

1.1. SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Se entiende por sistema de distribución de energía eléctrica a la disposición adoptada por los conductores y receptores, para lograr que la energía generada en las centrales pueda ser utilizada en los lugares de consumo.

Fundamentalmente, una distribución puede realizarse de dos maneras: en serie o en derivación.

Distribución serie

La distribución serie o a intensidad constante, consiste en conectar todos los receptores uno a continuación del otro, de manera que la intensidad que pasa por uno de ellos, lo hace también a través de todos los demás.

Este sistema de distribución tiene la ventaja de utilizar un conductor de sección única, ya que la intensidad es la misma a lo largo de todo el circuito. El principal inconveniente lo tenemos en la dependencia que existe entre los receptores, ya que si uno cualquiera de ellos se interrumpiera, los demás quedarían también fuera de servicio.

Otro inconveniente del sistema de distribución serie, es el de tener que utilizar receptores cuya tensión de alimentación es variable con la potencia consumida, de manera que los receptores de gran potencia tendrán entre sus extremos tensiones muy elevadas.

Por los motivos expuestos, la distribución serie solamente se utiliza en algunos casos muy concretos, como pueden ser la alimentación de lámparas de incandescencia en tranvías y trolebuses, en plantas anodizadoras y en baños electrolíticos.

Distribución en derivación

Como ya es sabido, la distribución en derivación o a tensión constante, consiste en ir conectando en paralelo los distintos receptores a lo largo de una línea de dos o más conductores.

El principal inconveniente de una distribución en derivación es la enorme dificultad que se encuentra ante el deseo de mantener constante la tensión de alimentación, a lo largo del circuito. No obstante, esta distribución es la que se utiliza en la casi totalidad de los casos, minimizando el inconveniente de la caída de tensión, a base de colocar conductores lo más gruesos posible, tanto como lo permita la economía.

1.2. ELECCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE UNA DISTRIBUCIÓN EN DERIVACIÓN

Las características fundamentales de una distribución en derivación son la tensión y el número de conductores utilizados.

Ya en el Capítulo 2 veíamos la influencia de la tensión en la sección de los conductores: "*Las secciones están en razón inversa del cuadrado de las tensiones*", es decir, cuanto mayor sea la tensión utilizada en la distribución, menor será el peso de conductor empleado.

Naturalmente, en el transporte de energía no existe más limitación de la tensión que la correspondiente a la tecnología de los componentes que intervienen, tales como interruptores, aisladores, transformadores, etc., pero en distribución tendremos como límite el de la seguridad de las personas que van a manejar los receptores eléctricos.

En los inicios de la electricidad, las tensiones de distribución eran muy bajas, 63V y 125V., pero hoy en día, con la utilización de materiales plásticos, magnetotérmicos, diferenciales, tomas de tierra, etc., se puede llegar a distribuir con tensiones del orden de 220 y 380V., sin riesgo excesivo para las personas.

También en el Capítulo 2 veíamos la comparación entre líneas bifásicas en continua y bifásicas en alterna, así como también, la comparación entre bifásica y trifásica. El resultado fué que la alterna trifásica utilizaba pesos de conductores notablemente menores, por lo que éste era uno de los motivos por los que el transporte se hacía en trifásica.

Para la distribución también puede hacerse el mismo razonamiento, por lo que fácilmente llegaremos a la conclusión de que las distribuciones actuales se hacen en trifásica y a tensiones que no suelen superar los 380V.

Dentro de las distribuciones trifásicas, la más interesante es la estrella a cuatro hilos, la cual nos permite disponer de una serie de variantes que tendrán más o menos aplicación según sea el caso.

En la siguiente figura representamos la disposición general de una alimentación a un centro de transformación C.T., para la distribución a tres hilos más neutro. Una línea de media tensión, por lo general 10 ó 15 kV., alimenta un transformador cuyo primario está conectado en triángulo, y el secundario en estrella. Del centro de la estrella se obtiene el neutro, cuarto conductor conectado a tierra.

Así constituido, el sistema de distribución a cuatro hilos, y suponiendo que la tensión entre una cualquiera de las fases y el neutro es de 220V., la tensión compuesta entre las distintas fases será:

$$E = \sqrt{3} U = \sqrt{3} \cdot 220 = 380V$$

En ocasiones también encontraremos, a extinguir, distribuciones a 125/220V.

Veamos seguidamente las variantes que podremos realizar con un sistema de distribución trifásica en estrella, con neutro:

a) Tres derivaciones a 220 V

Obtenidas entre una cualquiera de las fases y el neutro, se verifica para cada una de ellas que:

$$W_{ap} = UI \quad ; \quad W_a = UI \cos \varphi \quad ; \quad W_r = UI \sin \varphi$$

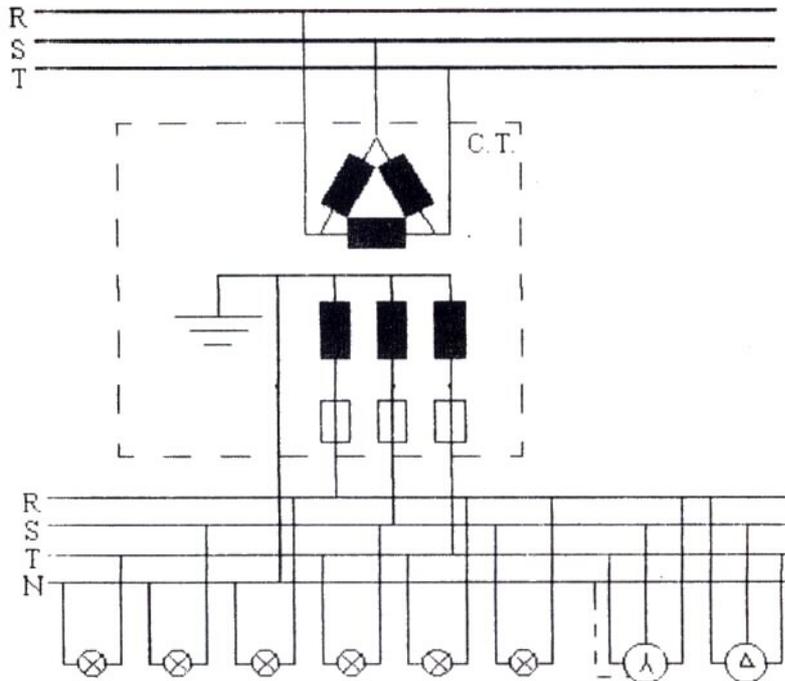
Se utiliza para alimentar, a 220V., receptores o grupos de receptores de pequeña potencia. Esta disposición equivale a una conexión de receptores en estrella, tal y como más adelante indicaremos

b) Tres derivaciones a 380 V

Se obtienen entre fases de la red, verificándose para cada una de ellas que

$$W_{ap} = E I \quad ; \quad W_{\alpha} = E I \cos \varphi \quad ; \quad W_r = E I \sin \varphi$$

Como en el caso anterior, se utiliza para alimentar, a 380 V, un receptor o grupos de receptores, de pequeña potencia.



c) Una derivación en triángulo

Cuando se hace uso de las tres fases y éstas alimentan a un receptor conectado en triángulo, con sus fases uniformemente cargadas, se verifica que:

$$W_{ap} = \sqrt{3} E I \quad ; \quad W_{\alpha} = \sqrt{3} E I \cos \varphi \quad ; \quad W_r = \sqrt{3} E I \sin \varphi$$

Se utiliza para alimentar receptores trifásicos de gran potencia, conectados en triángulo.

d) Una derivación en estrella

Cuando se hace uso de las tres fases y del hilo neutro, suponiendo que las tres fases están uniformemente cargadas, se verifica que:

$$W_{ap} = 3 U I = \sqrt{3} E I$$

$$W_{\alpha} = 3 U I \cos \varphi = \sqrt{3} E I \cos \varphi \quad ; \quad W_r = 3 U I \sin \varphi = \sqrt{3} E I \sin \varphi$$

Esta disposición se utiliza para alimentar receptores trifásicos de gran potencia, conectados en estrella, con o sin neutro.

