

CIRCUITOS MAGNETICOS

8.1 Generalidades

Una corriente circulando por un conductor de gran longitud, genera alrededor del mismo un campo magnético, cuyas líneas de fuerza describen círculos concéntricos según se observa en la figura 8.1.

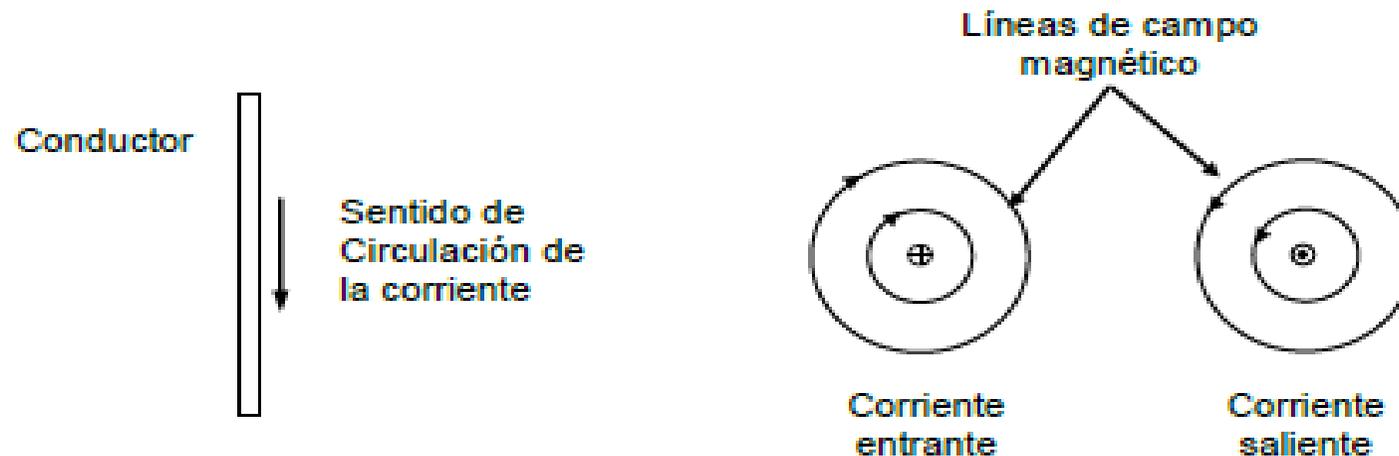
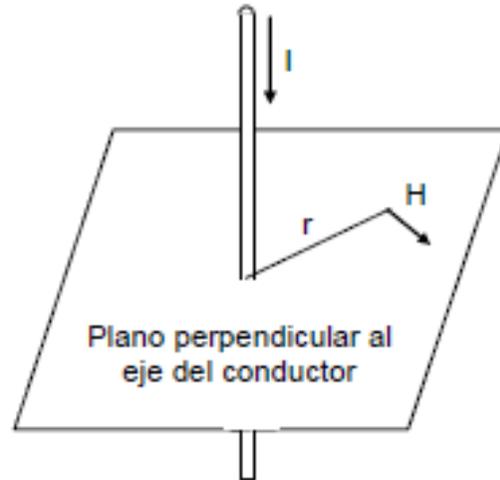


Figura 8.1 Generación de un campo magnético, debido a la corriente circulando en un conductor

En la figura puede observarse, que si la corriente es entrante las líneas de campo magnético tienen un sentido horario, en cambio si la corriente es saliente, el sentido es antihorario.

El valor de la intensidad de campo magnético, en un punto que se encuentre a una distancia "r" del conductor está dado por la siguiente expresión:



$$H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

I : Intensidad de corriente [A]

H: Intensidad de campo magnético [A/m]

r : Distancia hasta el punto en cuestión [m]

Figura 8.2 Intensidad de campo magnético originado por la corriente en un conductor

Ley de Ampere

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{NETA}$$

La misma establece, que la integral de la intensidad de campo magnético "H", alrededor de una trayectoria cerrada, es igual a la corriente encerrada por esa trayectoria.

En la figura 8.3 se muestra un conductor de gran longitud, siendo la trayectoria un círculo d

- Siendo :
- H** el vector de intensidad de campo magnético [A/m]
 - d \mathbf{l}** el elemento diferencial a lo largo de la trayectoria de integración [m]
 - I** corriente que concatena [A]

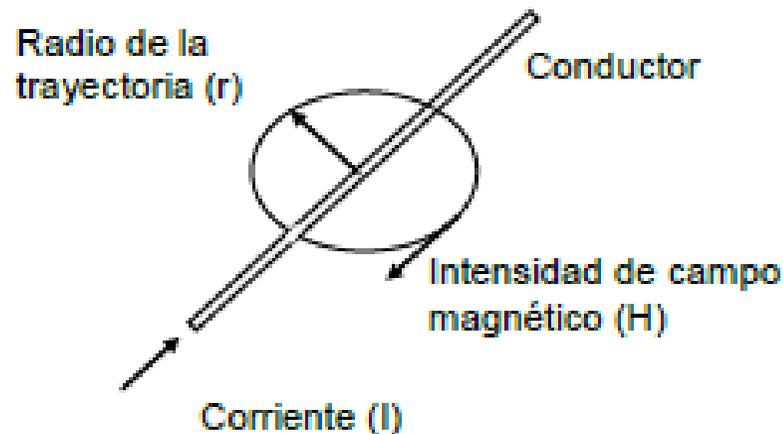


Figura 8.3 Esquema de la trayectoria de la intensidad de campo magnético debido a la corriente por un conductor

Como la trayectoria es un círculo de radio "r", la longitud de la misma es: $2 \cdot \pi \cdot r$ con lo que nos queda:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = I \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$$

En el caso de que la trayectoria abarque más de un conductor, como es el caso de una bobina, según se muestra en la figura 8.4

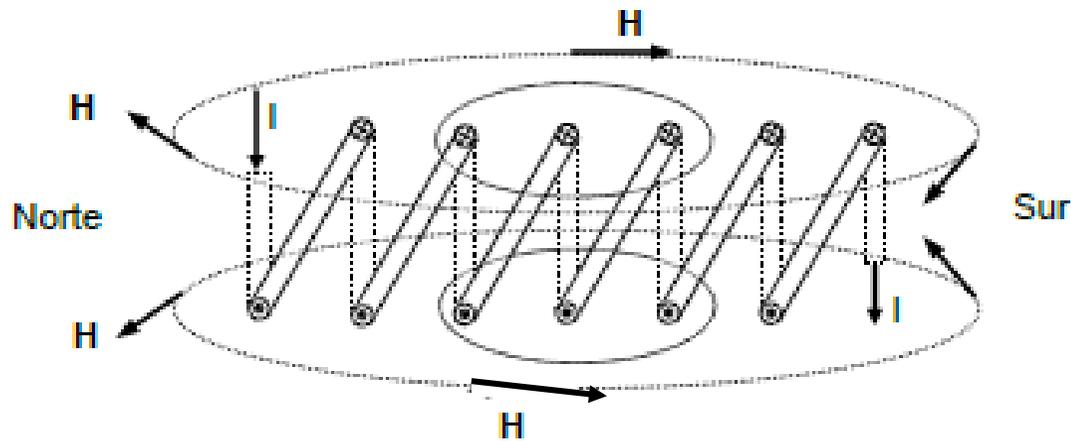


Figura 8.4 Campo magnético originado por una bobina

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N \cdot I$$

El producto $N \cdot I$ se llama Fuerza magnetomotriz (Fmm). El sentido de las líneas de campo magnético están definidas por el sentido de la corriente, y definiremos como polo "norte", la región por la que salen las líneas de campo magnético y polo "sur", aquel por el que entran.

Si la intensidad del campo magnético es constante a lo largo del circuito magnético, y además tiene la dirección del diferencial de la trayectoria se cumple:

$$H \cdot L = N \cdot i$$

Flujo magnético

Definimos como flujo magnético, la cantidad de líneas de campo magnético que atraviesan una superficie.

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

Siendo: Φ : Flujo magnético en Weber [Wb]

\mathbf{B} : Densidad de flujo magnético (Inducción magnética), en Tesla [T]

$d\mathbf{S}$: Diferencial de superficie [m^2]

El flujo magnético que entra en una superficie cerrada, es igual a la que sale o sea:

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

La relación entre la intensidad de campo magnético "H" y la densidad de flujo magnético "B", es una propiedad del material en el que existe el campo y la relación está dada por:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

Siendo μ la permeabilidad del material [T.m/A]

μ se puede expresar en relación con la permeabilidad del vacío o del aire:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

μ_r : permeabilidad relativa del material

μ_0 : permeabilidad del vacío cuyo valor es $4 \pi \cdot 10^{-7}$

Ley de Faraday

Cuando una o varias espiras son atravesadas por un flujo magnético variable en el tiempo (φ), entre sus extremos se induce una fuerza electromotriz, cuyo valor está dado por la siguiente expresión:

$$e = N \frac{d\varphi}{dt}$$

Este efecto se logra teniendo un flujo magnético variable en el tiempo y una espira en reposo, o bien un flujo magnético constante y una espira en movimiento de acuerdo a los siguientes esquemas

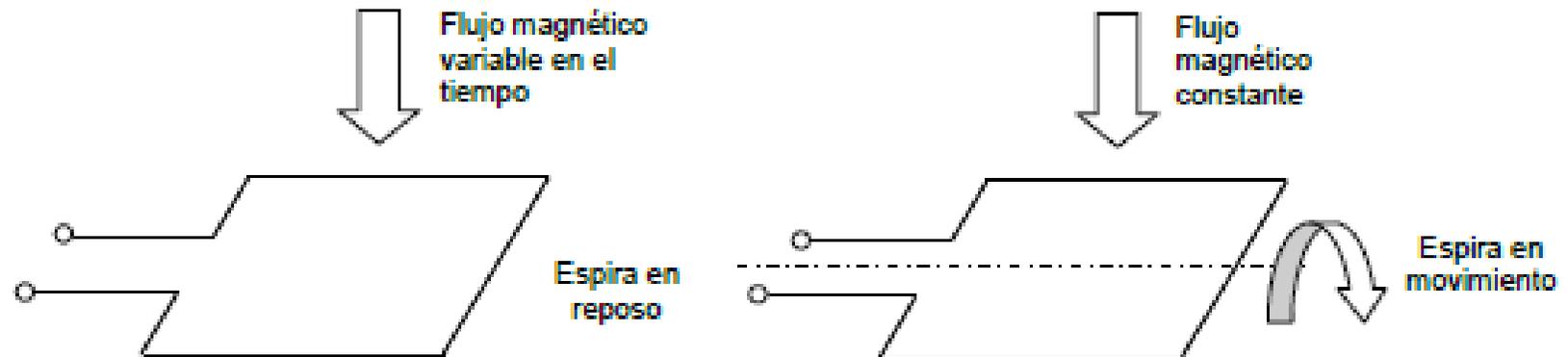


Figura 8.5 Generación de fuerzas electromotrices por inducción

En ambos casos el flujo magnético concatenado por la espira es variable en el tiempo.
 El signo o polaridad de la fuerza electromotriz inducida, debe ser tal que haga circular una corriente, que origine un flujo magnético de sentido contrario al que le dio origen. Esto se muestra en la figura 8.6.

