UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
Facultad Regional Reconquista

Análisis Matemático II

Prof. Ribas G. - Ing. Fun A. - Ing. Talijancic I.

Unidad Temática 6: INTEGRALES DE SUPERFICIE

Problema 1:

Calcular $\int\int_S (x - 2y + z)ds$

a) $S : z = 4 - x \; ; \; 0 \leq x \leq 4 \; ; \; 0 \leq y \leq 1$

b) $S : z = 10 \; ; \; x^2 + y^2 \leq 1$

Problema 2:

Calcular $\int_S f(x, y)ds$

a) $f(x, y) = y + 5$
$S : \mathbf{r}(u, v) = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + v\mathbf{k} \; ; \; 0 \leq u \leq 1 \; ; \; 0 \leq v \leq 2$

b) $f(x, y) = x + y$
$S : \mathbf{r}(u, v) = 2uCos(v)\mathbf{i} + 2uSen(v)\mathbf{j} + u\mathbf{k} \; ; \; 0 \leq u \leq 4 \; ; \; 0 \leq v \leq \pi$

Problema 3:

Calcular $\int_S f(x, y, z)ds$

a) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 \; ; \; S : z = x + 2 \; ; \; x^2 + y^2 \leq 1$

b) $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \; ; \; S : z = \sqrt{x^2 + y^2} \; ; \; x^2 + y^2 \leq 4$

Problema 4:

Determinar el flujo del campo vectorial $\mathbf{F}$ a lo largo de S

a) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$; Siendo S : la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

b) $\mathbf{F}(x, y, z) = e^y\mathbf{i} + ye^x\mathbf{j} + x^2y\mathbf{k}$
S : Es la parte el paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$ que está encima del cuadrado $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$ y que tiene su orientación hacia arriba

Problema 5:

Calcular la masa de un embudo delgado en forma de un cono $z = \sqrt{x^2 + y^2}$; $1 \leq z \leq 4$, si la función de densidad es $\rho(x, y) = 10 - z$.

Problema 6:

Probar que el momento de inercia de una capa cónica, respecto de su eje es $\frac{1}{2}ma^2$, donde m denota la masa y a el radio.

Problema 7:

La temperatura en el punto (x, y, z) de una sustancia con conductividad $k = 6,5$ es $U(x, y, z) = 2y^2 + 2z^2$. Determinar la razón de flujo de calor hacia adentro, a través de la superficie cilíndrica $y^2 + z^2 = 6$, $0 \leq x \leq 4$.

Problema 8:

Verifique que el ***Teorema de la Divergencia*** se cumple para el campo vectorial $\mathbf{F}$, sobre la región E.

a) $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ donde E es la esfera unitaria $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

b) $\mathbf{F}(x, y, z) = xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + 3z^2\mathbf{k}$ donde E es el sólido acotado por el paraboloide $z = x^2 + y^2$ y el plano $z = 1$.

Problema 9:

Utilice el ***Teorema de la Divergencia*** para calcular la integral $\iint_S \mathbf{F}.\mathbf{N}ds$ donde:

a) $\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$
S es la superficie del sólido acotado por el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ y los planos $z = 0$ y $z = 2$.

b) $\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} + x^2y\mathbf{j} + x^2e^y\mathbf{k}$
$S : z = 4 - y$; $z = 0$; $0 \leq x \leq 6$; $y = 0$

Problema 10:

Verifique que el ***Teorema de Stokes*** se cumple para el campo $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$ donde S es la parte del paraboloide $z = 1 - x^2 - y^2$ que está encima del plano xy y S está orientada hacia arriba.

Problema 11:

Use el ***Teorema de Stokes*** para evaluar:
$\int_C \mathbf{F}\mathbf{dr}$ donde $\mathbf{F}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + yz\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ y C es el triángulo con vértices $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ orientado en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj.

Problema 12:

El movimiento de un líquido en un contenedor cilíndrico de radio 1 se describe mediante el campo de velocidades $\mathbf{F}(x, y, z)$.
Calcular $\iint_S \mathbf{rot(F)Nds}$ donde S es la superficie superior del contenedor.

a) $\mathbf{F}(x, y, z) = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.

b) $\mathbf{F}(x, y, z) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$.