



Unidad Temática 3: Funciones con Valores Vectoriales
Campos Vectoriales

Problema 1:

Dibuje varios vectores representativos del campo vectorial:

a) $\mathbf{F}(x, y) = y\mathbf{i} + \mathbf{j}$

d) $\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

b) $\mathbf{F}(x, y) = -x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j}$

e) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

Problema 2:

Hallar el campo vectorial gradiente de la función *escalar* propuesta:

a) $f(x, y) = e^{3x}\cos(4y)$

c) $f(x, y, z) = \frac{y}{z} + \frac{z}{x} - \frac{xz}{y}$

b) $f(x, y) = 5x^2 + 3xy + 10y^2$

d) $f(x, y, z) = xy * \ln(xy) + z$

Problema 3:

Para los siguientes campos vectoriales, determinar:

1). El rotacional.

2). La divergencia del campo vectorial.

a) $\mathbf{F}(x, y, z) = xyz\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$

c) $\mathbf{F}(x, y, z) = e^{-xyz}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$

b) $\mathbf{F}(x, y, z) = \sin(x)\mathbf{i} + \cos(x)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$

Problema 4:

Evalúe si el campo vectorial dado es o no *conservativo*. Si es conservativo, encuentre una función potencial:

a) $\mathbf{F}(x, y) = 3x^2y\mathbf{i} + x^3\mathbf{j}$

c) $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + \mathbf{k}$

b) $\mathbf{F}(x, y) = [y\cos(xy)]\mathbf{i} + [x\cos(xy)]\mathbf{j}$

d) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + e^y\sin(z)\mathbf{j} + e^y\cos(z)\mathbf{k}$

Problema 5:

Calcular:

- a) $\text{rot}(\mathbf{F} \times \mathbf{G})$
- b) $\text{rot}(\text{rot}(\mathbf{F}))$
- c) $\text{div}(\text{rot}(\mathbf{G}))$
- d) $\text{div}(\mathbf{F} \times \mathbf{G})$

Para los siguientes pares de campos vectoriales:

- 1) $\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 3y\mathbf{k}$; $\mathbf{G}(x, y, z) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
- 2) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} - z\mathbf{k}$; $\mathbf{G}(x, y, z) = x^2\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$

Problema 6:

Pruebe que cualquier campo vectorial de la forma $\mathbf{F}(x, y, z) = f(x)\mathbf{i} + g(y)\mathbf{j} + h(z)\mathbf{k}$, donde $f(x)$, $g(y)$ y $h(z)$, son funciones derivables es **irrotacional**.

Problema 7:

Demuestre que cualquier campo vectorial de la forma $\mathbf{F}(x, y, z) = f(y, z)\mathbf{i} + g(x, z)\mathbf{j} + h(x, y)\mathbf{k}$, es **incompresible**.

Problema 8:

Sea f un campo escalar y $\mathbf{F}$ un campo vectorial. Establezca si cada expresión es un campo escalar, uno vectorial o si carece de sentido.

- | | |
|--|--|
| a) $\text{rot}(f)$ | g) $\text{grad}(\mathbf{F}) \times \text{div}(\mathbf{F})$ |
| b) $\text{div}(\mathbf{F})$ | h) $\text{rot}(\text{grad}(f))$ |
| c) $\text{grad}(\mathbf{F})$ | i) $\text{grad}(\text{div}(\mathbf{F}))$ |
| d) $\text{grad}(f)$ | j) $\text{grad}(\text{div}(f))$ |
| e) $\text{div}(\text{grad}(\mathbf{F}))$ | k) $\text{div}(\text{div}(\mathbf{F}))$ |
| f) $\text{rot}(\text{rot}(\mathbf{F}))$ | l) $\text{div}[\text{rot}(\text{grad}(f))]$ |