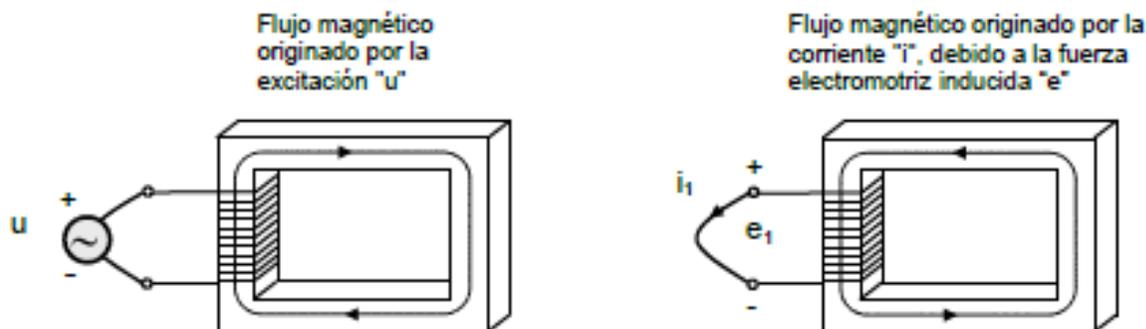


Figura 8.6 Sentido de la fuerza electromotriz inducida

También se puede aplicar a un conductor en movimiento dentro de un campo magnético uniforme, de acuerdo a la figura 8.7.

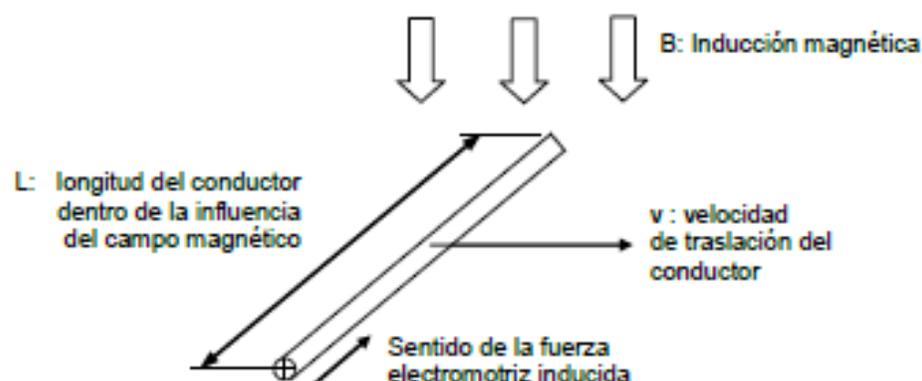


Figura 8.7 Fuerza electromotriz inducida en un conductor

El valor de la fuerza electromotriz inducida es:

$$e = B \cdot L \cdot v$$

Fuerza sobre los conductores

Otro efecto importante, es que en un conductor por el cual circula una corriente y estando dentro de un campo magnético, sobre el se origina una fuerza, cuyo valor está dado por:

$$F = B \cdot I \cdot L$$

En la figura 8.8 Se observan los sentidos de del campo magnético y de la fuerza que se origina.

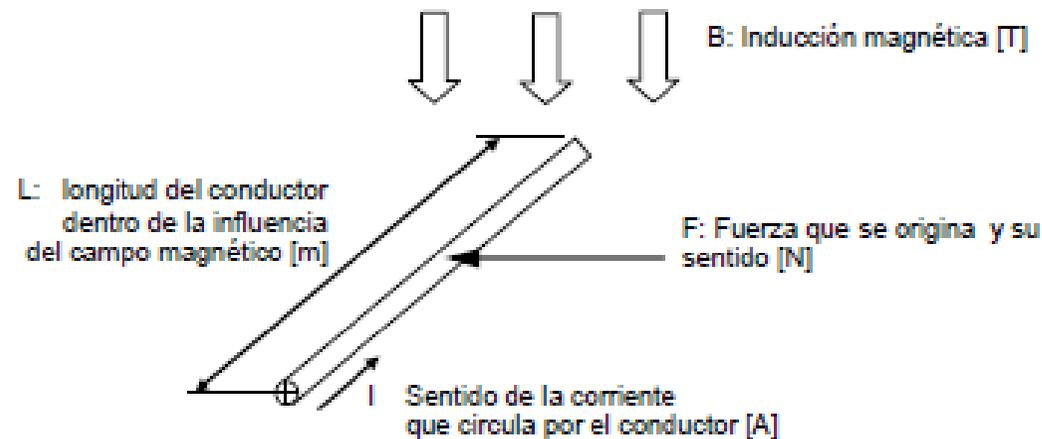


Figura 8.8 Sentido de la fuerza originada en un conductor

8.2 Materiales magnéticos

En los dispositivos de conversión de energía, es muy importante el uso de materiales magnéticos, ya que mediante su empleo, se pueden obtener valores elevados de densidad de flujo magnético (B) con valores de fuerza magnetizante ($N.I$) relativamente pequeños.

Mediante el uso de estos materiales se pueden dirigir los campos magnéticos en las trayectorias deseadas.

Los núcleos, magnéticos que se utilizan en la práctica, son de hierro y sus aleaciones, siendo la relación entre la inducción " B " y la intensidad de campo magnético " H " no lineal. La correspondencia entre ambos está dada por lo que se llama curva de imanación, la cual observamos en la figura 8.9.

En la misma se observa que hay una primera zona que a iguales incrementos de la intensidad de campo magnético se producen iguales incrementos de inducción magnética (Zona A), luego aparece una zona en la cual los incrementos de inducción magnética son menores (zona "B") y por último una zona en la cual grandes incrementos de intensidad de campo magnético producen pequeños incrementos de inducción magnética (zona "C").

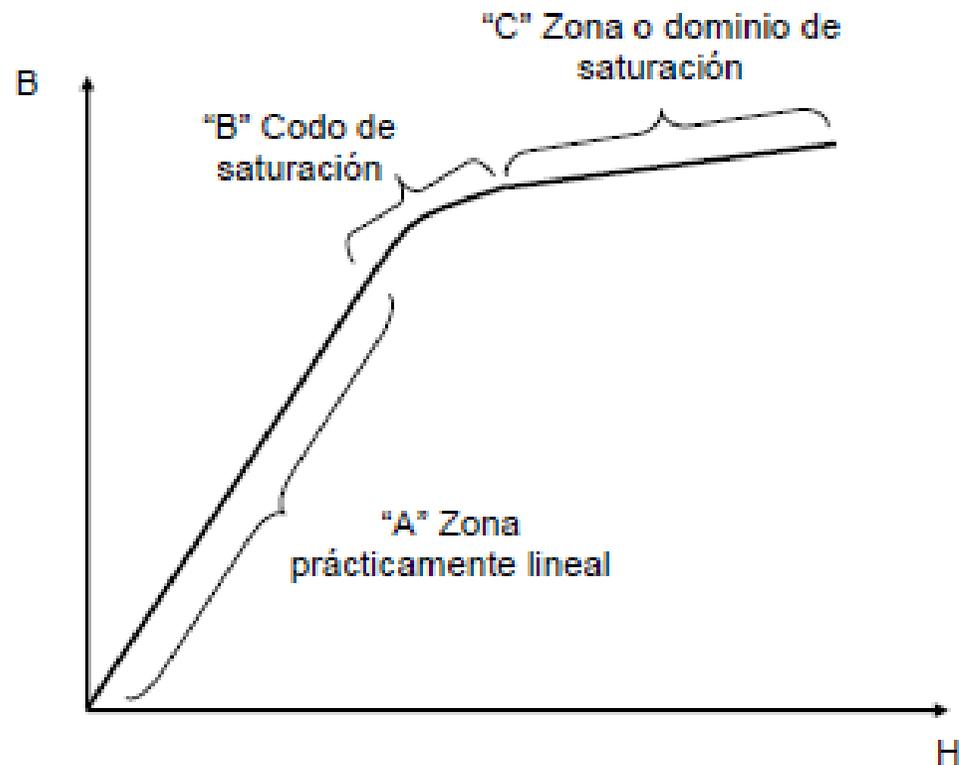
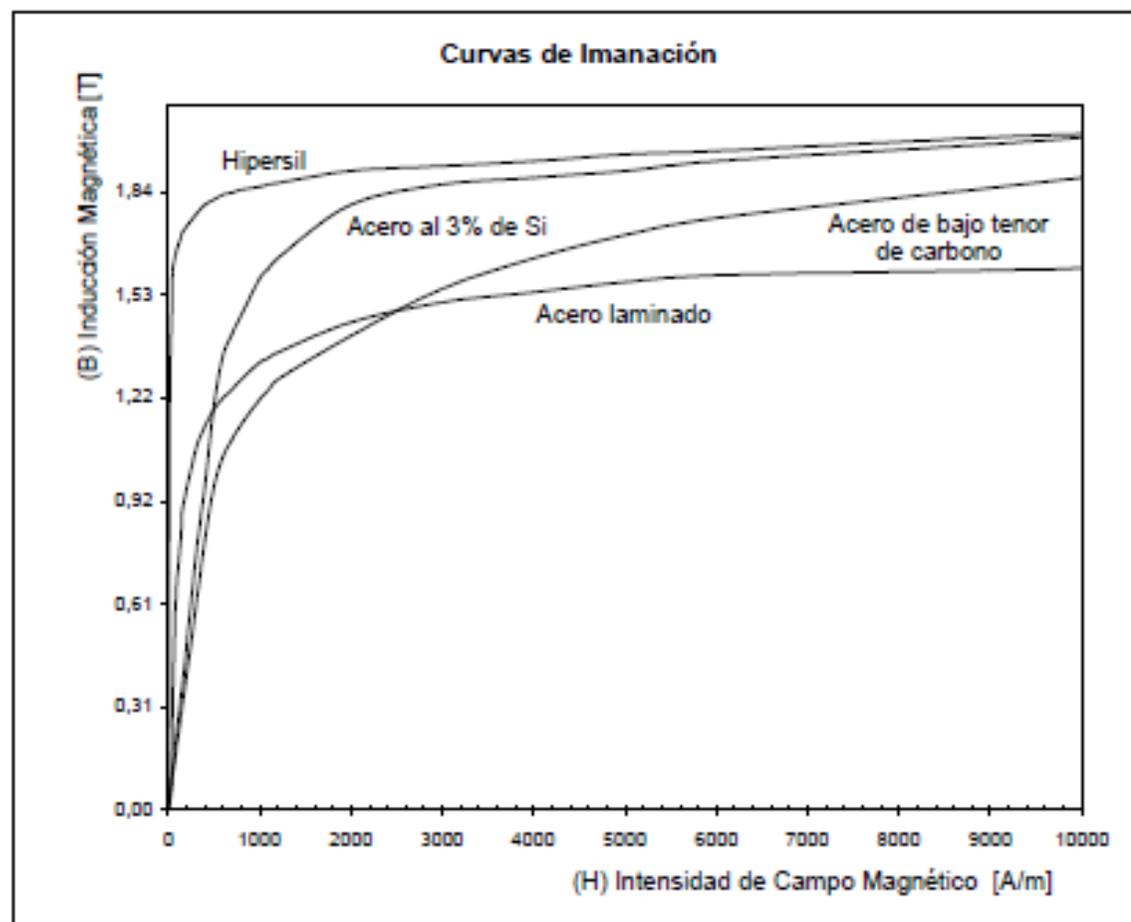