También se utiliza para conectar grupos de receptores monofásicos en estrella, como es el caso del alumbrado público. Ahora, la utilidad del hilo neutro es evidente, ya que si por alguna causa se produce un desequilibrio, la

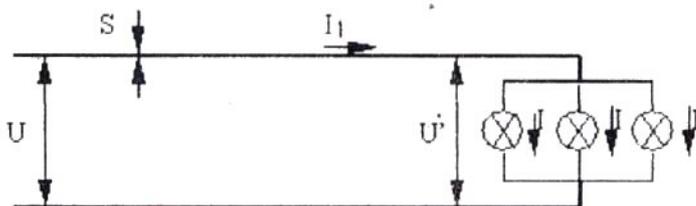
Intensidad se cierra por el neutro, evitando con ello el correspondiente desequilibrio de tensiones. Es por este motivo por el que nunca deben colocarse fusibles en el hilo neutro.

El sistema de distribución a cuatro hilos es el preferido para una red trifásica, sobre todo para los casos de alumbrado o para alumbrado y fuerza motriz. Es aconsejable la utilización de transformadores con conexión Dy o Yz, de manera que cuando la carga esté muy desequilibrada, este desequilibrio tenga menor influencia en el primario del transformador, en la línea y en los generadores.

1.3. COMPARACIÓN DE LOS PESOS DE COBRE DE LOS DISTINTOS SISTEMAS DE DISTRIBUCIÓN

Resulta de sumo interés la comparación de los pesos de cobre o aluminio que entrarán a la hora de realizar un sistema de distribución, según los tres sistemas tradicionales: monofásico, trifásico en triángulo y trifásico en estrella.

Sea una distribución monofásica que alimenta a tres receptores iguales, por ejemplo tres lámparas, y que tiene una tensión inicial U y una tensión en los receptores U' . Llamando I a la intensidad que circula por cada lámpara, la intensidad de línea será $I_1 = 3I$, siendo S_1 la sección del hilo conductor, al que le corresponde una resistencia R_1 .

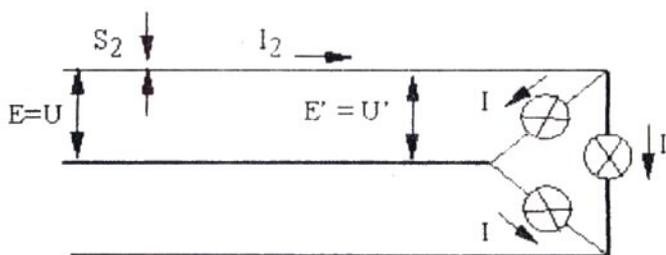


Según estos datos, puede deducirse fácilmente la caída de tensión V en la línea:

$$V = U - U' = 2R_1 I_1 = 2R_1 3I = 6R_1 I \quad (1)$$

Sea ahora un sistema trifásico en triángulo que presenta una tensión inicial de línea $E=U$ y una tensión en los receptores $E'=U'$, para alimentar a tres lámparas exactamente iguales que las utilizadas en el caso anterior. Llamando I a la intensidad que circula por cada lámpara, la intensidad de línea I_2 será la suma vectorial de las intensidades de dos de las lámparas

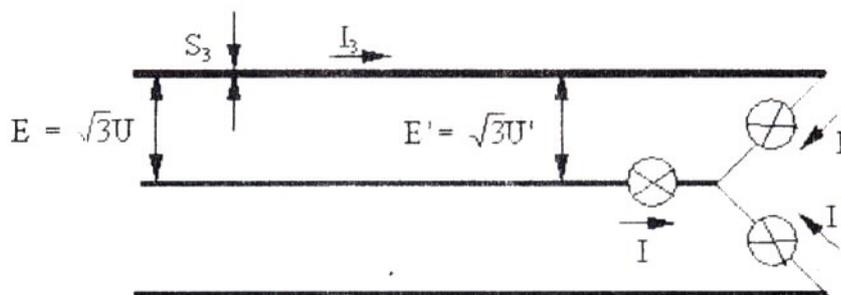
$$\vec{I}_2 = \vec{I} + \vec{I} \quad ; \quad I_2 = \sqrt{3} I$$



En este caso, la caída de tensión V , entre fases, resultará ser:

$$V = E - E' = U - U' = \sqrt{3} R_2 I_2 = \sqrt{3} R_2 \sqrt{3} I = 3R_2 I \quad (2)$$

Cuando la alimentación de las tres lámparas la hagamos en estrella, la tensión inicial de línea deberá ser de $E = \sqrt{3} U$, para que de esta forma al final tengamos una tensión $E' = \sqrt{3} U'$, correspondiéndole a cada lámpara una tensión U' . En este caso, la intensidad de línea I_3 es igual a la intensidad por cada lámpara, es decir, $I_3 = I$, y llamando S_3 a la sección de cada uno de los tres conductores, R_3 será su resistencia correspondiente.



Ahora, la caída de tensión entre fases será:

$$V = E - E' = \sqrt{3} U - \sqrt{3} U' = \sqrt{3} R_3 I_3$$

entre fase y neutro:

$$V_f = \frac{V}{\sqrt{3}} = R_3 I_3 \quad (3)$$

Con estos datos de partida ya podemos comparar las tres distribuciones anteriores, teniendo presente que los receptores que hemos supuesto como cargas del circuito, pueden ser otro tipo de receptores o grupo de los:

a) Comparación entre monofásica y trifásica en triángulo

Se trata de comparar las secciones de los conductores que intervienen en un sistema monofásico (S_1) con respecto a otro idéntico trifásico en triángulo (S_2), para una misma caída de tensión, por lo tanto igualando las expresiones (1) y (2), obtenemos:

$$6R_1 I = 3R_2 I \quad ; \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{3I}{6I} = \frac{1}{2}$$

de donde se deduce que:

$$S_1 = 2 S_2$$

Es decir, que en un sistema monofásico, la sección que habrá que colocar, para una misma caída de tensión, será el doble que la correspondiente a un sistema trifásico en triángulo. Bien es verdad, que uno utiliza dos conductores, mientras que el otro utiliza tres, y siendo los pesos de cobre o aluminio, que entran en cada una de las instalaciones, $P_{1T} = K 2 S_1$ y $P_{2T} = K 3 S_2$:

$$\frac{P_{1T}}{P_{2T}} = \frac{2 S_1}{3 S_2} = \frac{2 \cdot 2 S_2}{3 S_2} = \frac{4}{3}$$

por lo tanto:

$$P_{2T} = 0,75 P_{1T}$$

con lo que se produce un ahorro de un 25% al emplear trifásica en triángulo en lugar de monofásica.

b) Comparación entre trifásica en triángulo y en estrella

Igualando las caídas de tensión, expresiones (2) y (3), obtenemos:

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{3} \quad \text{y por lo tanto} \quad \frac{S_2}{S_3} = 3$$

Siendo en este caso, $P_{2T} = K \cdot 3 \cdot S_2$ y $P_{3T} = K \cdot 3 \cdot S_3$:

$$\frac{P_{2T}}{P_{3T}} = \frac{3S_2}{3S_3} = \frac{3 \cdot 3S_3}{3S_3} = 3$$

de donde:

$$P_{3T} = 0,33 P_{2T}$$

con lo que se produce un ahorro del 67% al emplear trifásica en estrella en lugar de trifásica en triángulo.

c) Comparación entre monofásica y trifásica en estrella

Igualando las caídas de tensión, expresiones (1) y (3), obtenemos:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{1}{6} \quad \text{y por lo tanto} \quad \frac{S_1}{S_3} = 6$$

Como sabemos que $P_{1T} = K \cdot 2 \cdot S_1$ y $P_{3T} = K \cdot 3 \cdot S_3$:

$$\frac{P_{1T}}{P_{3T}} = \frac{2S_1}{3S_3} = \frac{2 \cdot 6S_3}{3S_3} = 4$$

y por lo tanto:

$$P_{3T} = 0,25 P_{1T}$$

con lo que se produce un ahorro de un 75% al emplear trifásica en estrella en lugar de monofásica.

