UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Reconquista

Análisis Matemático II

Prof. Ribas G. - Ing. Fun A. - Ing. Talijancic I.

Unidad Temática 4: INTEGRALES MÚLTIPLES

Problema 1:

Calcular la integral doble de la función dada, representando previamente la región de integración. Verificar el resultado obtenido cambiando el orden de integración.

a) $f(x,y) = x^3y$; $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq \dfrac{1}{2}\ ;\ x+y \leq 1\ ;\ y \geq 0\}$

b) $f(x,y) = \dfrac{y}{x}$; $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / \frac{1}{2} \leq x \leq 1\ ;\ -(x+1)^{\frac{1}{2}} \leq y \leq -x^3\}$

c) $f(x,y) = x^2 + y^2$; $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = x\ ;\ y = x^2\}$

d) $f(x,y) = 2xy$; $R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = 0\ ;\ y = x\ ;\ x+y = 2\}$

Problema 2:

Hallar el área limitada por:

a) Las parábolas $y = 2x - x^2$ e $y = 3x^2 - 6x$.

b) Las rectas $x = y$; $x + y = 60$; $x + 3y = 60$; $x = 2y$

Problema 3:

Calcular el volumen de los sólidos indicados:

a) Limitado por $x^2 + y^2 = 1$; $z = x + 2y$; en el primer octante.

b) Bajo el paraboloide $z = 3x^2 + y^2$ y encima de la región acotada por $y = x$; $x = y^2 - y$; $z = 0$.

c) Limitado por los planos coordenados y el plano $x + y + z = 1$.

Problema 4:

Dibujar el recinto y calcular en coordenadas polares:

a) $\int_{x=0}^{x=4} \int_{y=0}^{\sqrt{16-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\ dydx$

b) $\int_R xydA$, donde R es la región que está en el primer octante entre los círculos: $x^2+y^2 = 4$ y $x^2 + y^2 = 25$.

c) $\int\int_R \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ donde R es la región que está dentro del cardioide $r = 1 + Sen(\theta)$ y fuera del círculo $r = 1$.

d) El volumen del sólido que está bajo el plano: $6x + 4y + z = 12$ y encima de disco con el círculo frontera $x^2 + y^2 = y$.

Problema 5:

Una carga eléctrica se distribuye sobre el disco unitario $x^2 + y^2 \leqq 1$, de manera que la densidad de carga en un punto está dada por: $\rho(x, y) = 1 + x^2 + y^2$ medida en $(\frac{Coul}{m^2})$. Encuentre la carga total sobre el disco.

Problema 6:

Una placa delgada acotada por $x^2 + 4y^2 = 12$ y $x = 4y^2$ tiene densidad variable dada por $\rho(x, y) = kx$. Halle la masa de la placa.

Problema 7:

Una lámina ocupa la parte del disco $x^2 + y^2 \leqq 1$ en el primer cuadrante.
Determine su centro de masa si la densidad es proporcional al cuadrado de la distancia desde el eje x para cualquier punto.

Problema 8:

Utilice integral triple para determinar el volumen del sólido dado:

a) El sólido acotado por el cilindro elíptico $4x^2 + z^2 = 4$ y los planos $y = 0$; $y = z + 2$

b) El solido encerrado por los paraboloides $z = x^2 + y^2$ y $z = 18 - x^2 - y^2$.

Problema 9:

Emplee coordenadas esféricas o cilíndricas, según resulte más apropiado:

a) Calcule $\int\int\int_D ydv$; donde D es el sólido que está entre los cilindros $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$, encima del plano xy y debajo del plano $z = x + 2$.

b) Determine: el volumen y el centroide de la región E acotada por el paraboloide $z = x^2+y^2$ y $z = 36 - 3x^2 - 3y^2$.

c) Calcular la masa de una semiesfera de radio 4 y centro en el origen si $\rho(x, y, z) = 3z$ para cada punto (x, y, z) de la misma.

d) Halle el volumen del sólido limitado por el cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ y el cilindro $x^2+y^2-2y = 0$.

Problema 10:

Evalúe la integral al llevar a cabo un cambio de variables apropiado.
$\int_R xydA$, donde R es la región acotada por las rectas:

- $2x - y = 1$.
- $2x - y = -3$.
- $3x + y = 1$.
- $3x + y = -2$.