Figura 8.9 Curva típica de imanación de un material ferromagnético

Los valores utilizados en la construcción de máquinas, están en la zona del codo de saturación, ya que mayores valores de inducción magnética, implicaría un incremento de la corriente que no justifica económicamente su uso.

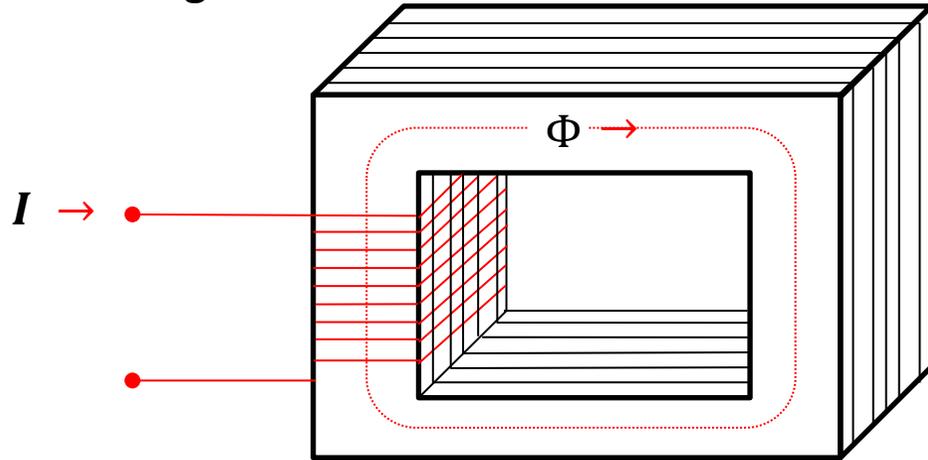
En la figura 8.10, se encuentran las curvas de imanación para los materiales más empleados en la construcción de aparatos eléctricos.



8.10. Curvas de imanaci3n de los materiales ferromagn3ticos m3s usados

CIRCUITOS MAGNETICOS

Núcleo Magnético



$$\Phi = B \cdot S = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot S$$

$$\Phi = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{N \cdot I}{L_m} \cdot S \rightarrow \boxed{\Phi = \frac{N \cdot I}{\frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}}}$$

$$\mathcal{F}_{mm} = N \cdot I [A \cdot v] \rightarrow \text{Fuerza magnetomotriz}$$

$$\mathcal{R} = \frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} \left[\frac{1}{H} \right] \rightarrow \text{Reluctancia}$$

Circuitos Magnético

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}_{mm}}{\mathcal{R}}$$

Ley de Hopkinson
Ley de Ohm de los Circuitos Magnético

$$\mathcal{F}_{mm} = \Phi \cdot \mathcal{R}$$

Circuitos Eléctrico

$$I = \frac{E}{R}$$

Ley de Ohm De Circuitos Eléctrico

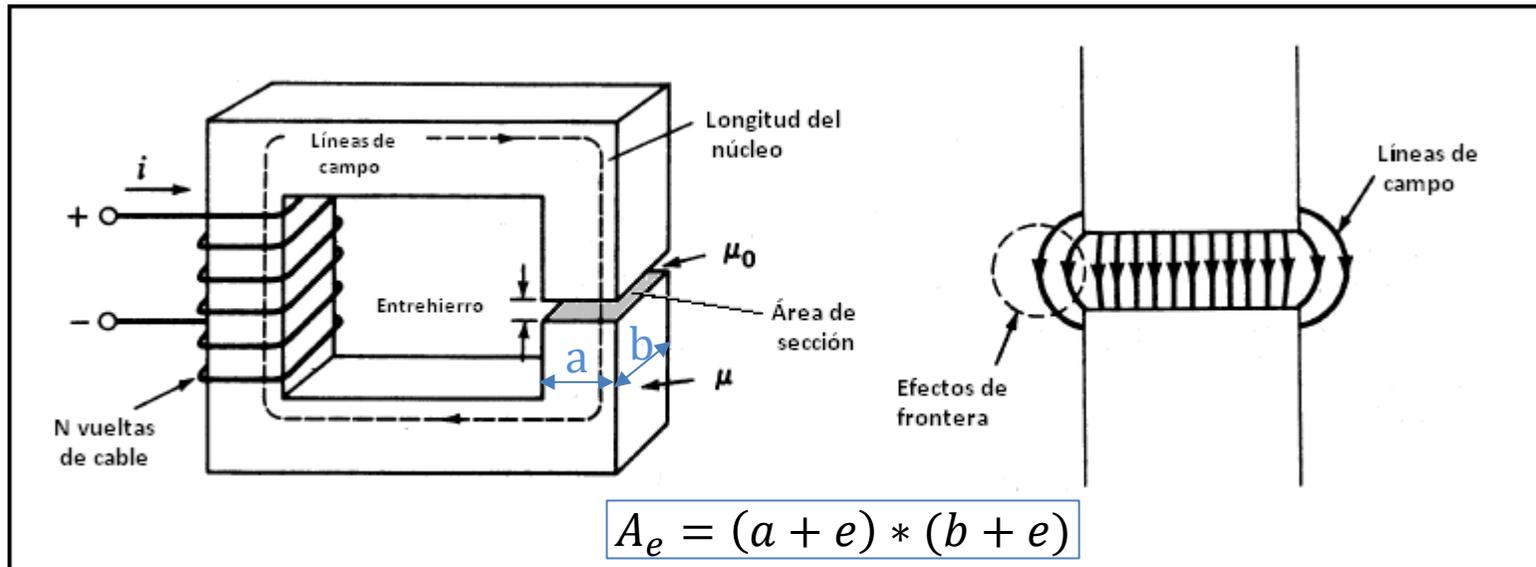
$$E = I \cdot R$$

Analogía entre los circuitos eléctricos y magnéticos.

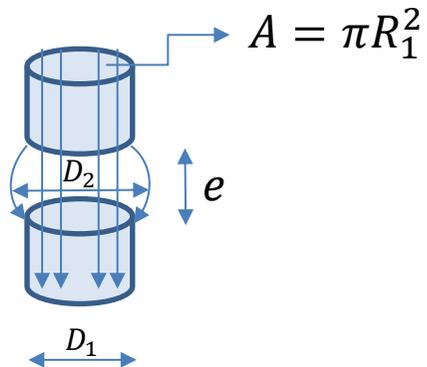
Distintos materiales que componen el núcleo

$$\mathcal{F}_{mm} = N \cdot I = \sum \Phi \cdot \mathcal{R}_i = \sum H_i \cdot l_i = \Phi_1 \cdot \mathcal{R}_1 + \Phi_2 \cdot \mathcal{R}_2 = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_e \cdot l_e$$

- Núcleo Sección rectangular

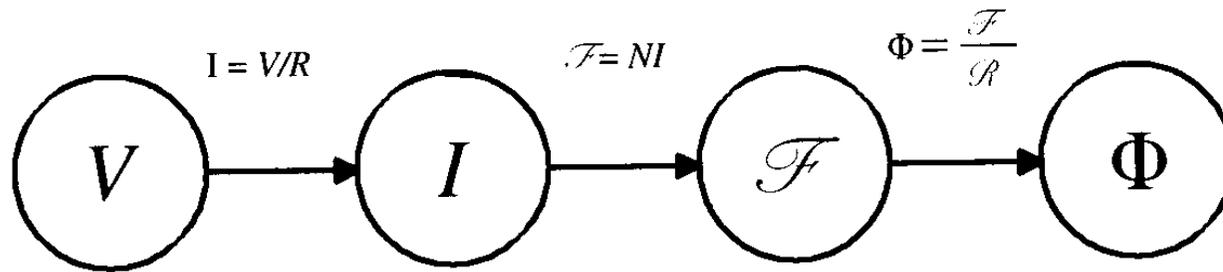


- Núcleo Sección circular



$$A_e = \pi R_2^2 = \pi(R_2^2 + e^2)$$

Cuando una bobina esta alimentada con C.C., la intensidad de corriente depende únicamente de la tensión aplicada, pero es absolutamente independiente de la naturaleza y características de o los materiales que está fabricado el núcleo.



Sucesión de efectos para la bobina alimentada con C.C.

Si se aumentara la \mathcal{R} , del circuito magnético, por ejemplo, agregando un entrehierro, la intensidad de corriente absorbida por la bobina no cambia, lo que si cambia es el Φ , haciendo que este disminuya.

CIRCUITOS MAGNETICOS

Donde : Φ : Flujo magnético [Wb]

B : Inducción magnética [T]

μ_0 : Permeabilidad absoluta ó del vacío, cuyo valor es $4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]

μ_r : Permeabilidad relativa que depende del material y que para el vacío vale "1"

N : Número de espiras

I : Corriente [A]

L_m : Longitud media del circuito magnético [m]

S : Sección transversal del núcleo

H : Intensidad de campo magnético [A/m]

Llamaremos al producto de: $N \cdot I$ \Rightarrow Fuerza magnetomotriz (F_{mm})

$$\frac{L_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} \quad \text{Reluctancia } (\mathcal{R})$$

$$\Phi = \frac{F_{mm}}{\mathcal{R}}$$

CIRCUITOS MAGNETICOS

Esto es válido si la reluctancia del circuito magnético se mantiene constante.