Suponiendo que la distribución trifásica en estrella lleva neutro, como es lo normal, y que a éste se le da una sección mitad que la de un hilo activo, tendremos:

$$P_{3T} = 3,5 P_3$$

y por lo tanto:

$$\frac{P_{1T}}{P_{3T}} = \frac{2S_1}{3,5S_3} = \frac{2 \cdot 6S_3}{3,5S_3} = 3,42$$

de donde deducimos que:

$$P_{3T} = 0,29 P_{1T}$$

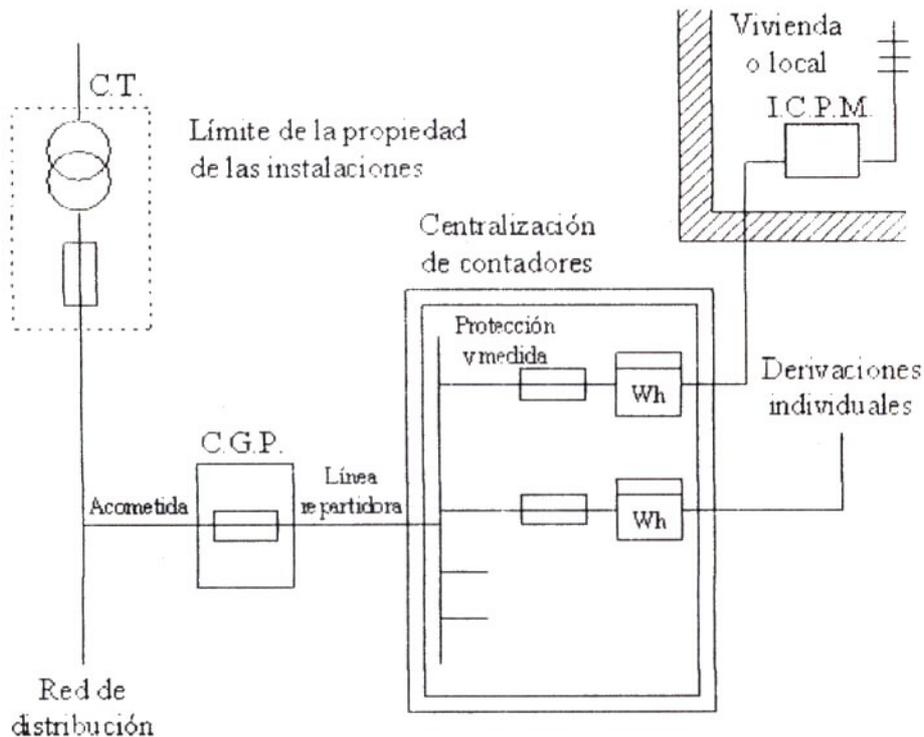
Por lo tanto, el ahorro es en este caso del 71%.

Así pues, no cabe duda de que la distribución trifásica en estrella además de tener las ventajas que ya se expusieron, resulta ser el sistema más económico en lo que a gasto de conductor se refiere. Por estos motivos, esta distribución es la que más se utiliza, especialmente en los casos de demanda de grandes potencias, utilizando la distribución monofásica únicamente en aquellos casos en los que la potencia demandada sea relativamente pequeña, como por ejemplo en viviendas.

2.1. REDES DE DISTRIBUCIÓN

Las redes de distribución están formadas por conductores que, procedentes de centros de transformación (C.T.), tienen la finalidad de ir alimentando las distintas acometidas que van encontrando a su paso.

Se denomina acometida a la parte de instalación comprendida entre la red de distribución y la caja general de protección C.G.P. De la caja general de protección se deriva la línea o líneas repartidoras, que van a parar al cuarto o cuartos de contadores, desde donde parten las derivaciones individuales a cada una de las viviendas o locales, en cuya entrada se halla el interruptor de control de potencia máxima, I.C.P.M.



Todo este conjunto, cuya finalidad no es otra que la de suministrar la potencia eléctrica contratada por cada uno de los abonados, debe reunir ciertos requisitos en lo que a caída de tensión se refiere, ya que ésta deberá estar comprendida dentro de los límites establecidos del $\pm 7\%$; es decir, que si la tensión nominal contratada es de 220V., los límites de variación máximos admitidos serán:

$$220 + 7\% = 235,4 \text{ V} \quad \text{y} \quad 220 - 7\% = 204,6 \text{ V}$$

Para poder cumplir esta exigencia, las caídas de tensión máximas admitidas en los distintos tramos de la línea se hallan especificadas en el Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión, para su obligado cumplimiento. Así, tendremos que:

- * Acometidas derivadas de una red de distribución: 0.5%
- * Acometidas derivadas directamente de un centro de transformación: 5%
- * Líneas repartidoras destinadas a contadores instalados en forma individual o concentrados en planta: 1%
- * Líneas repartidoras destinadas a contadores totalmente concentrados: 0.5%
- * Derivaciones individuales con contadores instalados en forma individual o concentrados por plantas: 0.5%
- * Derivaciones individuales con contadores totalmente concentrados: 1%

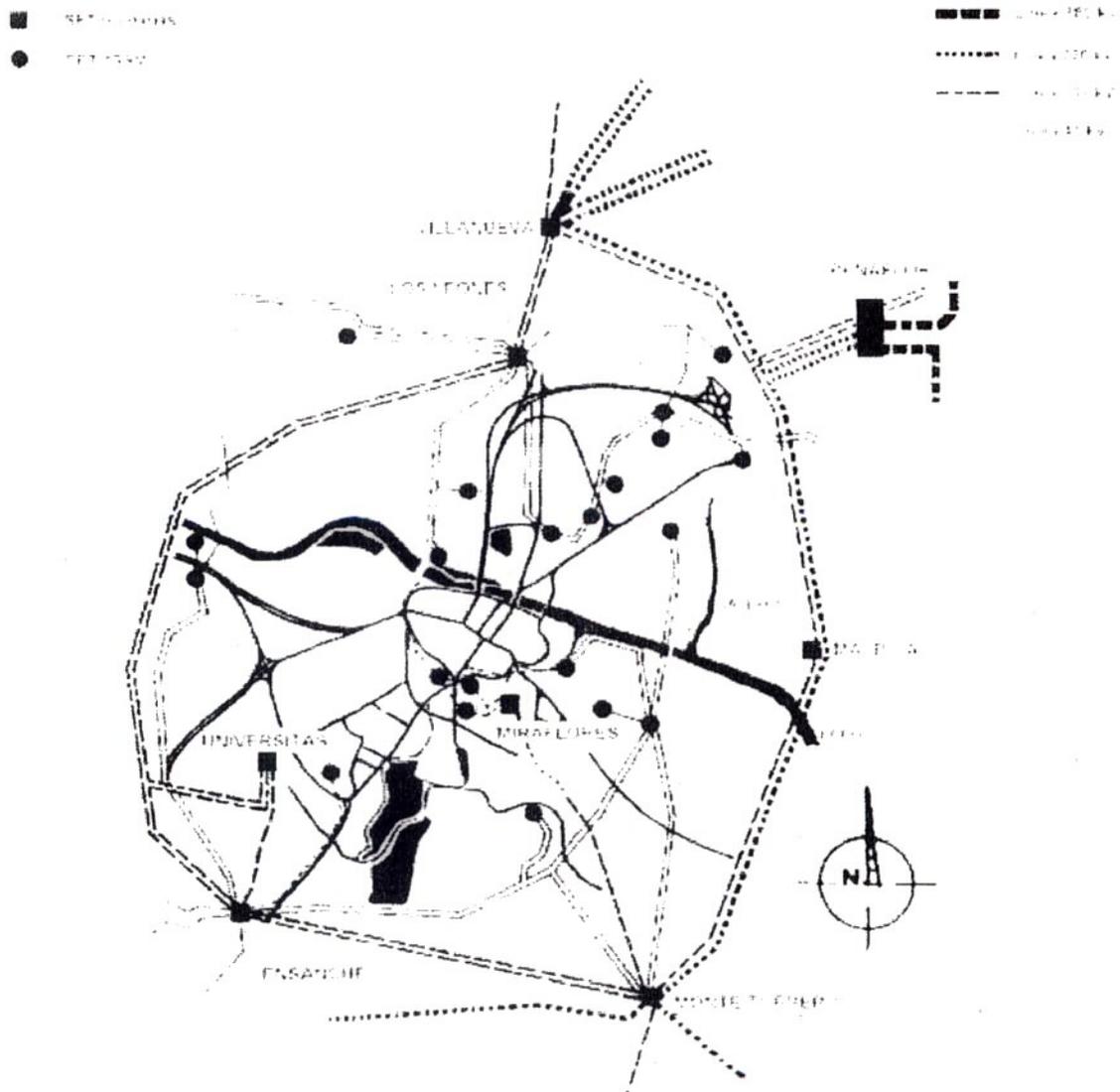
Una red de distribución alimentada por uno solo de sus extremos tiene el inconveniente de que, si por algún

