniería electromecánica

Universidad Tecnológica Nacional - Facultad Regional Reconquista

Guía práctica N°2. Unidad N°3: Transformada Z

Docente: Martín A. Alarcón

1. Ejercicio 1

Determine la transformada \mathcal{Z} y su región de convergencia (ROC) de la siguientes señales causales:

a)
$$x(k) = 2^k$$
 (resolver por definición)

b)
$$x(k) = (-\frac{1}{2})^k$$

c)
$$x(k) = (\frac{1}{2})^{k-2}$$

d)
$$x(k) = 3k$$

e)
$$x(k) = \sin(k w)$$
 (resolver por definición)

f)
$$x(k) = k \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

2. Ejercicio 2

Encontrar la señal discreta original x(k) de las siguientes funciones indicadas en el dominio de la transformada \mathscr{Z} :

1

a)
$$X(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}$$

b)
$$X(z) = \frac{2z+1}{(z+1)(z-3)}$$

c)
$$X(z) = \frac{z}{z^2 + 4}$$

d)
$$X(z) = \frac{z}{z^2 - z + 1}$$

e)
$$X(z) = \frac{z}{3z+1}$$

f)
$$X(z) = \frac{z}{(2z+1)(z-3)}$$

g)
$$X(z) = \frac{z^2}{(2z+1)(z-1)}$$

h)
$$X(z) = \frac{z}{(z^2 + 1)}$$

i)
$$X(z) = \frac{2z^2 - 7z}{(z-1)^2(z-3)}$$

3. Ejercicio 3

Resolver las siguientes ecuaciones en diferencias $(k \ge 0)$, siendo que u(k) representa a la función escalón unitario.

a)
$$x(k+2) + x(k+1) - 2x(k) = u(k)$$
, donde $x(0) = 0$ y $x(1) = 1$.

b)
$$8x(k+2) - 6x(k+1) + x(k) = 9u(k)$$
, donde $x(0) = 1$ y $x(1) = \frac{3}{2}$.

c)
$$x(k+2) + 4x(k) = 0$$
, donde $x(0) = 0$ y $x(1) = 1$.

d)
$$2x(k+2) - 5x(k+1) - 3x(k) = 0$$
, donde $x(0) = 3$, $x(1) = 2$.

e)
$$2x(k+2) - 3x(k+1) - 2x(k) = 6k + 1$$
, donde $x(0) = 1$, $x(1) = 2$.

f)
$$x(k+2) - 4x(k) = 3k - 5$$
, donde $x(0) = 0$, $x(1) = 0$.

g)
$$x(k+2) - 5x(k+1) + 6x(k) = (\frac{1}{2})^k$$
, donde $x(0) = 0$, $x(1) = 0$.

4. Ejercicio 4

Encontrar las funciones de transferencia para los sistemas representados por las ecuaciones en diferencias indicadas:

a)
$$y(k+2) - 3y(k+1) + 2y(k) = u(k)$$
.

b)
$$y(k+2) - 3y(k+1) + 2y(k) = u(k+1) - u(k)$$
.

c)
$$y(k+3) - y(k+2) + 2y(k+1) + y(k) = u(k) + u(k-1)$$
.

5. Ejercicio 5

Encuentre las respuesta al impulso para los sistemas con funciones de transferencias:

a)
$$G(z) = \frac{z}{8z^2 + 6z + 1}$$

b)
$$G(z) = \frac{z^2}{z^2 - 3z + 3}$$

c)
$$G(z) = \frac{z^2}{z^2 - 0, 2z - 0,008}$$

d)
$$G(z) = \frac{5z^2 - 12z}{z^2 - 6z + 8}$$

6. Ejercicio 6

Indicar cual de los siguientes sistemas son estables o inestables:

a)
$$9y(k+2) + 9y(k+1) + 2y(k) = u(k)$$
.

b)
$$9y(k+2) - 3y(k+1) - 2y(k) = u(k)$$
.

c)
$$2y(k+2) - 2y(k+1) + y(k) = u(k+1) - u(k)$$
.

d)
$$2y(k+2) + 3y(k+1) - y(k) = u(k)$$
.

e)
$$4y(k+2) - 3y(k+1) - y(k) = u(k+1) - 2u(k)$$
.