Podemos observar que hay una cierta analogía entre los circuitos magnéticos y los circuitos eléctricos, las cuales se encuentran resumidas en el siguiente cuadro:

CIRCUITO ELÉCTRICO	CIRCUITO MAGNÉTICO
E: Fuerza electromotriz [V]	F_{mm} : Fuerza magnetomotriz [A]
I: Intensidad de corriente [A]	Φ : Flujo magnético [Wb]
R: Resistencia óhmica [Ω]	\mathcal{R} : Reluctancia [1/H]
$\sum I = 0$	$\sum \Phi = 0$

CIRCUITOS MAGNETICOS

8.4 Ciclo de histéresis

Si partimos de un núcleo ferromagnético virgen, y alimentamos la bobina con una fuente de corriente continua, tal como se muestra en la figura 8.12, al ir aumentando la intensidad del campo magnético "H" (aumentando la intensidad de corriente I), los valores de la inducción magnética aumentan en una relación prácticamente lineal (tramo A-B), luego, para iguales incrementos de la intensidad de campo magnético, se obtienen menores incrementos de inducción magnética (tramo B-C), formando en esta zona lo que se llama codo de saturación.

Continuando el incremento de la corriente vemos que para grandes incrementos de la intensidad de campo magnético se obtienen pequeños incrementos de la inducción magnética (zona C-D), llamándole a esta zona saturada, lo que se puede observar en la figura 8.13. Esta curva obtenida es la imanación del material.

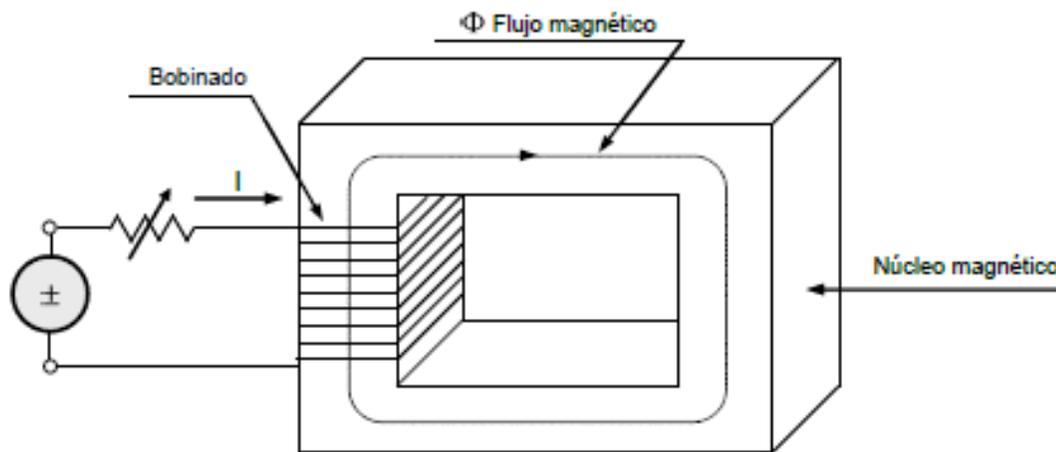
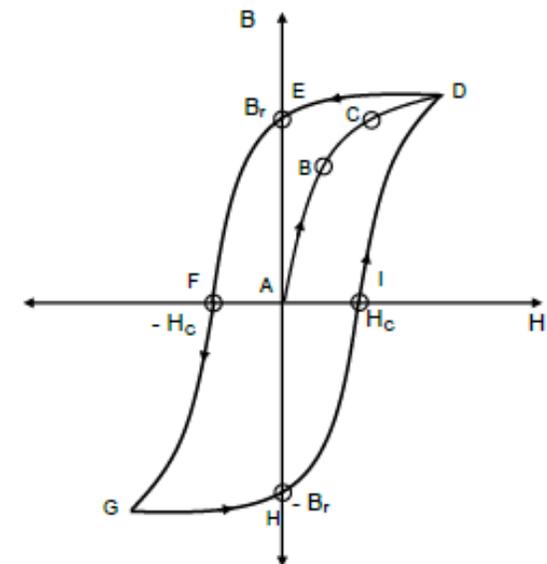


Figura 8.12 Ensayo de un material ferromagnético



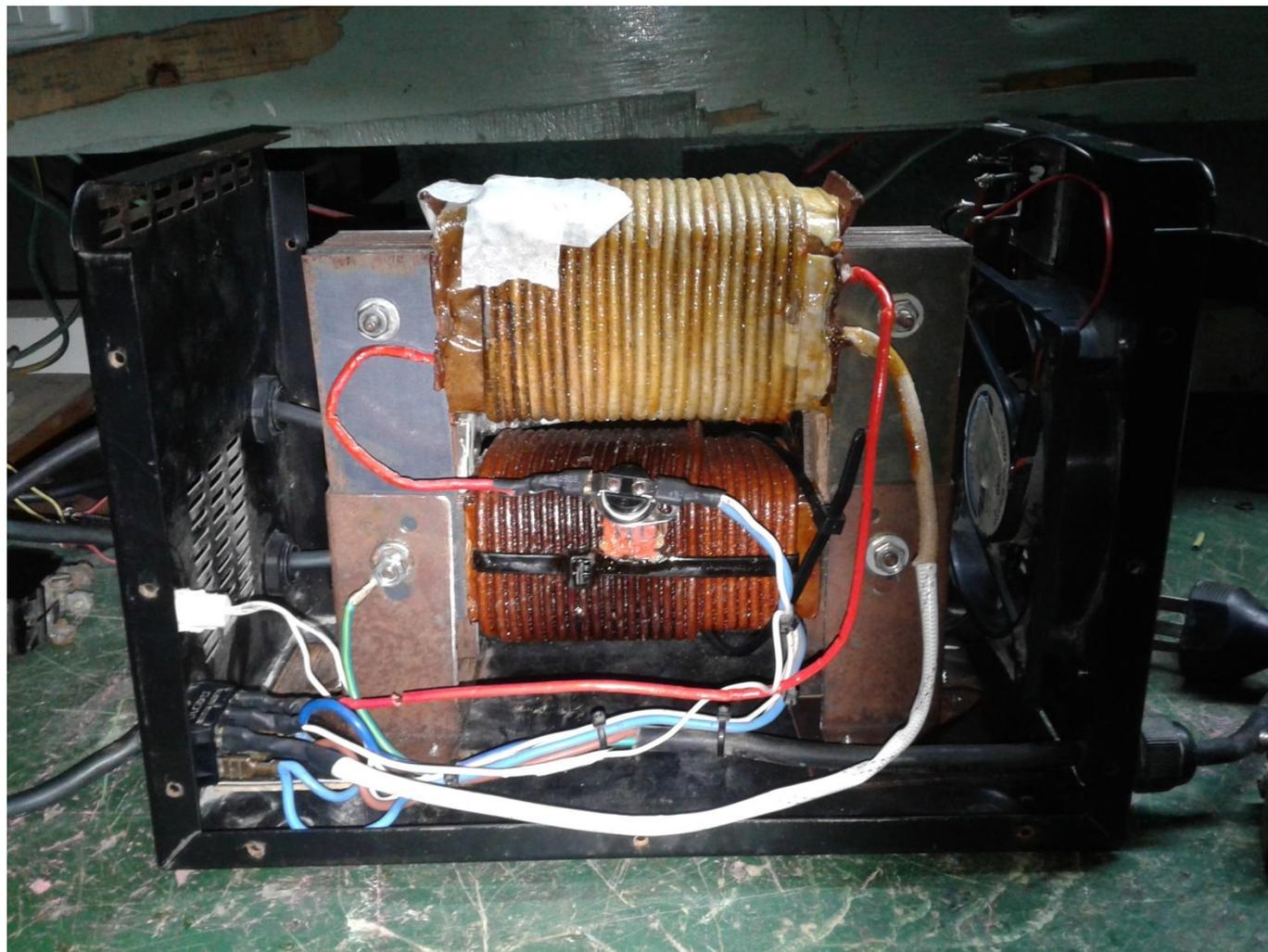
8.13 Ciclo de histéresis

CIRCUITOS MAGNETICOS

Si a partir del punto "D", se comienza a disminuir la corriente que circula por la bobina, disminuye la intensidad de campo magnético, con lo cual observamos que la correspondencia entre los valores de "B" y "H" se hace a través de la curva D - E - F, y cuando se anula dicha corriente, vemos que la inducción magnética no es nula y el material queda con un magnetismo remanente B_r (punto E).

Si desde este valor, invertimos el sentido de la corriente, con lo cual se invierte el sentido de la intensidad de campo magnético, se llega a que el magnetismo remanente se anule y este valor se lo llama campo coercitivo H_c (punto F). A partir de este punto el sentido de magnetización se invierte y se llega al punto "G", en el cual si volvemos a disminuir la corriente, la relación entre "B" y "H" se hace a través de la curva G-H, invirtiendo nuevamente el sentido de la corriente, con lo cual se efectúa el recorrido H-I-D, completando un ciclo, el cual recibe el nombre de ciclo de histéresis.

CIRCUITOS MAGNETICOS



Maquina Para soldar Monofásica

CIRCUITOS MAGNETICOS

• PROBLEMA DIRECTO

(Conocido el **flujo** determino la **Fm.m.**)

- a) Cálculo de la longitud media del circuito magnético:

$$L_m = 2(b-a) + 2(h-d)$$

- b) Cálculo de la sección del hierro:

$S_{Fe} = a \cdot e$ (lo tomamos constante para todo el circuito, caso contrario se deberá efectuar el cálculo para cada tramo en forma análoga)

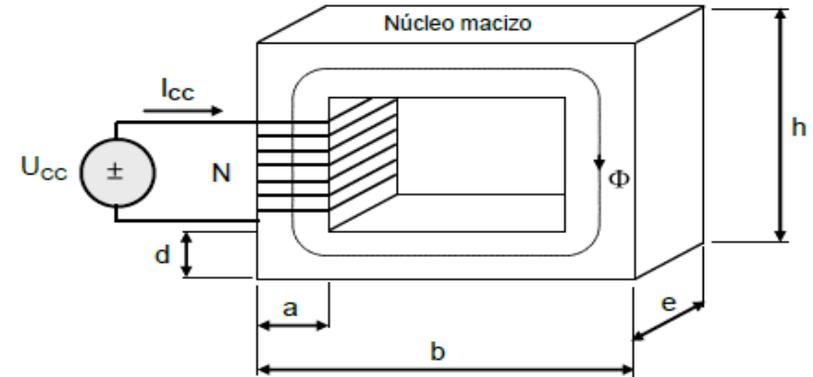
- c) Con el flujo magnético como dato hallamos la inducción magnética:

$$B = \frac{\Phi}{S_{Fe}}$$

- d) Con el valor de la inducción magnética y la curva $B = f(H)$ característica del material ferromagnético, obtenemos el valor de la intensidad de campo magnético.