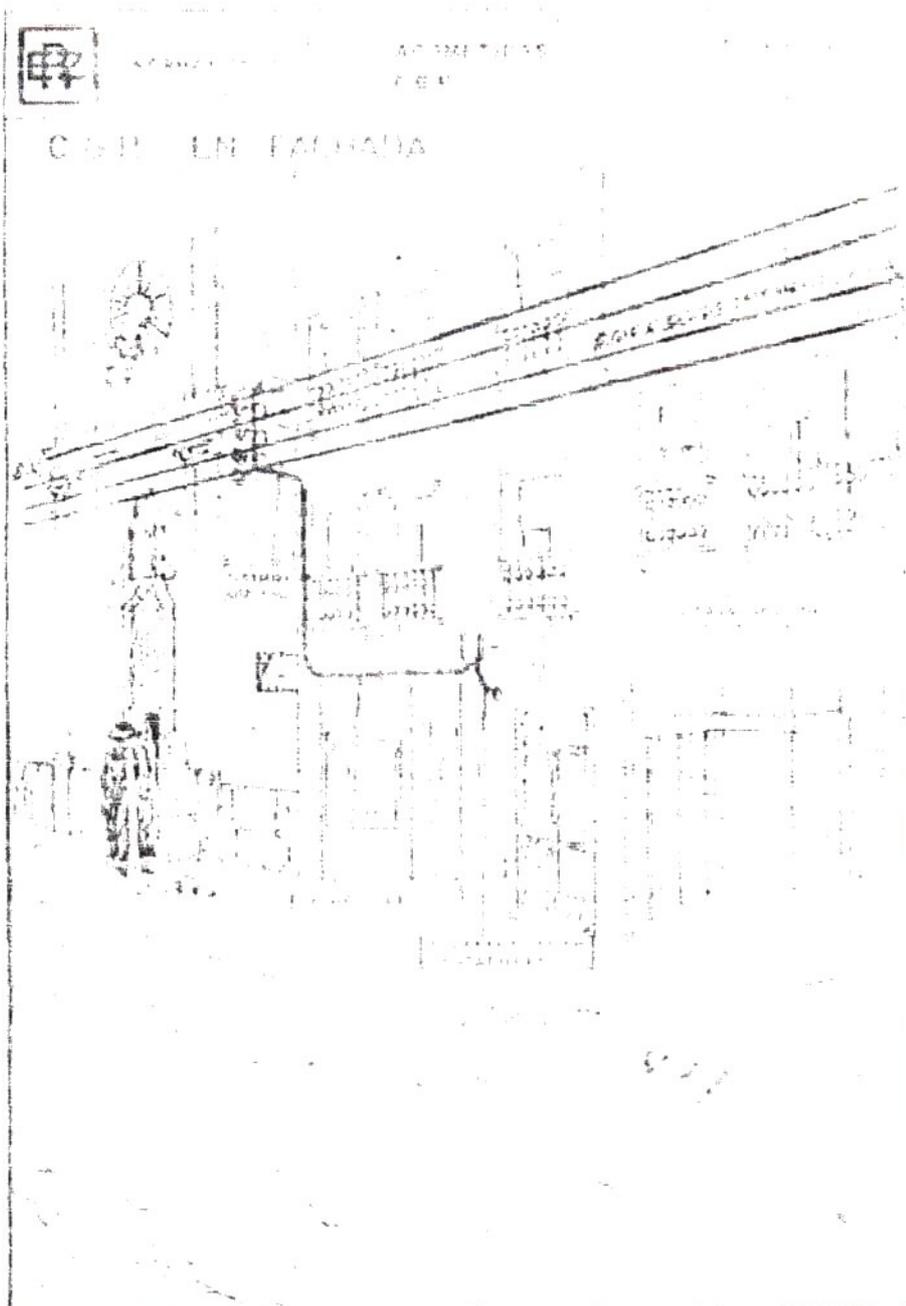
motivo, fallara la alimentación al centro de transformación, el propio centro de transformación, o la red de distribución, todos los abonados del sector afectado se quedarían sin suministro eléctrico.

Por motivos de seguridad en el suministro, las redes de distribución se hallan interconexionadas unas con otras, formando complejas redes que dejan conectados en paralelo todos los centros de transformación. Por otra parte, la interconexión de redes de distribución favorece el reparto de las intensidades según las cargas de cada momento, aprovechando mejor las secciones de los conductores, con la consiguiente disminución de las caídas de tensión.

Esta idea de la formación de mallas cerradas no solamente se aplica a redes de distribución en baja, 220/380V., sino que también se utiliza en media y alta tensión. Así, las subestaciones de transformación primaria, S.E.T., a 132 ó 220 kV., se hallan unidas entre sí formando una red cerrada que contornea la ciudad que pretende alimentar; a su vez, estas subestaciones alimentan a las estaciones transformadoras de distribución, E.T.D., a 45 kV., que también forman una red subterránea cerrada, unidas por las llamadas arterias o feeders. Finalmente las salidas de estas estaciones transformadoras, a 10 ó 15 kV., alimentan a los centros de transformación, C.T., de donde salen las redes de distribución a 220/380V.

PLANO DE LA RED DE 380/220/132/45 KV EN ZARAGOZA





Esta compleja red de distribución que se extiende a lo largo y ancho de las ciudades, tiene como principal objetivo conseguir una gran seguridad en el servicio, así como también obtener una mínima variación en la caída de tensión y un gasto mínimo de cobre y aluminio.

2.2. ARTERIAS Y CENTROS DE TRANSFORMACIÓN

Como ya hemos indicado anteriormente, las arterias o feeders son conductores que unen las estaciones transformadoras de distribución, E.T.D., con los centros de transformación, C.T., los cuales alimentan a su vez a las redes de distribución.

La posibilidad de alimentar por un solo punto una red de distribución queda desechada debido a la necesidad de mantener las caídas de tensión dentro de ciertos límites. Lo contrario obliga a colocar conductores de mucha mayor sección, con un costo más elevado.

La alimentación mediante un número relativamente grande de centros de transformación se hace imprescindible, teniendo siempre presente que cuanto mayor sea su número, menor será el coste de los conductores de la distribución, pero en cambio, el coste de las arterias y el de los transformadores aumentará. Por consiguiente, teniendo presente esta idea, en cada caso se hará lo que se estime más conveniente desde el punto de vista económico.

Los centros de transformación se extienden a lo largo de las calles y se hallan situados debajo de las aceras o en locales reservados para este fin. Las potencias de los transformadores que albergan son muy diversas pero, en lo general, están comprendidas entre 100 y 800 kVA.

Es importante destacar que de acuerdo con el artículo 17 del Reglamento Electrotécnico para Baja Tensión, cuando se construya un local, edificio o agrupación de éstos, cuya previsión de cargas exceda de 50 kVA., o cuando la demanda de potencia de un nuevo suministro sea superior a esa cifra, la propiedad del inmueble deberá reservar un local destinado al montaje de la instalación de un centro de transformación. Posteriormente, la Compañía Suministradora decidirá si hace uso o no del local reservado.

2.3. IMPOSIBILIDAD DE CALCULAR EXACTAMENTE UNA RED DE DISTRIBUCIÓN

Esta imposibilidad radica en la dificultad de establecer a priori las condiciones de trabajo de la red, así como las variaciones de estas condiciones, ya que en un mismo proyecto de estudio, varían según la época, estado económico, industrial, etc..