- e) Calculamos la corriente necesaria:

$$I_{CC} = \frac{H_{Fe} \cdot L_m}{N}$$



• PROBLEMA INDIRECTO

Conocida la **f.m.m.** determino el **flujo**. (Método de ensayo y error)

- Se tiene en cuenta el % de Error con el que se va a trabajar, Por Ej. **5%**.
- Suponemos que toda la **f.m.m.** cae en el entrehierro o en material con menor permeabilidad si no hay entrehierro.
- Si el núcleo está compuesto sin entrehierro y por dos materiales muy similares , puedo suponer una caída del 50% en cada uno.

Supongamos que tiene entrehierro:

Elijo un valor de B y determino H) $H = \frac{B}{\mu_0}$

Determino la caída de tensión magnética y comparo con la Fuerza magnetomotriz de la bobina

$$U_e = H_e l_e$$

-Luego reduzco B por caída en el hierro y con este nuevo valor determino

$$F_{mm0} = \frac{B \times l_0}{\mu_0}$$

-De la tabla saco H para el material y determino

$$F_{mm} = H_m \times l_m$$

-Luego comparo $N \times i$ con $F_{mm_m} + F_{mm_0}$

Si el error está dentro del 5% acepto la aproximación, si no ajusto nuevamente el valor de B y repito los cálculos.

EJEMPLO DE APLICACIÓN 1.3

La Figura 1.10 representa un circuito magnético realizado con un material ferromagnético cuya curva de imanación está expresada por la ecuación:

$$B = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot H}{1 + 10^{-3} H} \quad B: \text{Teslas}; \quad H: \text{A.v/m}$$

El entrehierro es de 1 mm, la longitud media magnética de la estructura es de 1 m y la sección transversal es uniforme de valor: 20 cm². Calcular la inducción magnética en el entrehierro.

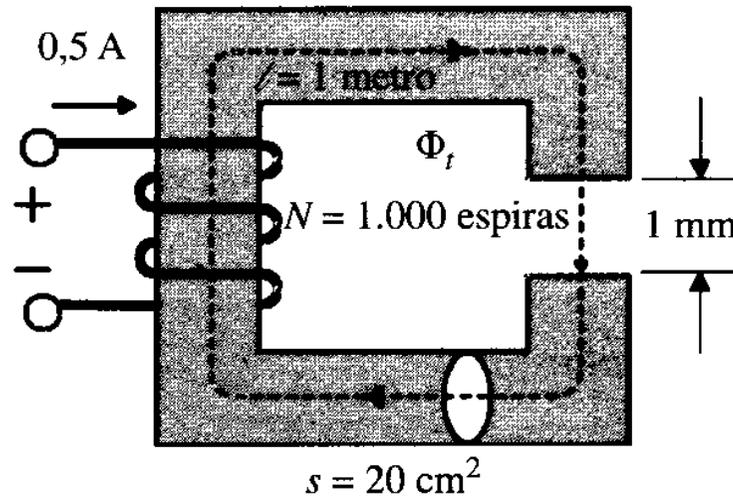


Figura 1.10.

CIRCUITOS MAGNETICOS

- En Corriente Alterna

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos \omega t$$



$$i(t)$$



$$\Phi(t)$$



$$fem$$

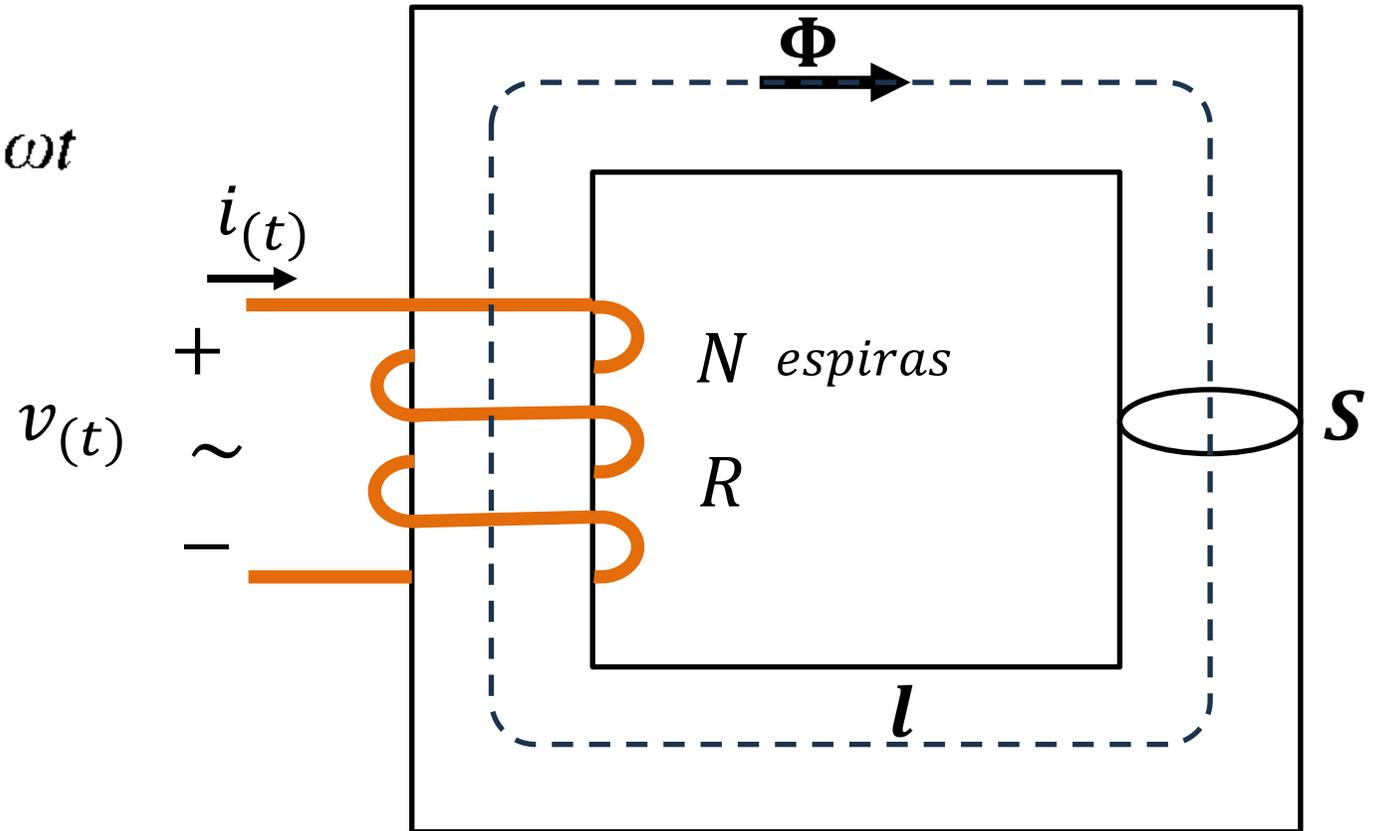


Aplicando la Ley de Kirchhoff

$$v = Ri + N \frac{d\Phi}{dt}$$



$$v = N \frac{d\Phi}{dt}$$



La constante de integración es nula
Siempre que se considere que no hay
magnetismo remanente en el
núcleo.

$$\Phi_{(t)} = \frac{1}{N} \int v dt = \frac{\sqrt{2}}{N\omega} V \text{sen } \omega t \quad 1$$

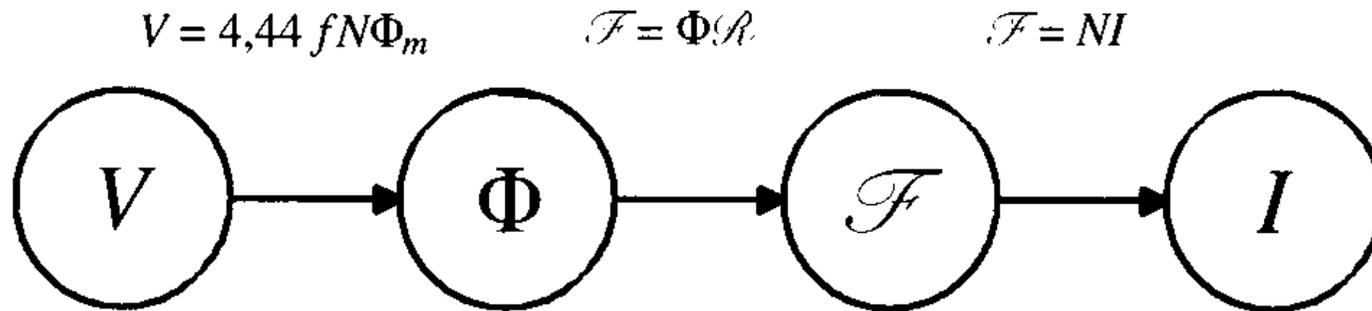
$$\Phi_{(t)} = \Phi_m \text{sen } \omega t = \Phi_m \text{cos}(\omega t - 90^\circ)$$

$$v(t) = \sqrt{2} V \text{cos } \omega t$$

$$\Phi_m = \frac{\sqrt{2}}{N\omega} V \quad \text{Despejando} \rightarrow V$$

$$V = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N\Phi_m \quad \rightarrow \quad V = 4,44 f N\Phi_m$$

- La tensión aplicada es el valor eficaz y el flujo es el máximo.
- El flujo se retrasa 90° respecto de la tensión en la bobina.
- El valor del flujo queda definido por el valor de tensión aplicada y de su frecuencia, pero es absolutamente independiente de la naturaleza y características de o los materiales que está fabricado el núcleo.



Sucesión de efectos para la bobina alimentada con C.A.

*Si se aumentara la \mathcal{R} , del circuito magnético, por ejemplo agregando un entrehierro, la intensidad de corriente absorbida por la bobina cambia, **aumenta**, lo hace para poder mantener el flujo Φ constante, ya que este depende del valor de la tensión de alimentación.*

CIRCUITOS MAGNETICOS

Circuito eléctrico equivalente de una bobina con núcleo de hierro alimentada con c.a.

- Se considerará que es circuito magnético es lineal, o sea, que la permeabilidad es cte.
- Que el núcleo no tenga pérdidas.
- Que el núcleo tenga pérdidas.

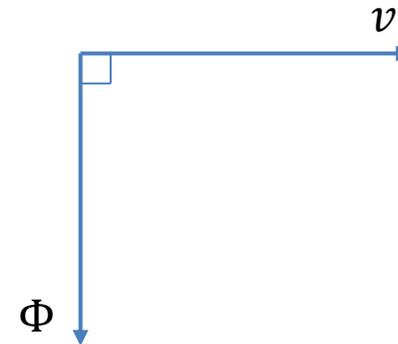
- **Núcleo sin pérdidas**

Si la potencia activa consumida por la bobina es nula, esto hace de considerar que la resistencia de la bobina es despreciable.

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}_{mm}}{\mathcal{R}} = \frac{N \cdot i_{exc}}{\frac{l_m}{\mu \cdot S}} = \mu \cdot \frac{N \cdot i_{exc}}{l_m} \cdot S$$

$$v = N \frac{d\Phi}{dt} \quad v = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di_{exc}}{dt}$$

i_{exc} Corriente de excitacion instantanea



$$v = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \frac{di_{exc}}{dt}$$

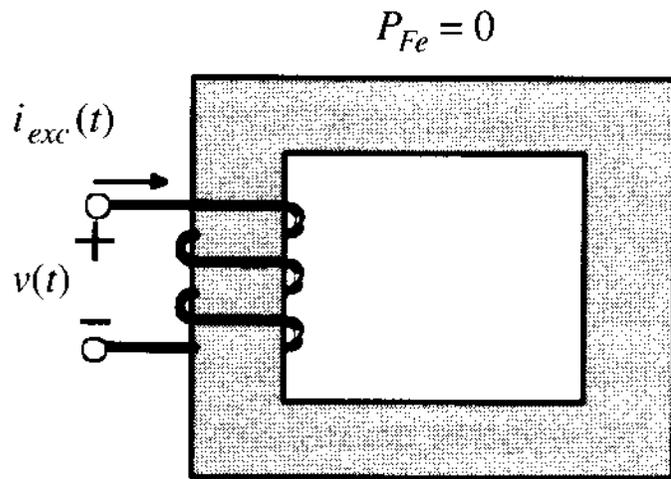
$$v = L \frac{di_{exc}}{dt}$$

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l}$$

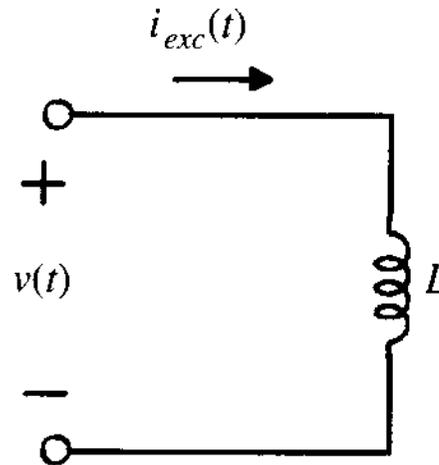
Bobina con núcleo de hierro.

Circuito equivalente
Representado por una bobina de valor L

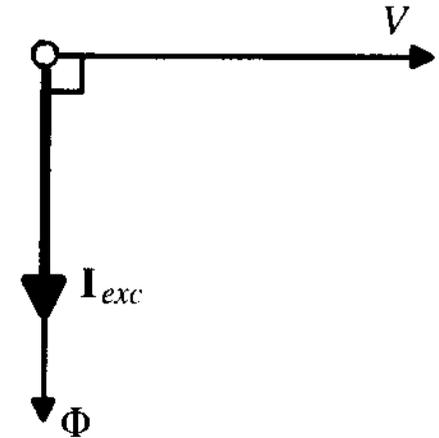
Al no existir pérdidas la i_{exc} está en fase con el Φ



a)



b)



c)

Figura 1.23. Circuito equivalente de una bobina con núcleo de hierro sin pérdidas.

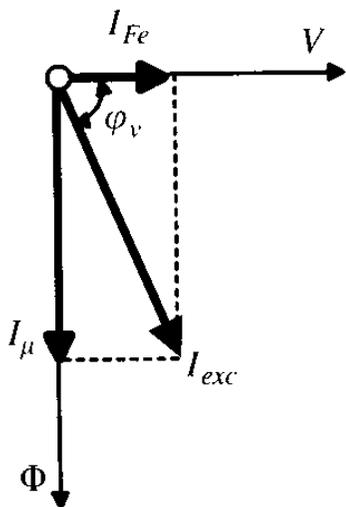
- **Núcleo con pérdidas**

En el caso que el núcleo tenga pérdidas en el hierro, la potencia activa absorbida de la red debe vencer estas pérdidas, por lo tanto el ángulo formado entre la corriente de excitación y la tensión ya no va a ser de 90 grados.

Perdidas en el hierro

$$P_{Fe} = V I_{exc} \cos \varphi_v$$

Diagrama vectorial



$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}}$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}}$$

I_{exc} → I_{Fe} → Corriente de pérdida en el núcleo
 → I_{μ} → Corriente magnetizante

$$I_{Fe} = I_{exc} \cos \varphi_v$$

$$I_{exc} = I_{Fe} + I_{\mu}$$

$$I_{\mu} = I_{exc} \sin \varphi_v$$

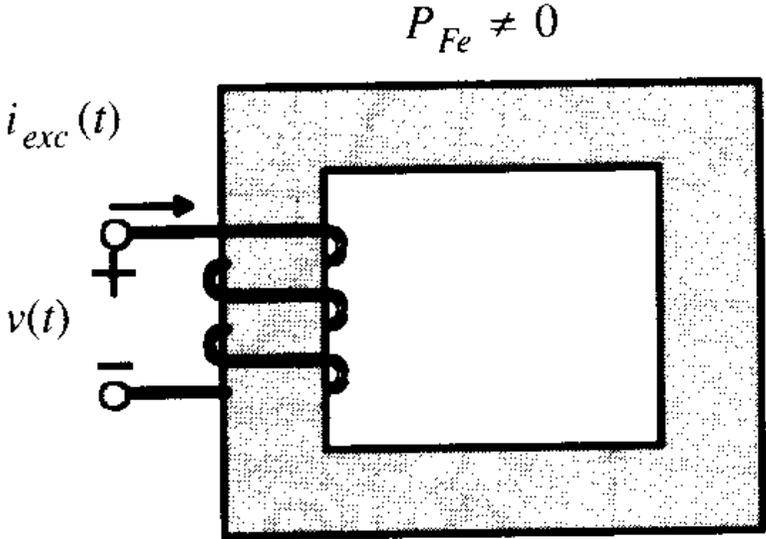
R_{Fe} → se la denomina resistencia de pérdida en el hierro

X_{μ} → se la denomina reactancia magnetizante

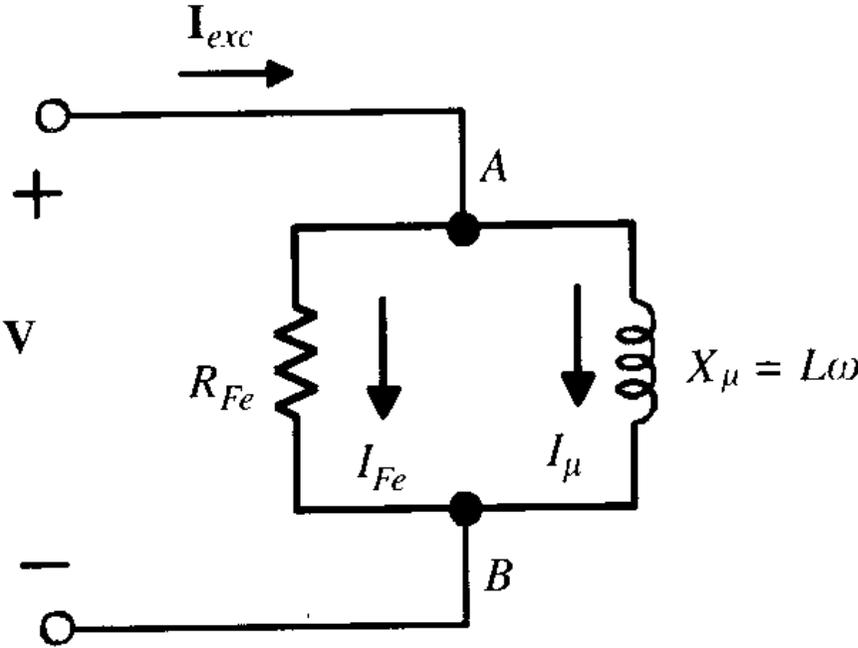
I_{μ} → representa la corriente necesaria para magnetizar el núcleo, también en el caso sin pérdidas.

$R_{Fe} I_{Fe}^2$ Representan las pérdidas en el hierro.

Bobina con núcleo de hierro.



Circuito equivalente



Corriente de excitación en una bobina con núcleo de hierro

Hasta ahora hemos visto la determinación de la corriente de excitación, habiendo analizado en el caso de que el circuito magnético es lineal, de permeabilidad constante. En este contexto se determinaron ecuaciones que relacionan la tensión y la corriente o el flujo y la corriente.

Esto implica que si la excitación es senoidal también lo son las formas de ondas del flujo y la corriente.

En la práctica, la curva de imanación de un material es no lineal, por lo tanto, la forma de onda de la curva de corriente de excitación deja de ser senoidal, por lo que hay que recurrir a técnicas gráficas para su determinación al ser imposible usar técnicas analíticas. (Zona del codo de saturación).