Para realizar un cálculo exacto de la red, es indispensable conocer un conjunto de datos como:

- * Número de acometidas a alimentar.
- * Posición exacta de las acometidas.
- * Corriente máxima a prever para cada acometida.
- * Potencia eléctrica total necesaria para cada una de ellas.
- * Coeficientes de utilización.

Lo cual refuerza la idea de la imposibilidad de conocer, antes de construir la red, un conjunto de datos que en su mayoría se conocen después de su construcción.

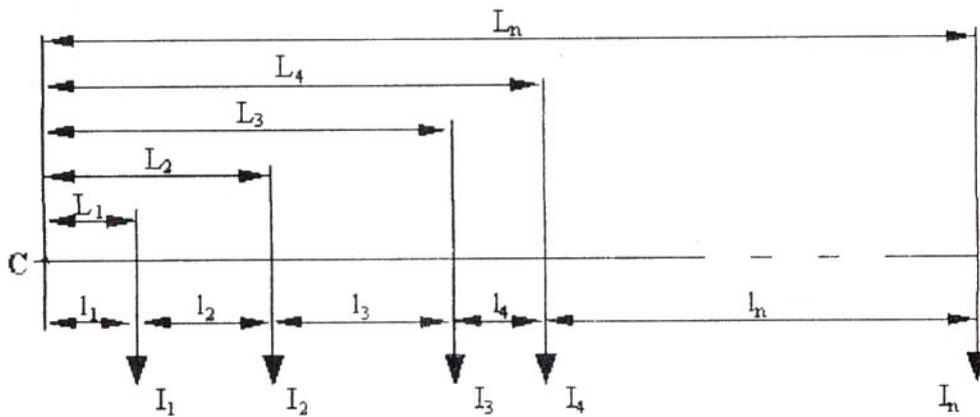
Suponiendo que conociésemos todos los datos antes citados, y considerando que estas redes suelen ser de gran extensión, su cálculo sería larguísimo y enrevesado, por tanto será necesario realizar cálculos aproximados, considerando acometidas uniformemente repartidas o concentradas en puntos determinados. Con esto sería suficiente, puesto que haciendo cálculos exactos, llega un momento en que si cambian las condiciones, (por ejemplo, diferente reparto de corrientes, cambian los resultados, haciendo inútiles dichos cálculos).

Para su estudio, de una manera muy simple, podremos descomponer cualquier distribución en tres casos bien definidos:

- 1.- Distribución abierta.
- 2.- Distribución cerrada.
- 3.- Distribución abierta ramificada.

2.4. CÁLCULO DE LA SECCIÓN DE UN DISTRIBUIDOR ABIERTO DEL QUE SE DERIVAN DIFERENTES ACOMETIDAS

Supongamos un distribuidor que partiendo de un centro de transformación C, se derivan de él una serie de acometidas y tiene libre el extremo más alejado de C, "Distribuidor abierto".



Llamando $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$, a las distancias entre cada una de las diferentes acometidas, $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ a las respectivas intensidades, S a la sección del conductor del distribuidor, y V a la caída de tensión máxima admitida hasta la acometida más alejada, I_n , tendremos que en el caso de un distribuidor bifilar en corriente continua, se verificará que la caída de tensión total V , es igual a la suma de las caídas de tensión parciales, $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$.

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$$

$$V = \frac{2\rho l_1}{S} (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \frac{2\rho l_2}{S} (I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \dots + \frac{2\rho l_n}{S} I_n$$

$$V = \frac{2\rho}{S} (l_1 (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n) + l_2 (I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \dots + l_n I_n)$$

donde:

$$S = \frac{2\rho}{V} (l_1 (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n) + l_2 (I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \dots + l_n I_n)$$

Esta fórmula hace referencia a las "distancias cortas l " que hay entre las acometidas $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$. Si nos referimos a las "distancias largas L ", que existen entre el centro de transformación y cada una de las acometidas, podremos deducir fácilmente que:

$$V = 2R_1 (I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n) + 2(R_2 - R_1) (I_2 + I_3 + \dots + I_n) + \dots + 2(R_n - R_{n-1}) I_n$$

$$V = 2R_1 I_1 + 2R_2 I_2 + 2R_3 I_3 + \dots + 2R_n I_n$$

de donde se obtiene,

$$V = \sum 2R_n I_n = \frac{2\rho}{S} \sum L_n I_n$$

$$S = \frac{2\rho}{V} \sum L_n I_n$$

Cualquiera de estas fórmulas puede ser válida para el cálculo de la sección de un distribuidor, utilizando una u otra en función de la simplicidad que obtengamos al aplicarlas.

Hemos supuesto un conductor de sección constante, lo cual determina una pérdida relativamente grande en los primeros tramos del conductor, en donde las densidades de corriente son grandes, mientras que en los últimos tramos las pérdidas son pequeñas, por ser pequeñas las densidades de corriente.

Si empleáramos un distribuidor con diferentes secciones, relacionadas con la magnitud de la intensidad que por ellos circula, obtendríamos unas pérdidas mínimas y una reducción del peso del conductor. Esto tiene dos inconvenientes: los empalmes que hay que ir realizando, y la necesidad de disponer de un gran número de secciones comerciales.

SECCIONES COMERCIALES mm²

1.5	35	240
2.5	50	300
4	70	400
6	95	500
10	120	630
16	150	
25	185	

Sólo en aquellos casos en los que la distribución es muy larga, se recomienda dividirla en dos o tres tramos de secciones diferentes.

Como los conductores están normalizados comercialmente, fijaremos su sección de acuerdo con el conductor comercial más próximo al hallado, por exceso, comprobando que la densidad de corriente que le corresponde, al principio de la línea, cumple el Reglamento.

Una vez comprobada la densidad de corriente se calculará la caída de tensión que le corresponde con la sección comercial elegida, y que naturalmente será menor, ya que el conductor lo hemos elegido dentro de las secciones comerciales, por exceso.

Las soluciones planteadas se han resuelto considerando líneas en continua. Veamos seguidamente los distintos casos que se pueden plantear en alterna, partiendo de la fórmula general que nos da la caída de tensión en una línea monofásica de corriente alterna

$$V = 2 R I \cos\varphi + 2 X I \sin\varphi_n$$

de la que fácilmente podremos sacar las conclusiones siguientes, extendiendo el supuesto a "n" número de secciones:

1) Líneas monofásicas de corriente alterna

a) Para corriente alterna monofásica, la caída de tensión resulta ser:

$$V = 2 \sum R_n I_n \cos \varphi_n + 2 \sum X_n I_n \sin \varphi_n = 2 \sum \frac{\rho}{S} L_n I_n \cos \varphi_n + 2 \sum X_u L_n I_n \sin \varphi_n$$

$$V = \frac{2\rho}{S} \sum L_n I_n \cos \varphi_n + 2 X_u \sum L_n I_n \sin \varphi_n$$

En la que $X_u = \omega \xi_u$ es la reactancia unitaria del conductor en Ω / m .

b) En muchas ocasiones puede prescindirse de la componente reactiva propia de la línea, $\xi_u = 0$, obteniendo los siguientes resultados:

$$V = \frac{2\rho}{S} \sum L_n I_n \cos \varphi_n \quad \text{de donde} \quad S = \frac{2\rho}{V} \sum L_n I_n \cos \varphi_n$$

Cualquiera de las fórmulas expuestas es válida para el cálculo de la sección de un distribuidor, aplicando una u otra según las hipótesis planteadas.

2) Líneas trifásicas

Para el caso de líneas trifásicas, si la caída de tensión la referimos a una fase con respecto al hilo neutro "caída de tensión simple", la sección del distribuidor se calculará con las fórmulas siguientes:

a) Considerando cargas inductivas y un cierto coeficiente de autoinducción de la línea:

$$V = \frac{\rho}{S} \sum L_n I_n \cos \varphi_n + X_u \sum L_n I_n \sin \varphi_n$$

b) Considerando cargas inductivas y un coeficiente de autoinducción de la línea despreciable:

$$V = \frac{\rho}{S} \sum L_n I_n \cos \varphi_n \quad ; \quad S = \frac{\rho}{V} \sum L_n I_n \cos \varphi_n$$

Si la caída de tensión la referimos a la tensión compuesta entre fases, estas fórmulas deberán estar multiplicadas por $\sqrt{3}$.