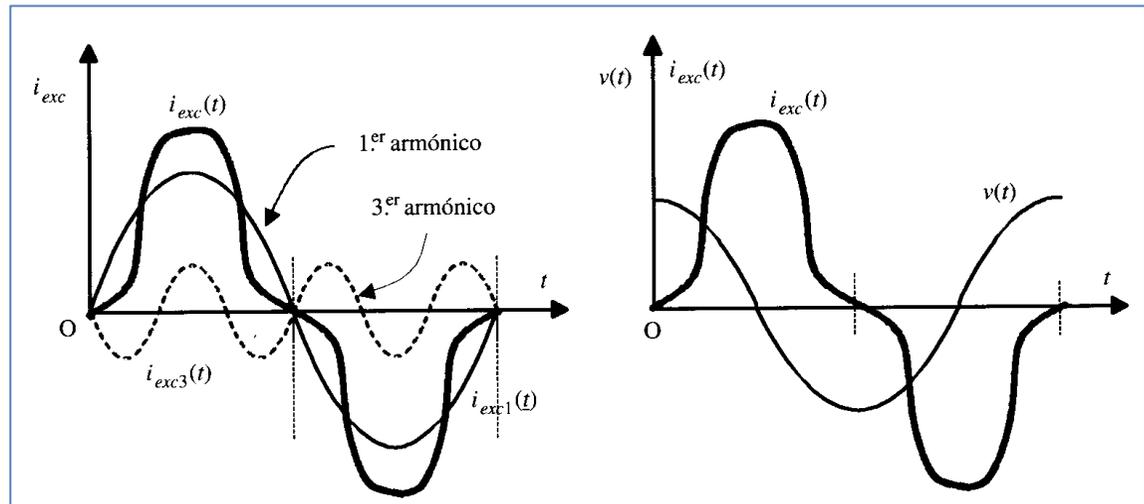
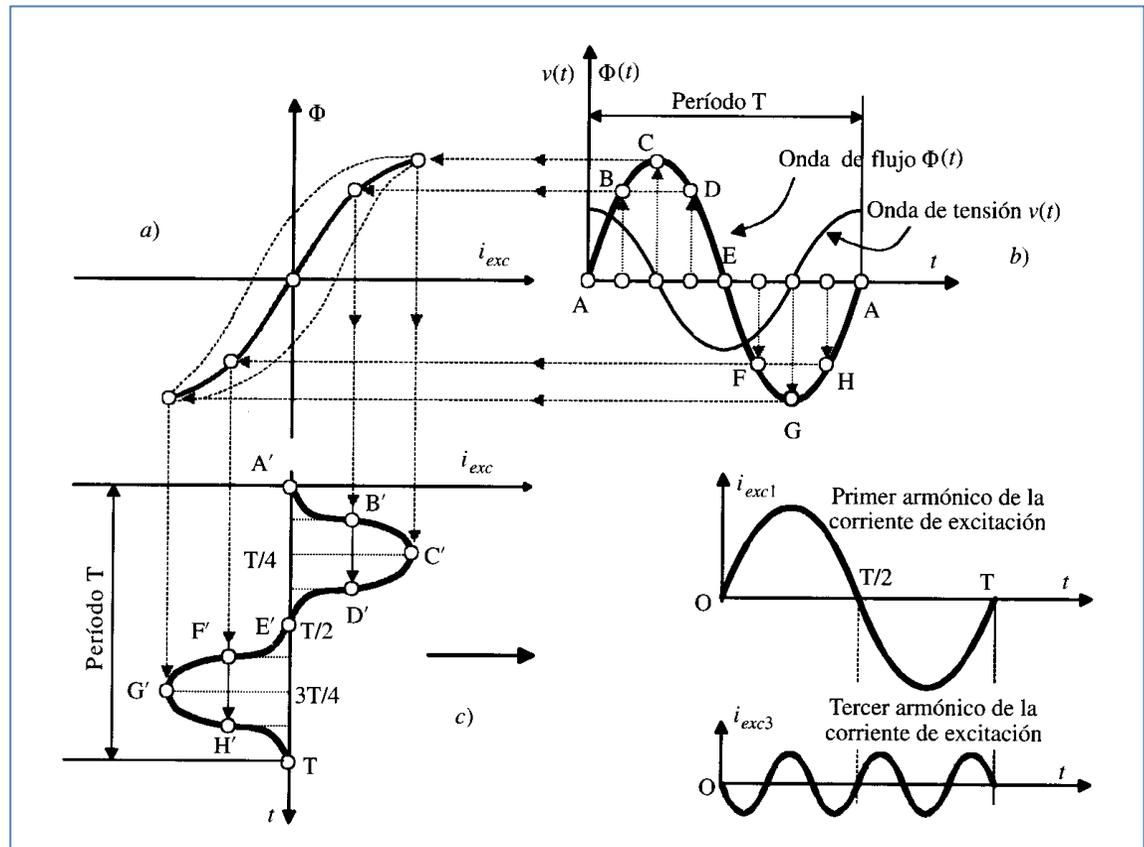
- **Núcleo sin pérdidas**

La relación entre el Flujo y la corriente de excitación se Obtienen Gráficamente.

Forma de onda no senoidal de la corriente de excitación que desarrollando por series de Fourier, se demuestra que aparecen armónicos 1, 3, 5

Forma de onda no senoidal de la corriente de excitación en vacío, determinada sumando los armónicos 1, 3.

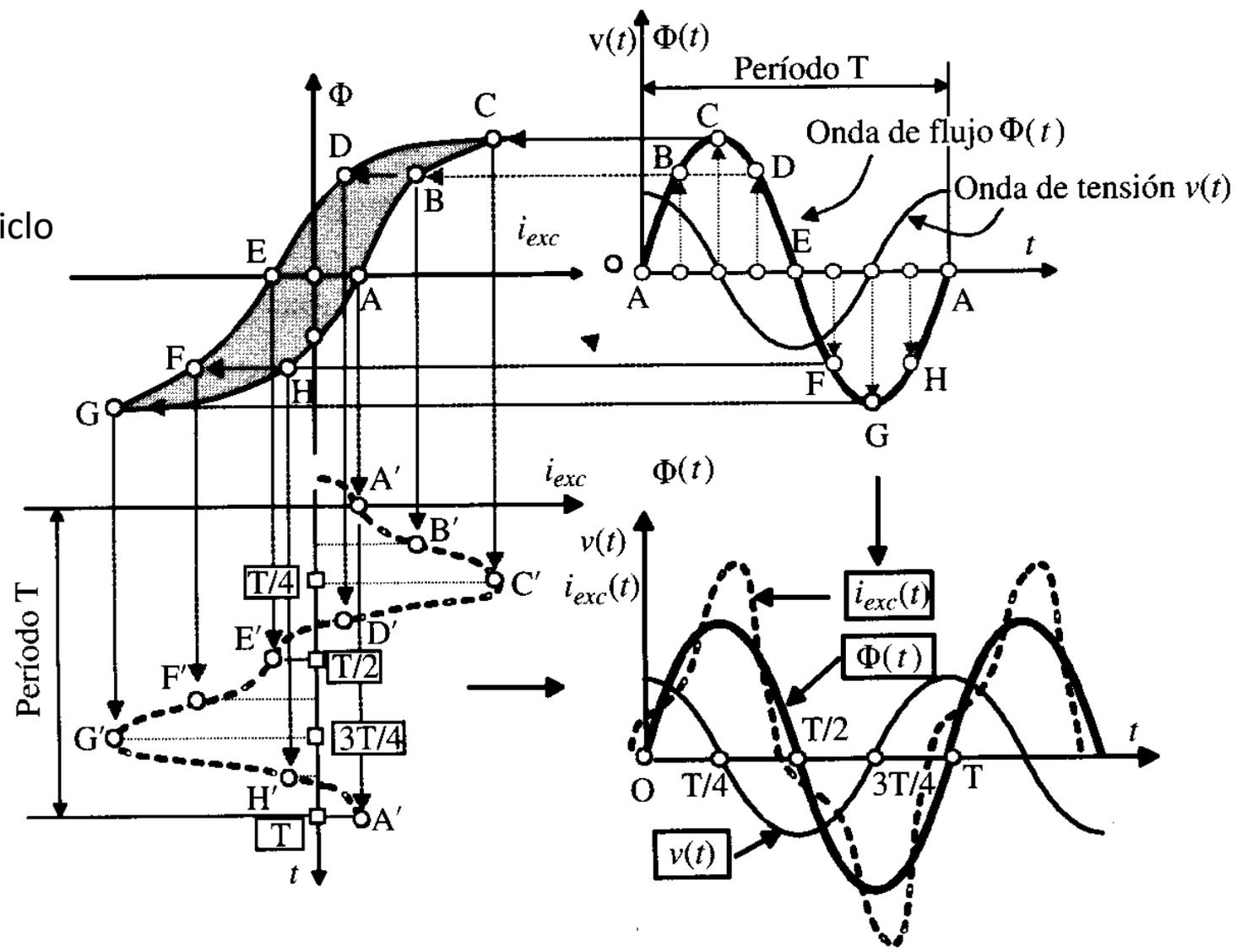
La Corriente de excitación atrasa 90 grados.



• **Núcleo con pérdidas**

Se consideran las pérdidas en el núcleo, únicamente Pérdidas por histéresis. El ciclo Se ve ensanchado.

Si se agregarían las Pérdidas por corrientes De Foucault, el ciclo de Histéresis se ensancharía aún más.

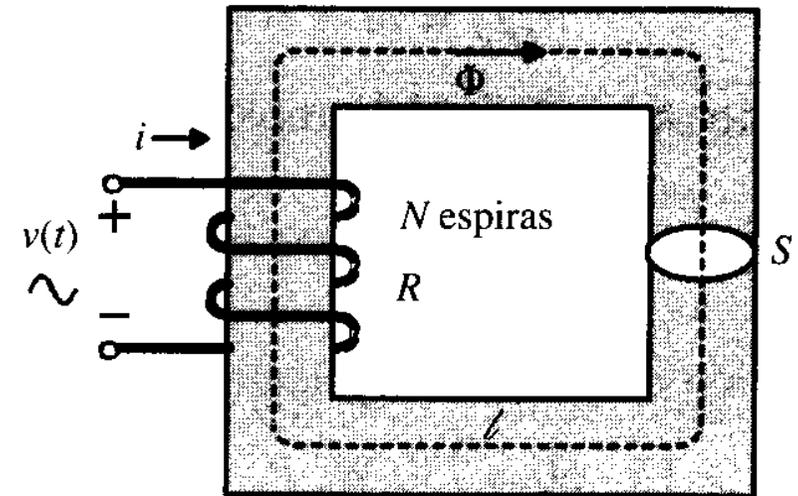


La corriente de excitación está representada por una onda senoidal equivalente, a la que le corresponde un valor eficaz igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los valores eficaces de la corriente fundamental y sus armónicos.

Ejemplo

Considerar el núcleo magnético de la Figura 1.19, donde la longitud de la trayectoria magnética media es de 50 cm y la sección del núcleo es de 10 cm^2 . El número de espiras es 300 y la tensión eficaz aplicada es $150/\sqrt{2}$ voltios. La resistencia de la bobina se supone despreciable y la curva de magnetización del material responde a la expresión:

$$B = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H}{1 + 10^{-2} H} \quad B: \text{ Teslas}; \quad H: \text{ A.v/m}$$



Calcular: a) Las corrientes I_{Fe} , I_{μ} e I_{exc} y el ángulo de desfase φ_v . b) Parámetros R_{Fe} y X_{μ} del circuito equivalente de la bobina. Datos: La frecuencia de la tensión es de 50 Hz y las pérdidas en el hierro con la tensión aplicada son de 20 W.

a)

$$\Phi_m = \frac{V}{4,44 fN} = \frac{150/\sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 300} = 1,59 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{2\pi f}{\sqrt{2}} N\Phi_m$$

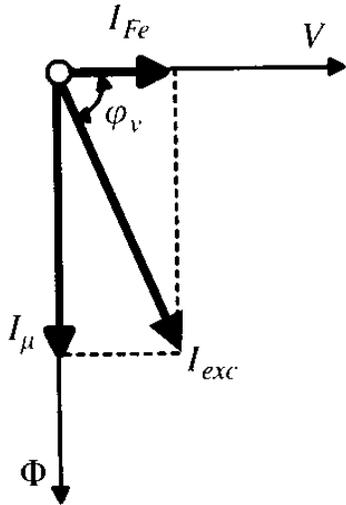
$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{1,59 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,59 \text{ Teslas} \quad B = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H}{1 + 10^{-2} H} \quad B: \text{ Teslas}; \quad H: \text{ A.v/m}$$

$$B_m = 1,59 = \frac{1,8 \cdot 10^{-2} H_m}{1 + 10^{-2} H_m} \Rightarrow H_m = 757 \text{ A.v/m}$$

Suponiendo» que la curva de H_m fuera sinusoidal, el valor eficaz de H sería:

$$H = \frac{H_m}{\sqrt{2}} = \frac{757}{2} = 535,28 \text{ A.v/m} \quad \text{y como } H = NI_\mu/\ell, \text{ quedaría: } I_\mu = \frac{H\ell}{N} = \frac{535,28 \cdot 0,5}{300} = 0,9 \text{ A}$$

Las pérdidas en el hierro son 20 W $\Rightarrow 20 = \frac{150}{\sqrt{2}} \cdot I_{exc} \cos \varphi_v = \frac{150}{\sqrt{2}} I_{Fe} \Rightarrow I_{Fe} = 0,19 \text{ A}$



$$I_{exc} = \sqrt{I_{Fe}^2 + I_{\mu}^2} = \sqrt{0,19^2 + 0,9^2} = 0,92 \text{ A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \varphi_v = \frac{I_{Fe}}{I_{\mu}} = \frac{0,19}{0,92} = 0,21 \Rightarrow \varphi_v = 78,08^{\circ}$$

b)

$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}} \Rightarrow$$

$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}} = \frac{150/\sqrt{2}}{0,19} = 558,24 \Omega$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}} \Rightarrow$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}} = \frac{150/\sqrt{2}}{0,9} = 117,85 \Omega$$

Energía y Coenergía Magnética

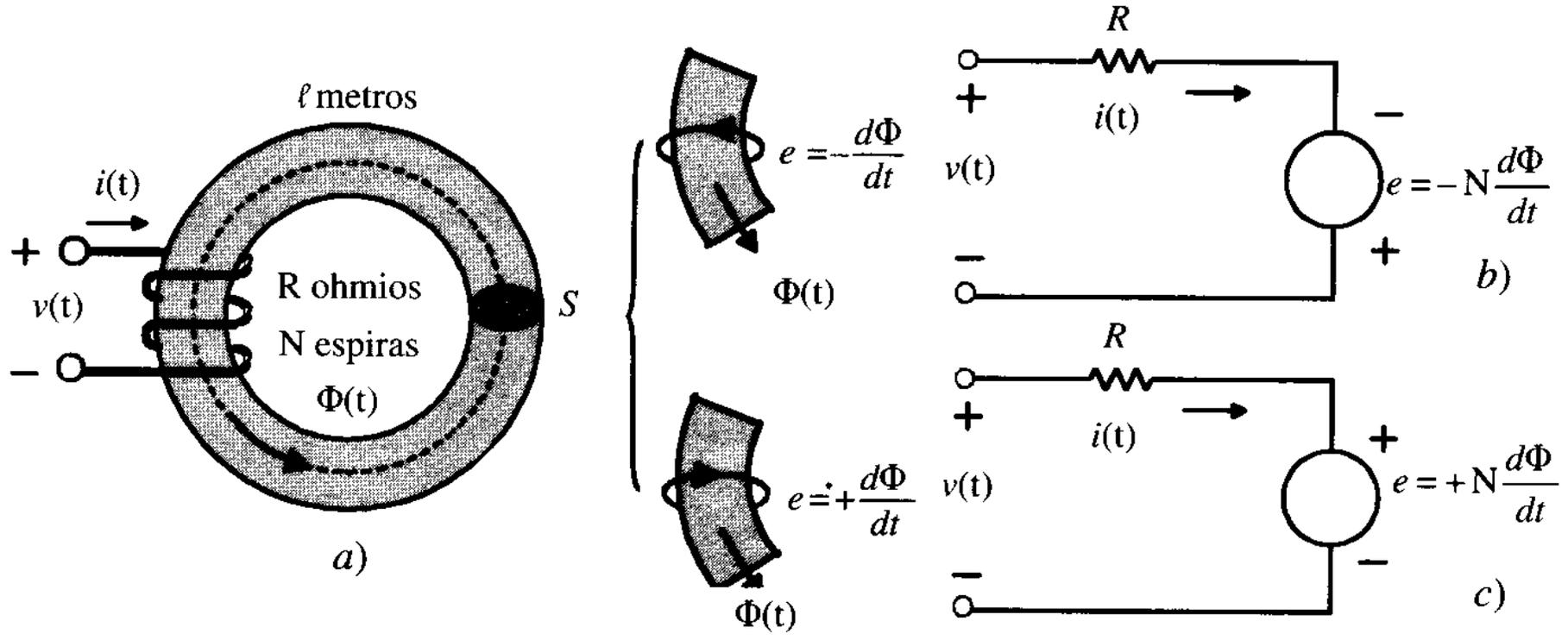


Figura 1.14. F.e.m. y f.c.e.m. inducida en una bobina con núcleo de hierro.

- **Aplicando Kirchhoff**

(Tanto v , i , como Φ , dependen del tiempo.)

$$v = Ri + N \frac{d\Phi}{dt}$$

Multiplicando ambos miembros por: $i \cdot d_t$

$$vi \cdot d_t = Ri^2 + Ni d\Phi$$

$$dWe = dW_R + dW_m$$

Podemos escribir como

dWe diferencial de energía eléctrica que entra al circuito

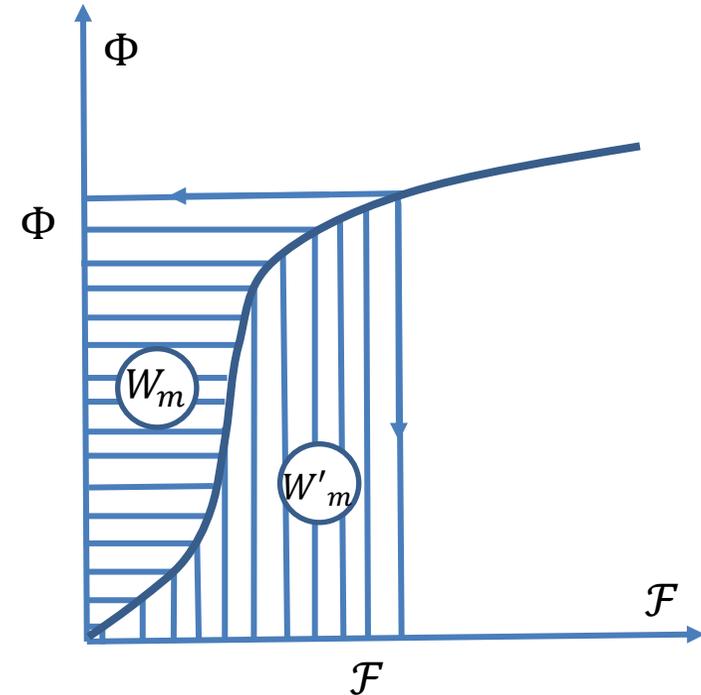
dW_R diferencial de energía eléctrica que consume la R de la bobina

dW_m diferencial de energía magnética (para producir el campo magnético)

$$dW_m = Ni d\Phi = \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi$$

$$W_m = \int_0^{\Phi} \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi$$

Partimos de un valor inicial para, $t = 0$, donde el flujo y la corriente son cero, Hasta un valor final de Φ , y de i . La **energía Magnética** almacenada por el núcleo es la que se ve rayada horizontalmente.



$$W'_m = \int_0^{\mathcal{F}} \Phi \cdot d\mathcal{F}_{mm}$$

La **coenergía**, no tiene un significado físico directo, es el área que se ve rayada verticalmente. Es de gran utilidad para el cálculo de la fuerza en los dispositivos electromagnéticos.

$$W_m = \int_0^{\Phi} \mathcal{F}_{mm} \cdot d\Phi = \int_0^B H \cdot l \cdot dB \cdot S = Vol \int_0^B H \cdot dB$$

$$\Phi = B \cdot S \quad \rightarrow \quad d\Phi = dB \cdot S$$

$$W_m = Vol \int_0^B H dB$$

Densidad de energía magnética
por densidad de volumen

$$\mathcal{F}_{mm} = H \cdot l \quad \rightarrow \quad d\mathcal{F}_{mm} = dH \cdot l$$

$$W'_m = \int_0^{\mathcal{F}} \Phi \cdot d\mathcal{F}_{mm} = \int_0^H BS l dH = Vol \int_0^H BdH$$

$$W'_m = Vol \int_0^H BdH$$

Densidad de coenergía magnética
por densidad de volumen

Si la curva de imanación del material es una recta entonces coincide el valor de la energía magnética y la coenergía magnética, podemos escribir lo siguiente.

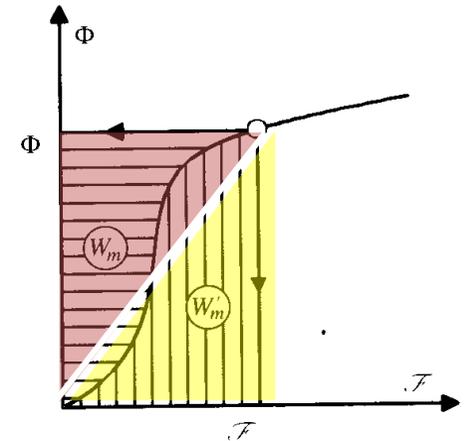
$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} \mathcal{F} \cdot \Phi = \frac{1}{2} \mathfrak{R} \cdot \Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}^2}{\mathfrak{R}}$$

$$L = N \frac{\Phi}{i}$$

$$L = N^2 \frac{\Phi}{Ni} = N^2 \frac{\Phi}{\mathcal{F}} = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}$$

$$\mathcal{F}_{mm} = \Phi \cdot \mathfrak{R}$$

$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} L \cdot \frac{\mathcal{F}^2}{N^2} = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$



$$W_m = W'_m = \frac{1}{2}HB = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2$$

Para la densidad de energía y coenergía magnética tenemos