En ocasiones estas fórmulas pueden venir expresadas en función de la potencia activa por fase, P_a , de cada una de las acometidas; si multiplicamos numerador y denominador por la tensión simple U , tendremos:

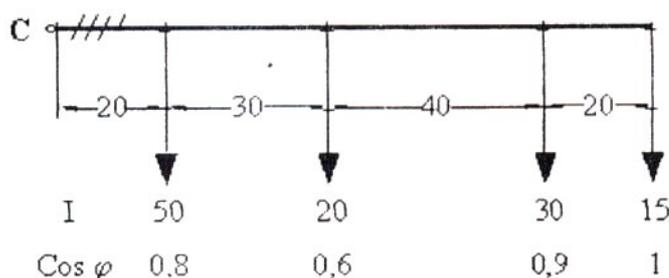
$$S = \frac{\rho U}{V U} \sum L_n I_n \cos \varphi_n = \frac{\rho}{V U} \sum L_n P_m$$

$$S = \frac{\rho}{V U} \sum L_n P_{an}$$

Seguidamente veamos algunos ejemplos que nos ayudarán a comprender mejor todo lo dicho

EJEMPLO 1

Sea una distribución abierta trifásica, tal y como indica la figura, con cuatro acometidas también trifásicas, que utiliza cobre como conductor, $\rho = 0.018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, admitiendo una caída de tensión del 1,5%. Siendo de 235V. la tensión simple de alimentación y despreciando la autoinducción del cable, determinar la sección del conductor a utilizar en cada una de las fases.



La caída de tensión simple en la línea deberá ser:

$$V = \frac{1,5 \cdot 235}{100} = 3,5 \text{ V.}$$

Los valores complejos de las intensidades, serán:

$$I_1 = 40 - j 30 \quad ; \quad I_2 = 12 - j 16 \quad ; \quad I_3 = 27 - j 13 \quad ; \quad I_4 = 15 - j 0$$

La sección, obtenida de la expresión general, será:

$$S = \frac{\rho}{V} \sum L_n I_n \cos \varphi_n$$

$$S = \frac{0,018}{3,5} (20 \cdot 40 + 50 \cdot 12 + 90 \cdot 27 + 110 \cdot 15) = \frac{0,018}{3,5} 5480 = 28 \text{ mm}^2$$

Ahora calculemos la densidad de corriente en el primer tramo, que será el valor modular de la suma vectorial de todas las intensidades, dividida por la sección:

$$\delta = \frac{|\sum \vec{I}_n|}{S} = \frac{|(40 - j30) + (12 - j16) + (27 - j13) + (15 - j0)|}{28} = \frac{111}{28} = 3,9 \text{ A/mm}^2$$

Comparando esta densidad con la que establece el Reglamento para dicho cable, sabremos si es o no admisible. Si no lo es, habría que aumentar la sección hasta que cumpliera las condiciones del Reglamento.

EJEMPLO 2

Supongamos ahora que en el ejemplo anterior utilizamos cables con un coeficiente de autoinducción kilométrica de 0,000583 H/km., y queremos calcular la caída de tensión máxima en la última acometida.

La fórmula a aplicar es

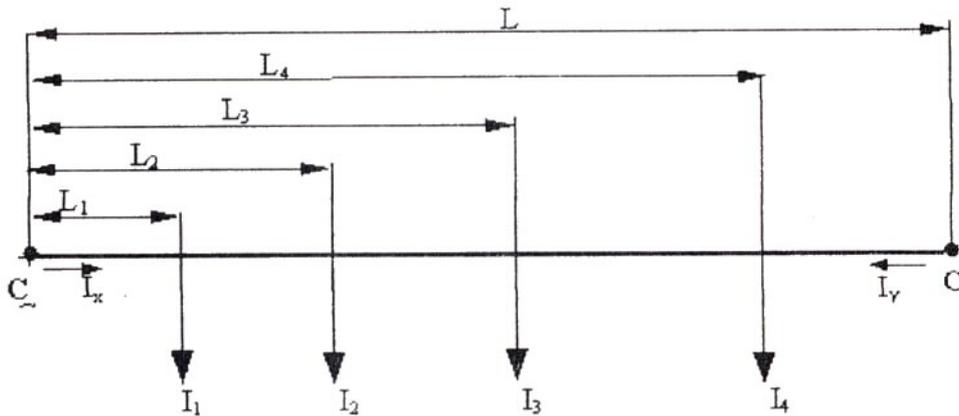
$$V = \frac{\rho}{S} \sum L_n I_n \cos \varphi_n + \omega L_u \sum L_n I_n \sin \varphi_n$$

$$V = \frac{0,018}{28} 5480 + 314 \frac{0,000583}{1000} (20 \cdot 30 + 50 \cdot 16 + 90 \cdot 13 + 110 \cdot 0) = 3,5 + 0,47 = 3,97 \text{ V}$$

El coeficiente de autoinducción que hemos utilizado es relativamente grande, corresponde a cables aéreos separados unos 20 cm. Si utilizamos los típicos cables trenzados que se utilizan normalmente en las distribuciones a baja tensión, dicho coeficiente es notablemente menor, y por consiguiente su influencia en la caída de tensión resultará prácticamente despreciable.

2.5. CÁLCULO DE LA SECCIÓN DE UN DISTRIBUIDOR CERRADO DEL QUE SE DERIVAN DIFERENTES ACOMETIDAS

Sea un distribuidor que une dos centros de transformación a igual tensión, o simplemente un distribuidor en bucle cerrado. De él se derivan una serie de acometidas, tal y como se muestra en la figura, de forma que las corrientes parten de los extremos y se dirigen al centro de distribuidor, existiendo una acometida sometida a una tensión mínima y alimentada por sus dos extremos, salvo en el caso de que la intensidad por uno de ellos sea cero.



En este circuito, es indudable que la suma de las caídas de tensión a lo largo de esta línea, debe de ser cero, es decir:

$$\sum V_{cc} = 0 = \frac{\rho}{S} [L_1 I_x + (L_2 - L_1)(I_x - I_1) + (L_3 - L_2)(I_x - I_1 - I_2) + (L_4 - L_3)(I_x - I_1 - I_2 - I_3) + (L - L_4)(I_x - I_1 - I_2 - I_3 - I_4)]$$

Simplificando esta expresión, tendremos que:

$$L I_x = L (I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5) - (L_1 I_1 + L_2 I_2 + L_3 I_3 + L_4 I_4)$$

$$I_x = (I_1 + I_2 + I_3 + I_4) - \frac{(L_1 I_1 + L_2 I_2 + L_3 I_3 + L_4 I_4)}{L}$$

y generalizando la expresión para "n" acometidas:

$$I_x = \sum I_n - \frac{\sum L_n I_n}{L}$$

Por otra parte, tenemos que

$$\sum I_n = I_x + I_y \quad \text{de donde} \quad I_y = \sum I_n - I_x = \sum I_n - \left[\sum I_n - \frac{\sum L_n I_n}{L} \right]$$

obteniendo finalmente

$$I_y = \frac{\sum L_n I_n}{L}$$

Naturalmente, estas fórmulas las hemos referido a corrientes continuas, pero fácilmente pueden generalizarse para corrientes alternas, debiendo utilizar para ello los valores complejos de las respectivas intensidades que intervienen en la distribución.

Conocidos los valores complejos de I_x e I_y , fácilmente podremos determinar el punto donde la tensión es mínima, "*centro de gravedad de la línea*", y que lógicamente recibirá corriente de los dos extremos, salvo en el caso particular en el que la corriente sea nula por uno de ellos.

Para encontrar el punto de tensión mínima, deberemos partir de uno cualquiera de los lados de la línea, restando las corrientes activas que se van derivando de cada acometida hasta encontrar un valor **negativo**; esto nos indicará que es la acometida anterior la que cumple la condición buscada. Así por ejemplo, para el lado X los valores se irán obteniendo de la siguiente manera:

$$I_x \cos \varphi_x \quad ; \quad I_x \cos \varphi_x - I_1 \cos \varphi_1 \quad ; \quad I_x \cos \varphi_x - I_1 \cos \varphi_1 - I_2 \cos \varphi_2 \quad \dots \dots \dots$$

hasta encontrar el valor que cumple la condición citada.

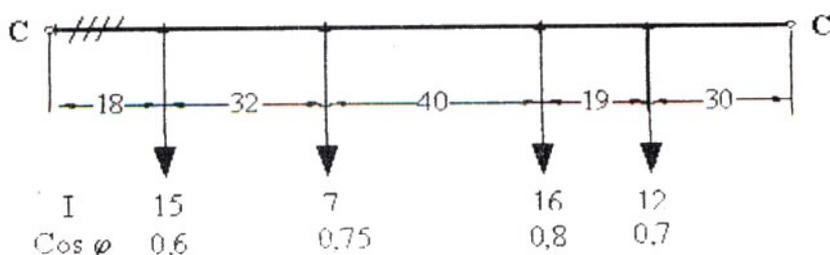
Conocida la acometida que cumple dichas condiciones, ya podemos calcular la sección y la caída de tensión correspondiente, pudiendo descomponer el circuito en dos distribuciones abiertas cuyas caídas de tensión y sección son iguales.

EJEMPLO.-

Sea distribución trifásica, cerrada y alimentada por sus dos extremos a 385 V, tal y como indica la figura. Suponiendo que el coeficiente de autoinducción de la línea sea nulo, calcular la sección de aluminio del conductor, en el supuesto de que se admita una caída de tensión máxima de 4 V.

Según las intensidades y sus correspondientes factores de potencia, tenemos que

$$I_1 = 9 - j 12 \quad ; \quad I_2 = 5,25 - j 4,6 \quad ; \quad I_3 = 12,8 - j 9,6 \quad ; \quad I_4 = 8,4 - j 8,57$$



$$I_x = \sum I_n - \frac{\sum L_n I_n}{L} = (9 - j12) + (5,25 - j4,6) + (12,8 - j9,6) + (8,4 - j8,57) -$$

$$\frac{18(9 - j12) + 50(5,25 - j4,6) + 90(12,8 - j9,6) + 109(8,4 - j8,57)}{139}$$

$$I_x = (35,45 - j34,77) - (17,92 - j16,1) = 17,53 - j18,62 = |25,4|A$$

$$I_y = \frac{\sum L_n I_n}{L} = 17,92 - j16,1 = |24|A$$

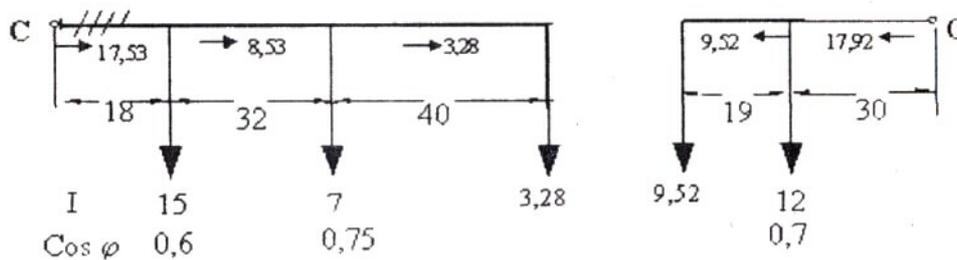
Si nos fijamos exclusivamente en las intensidades activas que circulan por X (17,53) y por Y (17,92), deduciremos fácilmente el punto de mínima tensión

$$\text{Para X } 17,53 - 9 = 8,53 \quad ; \quad 8,53 - 5,25 = 3,28 \quad ; \quad 3,28 - 12,8 = - \dots$$

$$\text{Para Y } 17,92 - 8,4 = 9,52 \quad ; \quad 9,52 - 12,8 = - \dots$$

La tercera acometida empezando por la izquierda, y la segunda empezando por la derecha, es la que recibe intensidad de los dos lados, por tanto, este punto es el centro de gravedad eléctrico de la línea, y es también el punto de menor tensión (Caída de tensión máxima).

Bajo estas condiciones, la línea la podremos representar, de una forma equivalente, como dos líneas abiertas justamente en la acometida de mínima tensión.



Ahora la sección del conductor ya podemos calcularla mediante la fórmula general, la cual puede aplicarse indistintamente a cualquiera de los dos circuitos:

$$S = \frac{\rho}{V} \sum L_n I_n \cos \varphi = \frac{0,03}{4} [18 \cdot 9 + 50 \cdot 5,25 + 90 \cdot 3,28] = \frac{0,03}{4} [30 \cdot 8,4 + 49 \cdot 9,52]$$

$$S = 5,3 \text{ mm}^2$$

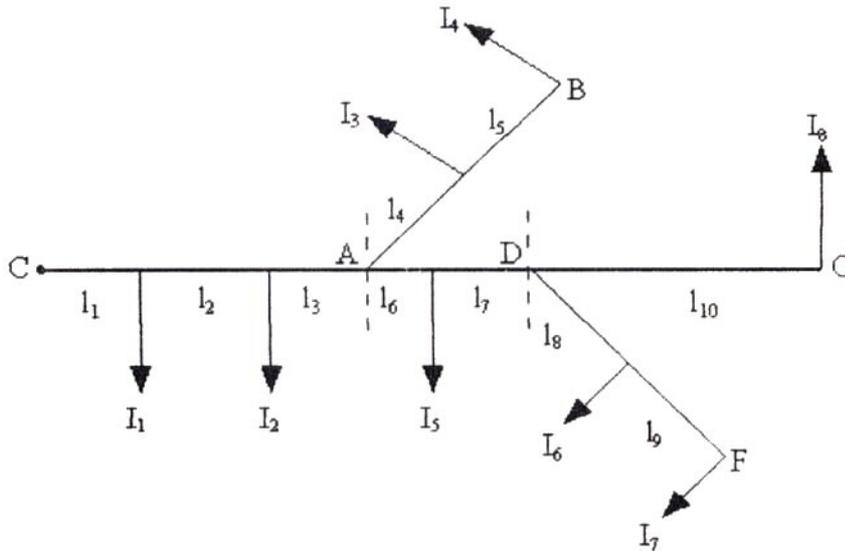
Como la mayor intensidad aparente circula por el lado X (25,5 A), la densidad de corriente máxima por este conductor, será de:

$$\delta = \frac{25,5}{5,3} = 4,8 \text{ A/mm}^2$$

2.6. CÁLCULO DE LAS SECCIONES DE UN DISTRIBUIDOR ABIERTO RAMIFICADO

Un caso especial que puede presentarse en el cálculo de una distribución abierta, es cuando una de sus partes se ramifica para alimentar a otras acometidas, tal y como representamos en la figura.

En estos casos no puede aplicarse ningún procedimiento de cálculo generalizado, por lo que deberemos ir asignando arbitrariamente, aunque de una manera lógica, las caídas de tensión para las distintas ramificaciones que existan en el circuito, hasta el total de la caída de tensión máxima admitida.



Así, por ejemplo, en el circuito de la figura cuya caída de tensión máxima se supone igual a V , calcularemos la sección del primer tramo CA , suponiéndole una caída de tensión V_{CA} , naturalmente menor que V . El tramo AB lo calcularemos con el resto de la caída de tensión máxima admitida,

$$V_{AB} = V - V_{CA}$$

Seguidamente pasaremos a calcular el tramo AD , al que le asignaremos una caída de tensión V_{AD} , menor que V_{AB} , ya que es el resto de la caída de tensión que nos queda por asignar. A los otros dos tramos que nos quedan, les asignamos la caída de tensión que resta hasta el valor de V .

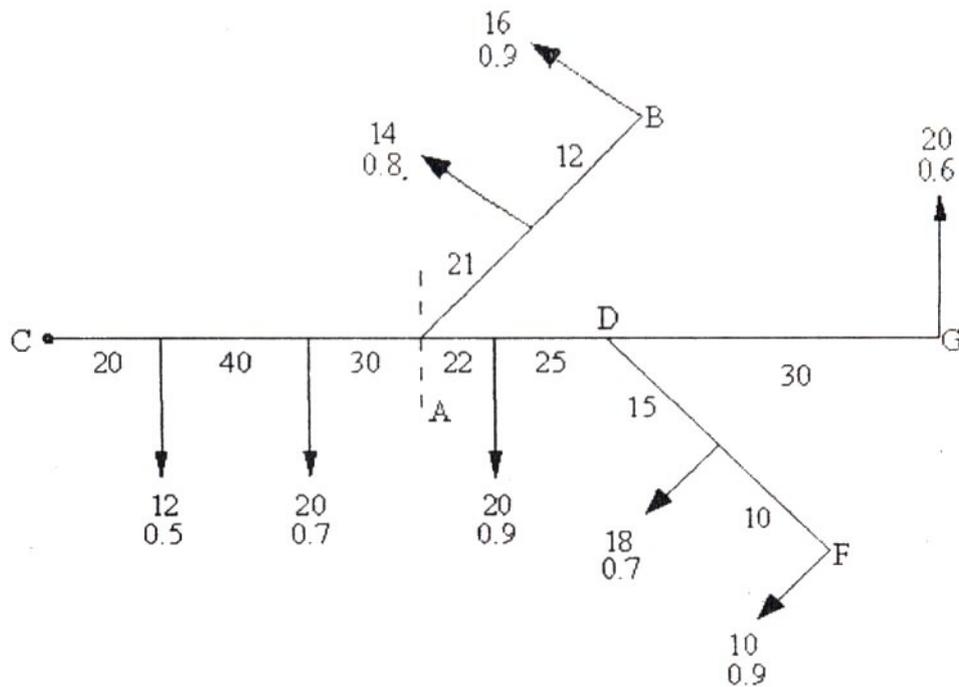
$$V_{DF} = V_{DG} = V - V_{CA} - V_{AD}$$

Así resuelto el problema, tendremos una serie de secciones para cada uno de los tramos especificados en el circuito, siendo esta una de las innumerables soluciones que pueden dársele al problema. Naturalmente deberemos evitar las incongruencias que en un momento determinado podrían salirnos, como por ejemplo, obtener secciones mayores en tramos más alejados.

Un circuito calculado por este procedimiento, solamente podremos decir que es mejor que otro cuando el peso de cobre o de aluminio resulte comparativamente menor.

EJEMPLO

Sea la distribución trifásica abierta ramificada que se indica en la figura, en la que se admite una caída de tensión máxima de $10V$, y se utiliza cable de aluminio, despreciando el coeficiente de autoinducción.



Para el primer tramo CA, consideraremos una caída de tensión máxima de 6V, y lo resolveremos mediante las "distancias cortas", por resultar más simple.

Para ello, en primer lugar realicemos todos los productos $I \cos \varphi$, obteniendo que:

$$\sum I_n \cos \varphi = 97,2 \text{ A.}$$

Planteando ahora la ecuación de la sección en el primer tramo CA, tendremos:

$$S_{CA} = \frac{0,028}{6} (20 \cdot 97,2 + 40 (97,2 - 12 \cdot 0,5) + 30 (97,2 - 12 \cdot 0,5 - 20 \cdot 0,7))$$

$$S_{CA} = \frac{0,028}{6} 7.908 = 36,9 \text{ mm}^2$$

siendo la sección comercial más próxima de 50 mm², le corresponderá una caída de tensión:

$$V_{CA} = \frac{0,028}{50} 7.908 = 4,4 \text{ V.}$$

quedando para tramos siguientes $10 - 4,4 = 5,6 \text{ V.}$

El tramo AB se calculará como lo que es, un simple distribuidor abierto que admite una caída de tensión máxima de 5,6 V.

Para el tramo AD le supondremos una caída de tensión de, por ejemplo, 3 V. y siendo la suma de todos los productos $I \cos \varphi$ igual a:

$$\sum I_n \cos \varphi_n = 51,6 \text{ A.}$$

entendremos que la sección para el tramo AD, valdrá:

$$S_{AD} = \frac{0,028}{3} [22 \cdot 51,6 + 25 (51,6 - 20 \cdot 0,9)] = \frac{0,028}{3} 1.975,2 = 18,4 \text{ mm}^2$$

Comercialmente le corresponde una sección de 25 mm², y por lo tanto, la caída de tensión en el tramo AD, resultará ser de:

$$V_{AD} = \frac{0,028}{25} 1.975,2 = 2,2 \text{ V.}$$

Para los dos tramos que nos quedan, DG y DF, disponemos de una caída de tensión de 10 - 4,4 - 2,2 = 3,4 V.; los resolveremos como dos distribuciones abiertas sin ramificar.

1.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE UN SISTEMA DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Si tratamos de hacer una descripción del sistema eléctrico desde los puntos de producción de la energía hasta los de consumo, podemos considerar los siguientes escalones.

1º.- PRODUCCIÓN

Se realiza en las centrales generadoras, entre las que podemos distinguir tres grupos fundamentales:

- Hidráulicas
- Térmicas (carbón, combustibles líquidos, gas)
- Nucleares

Además existen otros sistemas de producción de menor importancia como por ejemplo la energía solar, eólica, biomasa, etc.

La energía se genera en los alternadores a tensiones de 3 a 36 kV en corriente alterna.

2º.- ESTACIÓN ELEVADORA

Dedicada a elevar la tensión desde el valor de generación hasta el de transporte a grandes distancias. Normalmente emplazadas en las proximidades de las centrales o en la central misma, elevan a tensiones de:

66 - 110 - 132 - 220 - 380 kV.

3º.- RED DE TRANSPORTE

Esta red, partiendo de las estaciones elevadoras, tiene alcance nacional, uniendo entre sí los grandes centros de interconexión del país y estos con los centros de consumo.

Su misión es el transporte de potencias a grandes distancias. Las tensiones utilizadas en España son:

110 - 132 - 220 - 380 kV.

Las mayores tensiones empleadas en el mundo son: 550 kV. (EE.UU y U.R.S.S.), 735 kV. (Canadá Y EE.UU.). En la actualidad existe una línea experimental en EE.UU de 1000 kV.

Estas redes por su característica de interconexión son redes fundamentalmente malladas.

4º.- SUBESTACIONES DE TRANSFORMACIÓN (S.E.T.)

Su misión es reducir la tensión del transporte e interconexión a tensiones de reparto y se encuentran emplazadas en los grandes centros de consumo.

5º.- REDES DE REPARTO

Son redes que, partiendo de las subestaciones de transformación reparten la energía, normalmente mediante anillos que rodean los grandes centros de consumo hasta llegar a las estaciones transformadoras de distribución. Las tensiones utilizadas son:

25 - 30 - 45 - 66 - 110 - 132 kV.

6°.- ESTACIONES TRANSFORMADORAS DE DISTRIBUCIÓN (E.T.D.)

Su misión es transformar la tensión desde el nivel de la red de reparto hasta el de la red de distribución en media tensión.

Estas estaciones se encuentran normalmente intercaladas en los anillos formados en la red de reparto.

7°.- RED DE DISTRIBUCIÓN EN MEDIA TENSIÓN

Son redes que, con una característica muy mallada, cubren la superficie del gran centro de consumo (población, gran industria, etc.) uniendo las estaciones transformadoras de distribución con los centros de transformación.

Las tensiones empleadas son:

3 - 6 - 10 - 11 - 15 - 20 - 25 - 30 kV.

8°.- CENTROS DE TRANSFORMACIÓN (C.T.)

Su misión es reducir la tensión de la red de distribución de media tensión al nivel de la red de distribución de tensión.

Están emplazados en los centros de gravedad de todas las áreas de consumo.

9°.- RED DE DISTRIBUCIÓN DE BAJA TENSIÓN

Son redes que, partiendo de los centros de transformación citados anteriormente, alimentan directamente los distintos receptores, constituyendo pues, el último escalón en la distribución de la energía eléctrica.

Las tensiones utilizadas son:

220/127 V. y 380/220 V.

En la figura de la página siguiente representamos el esquema general de alimentación a un gran centro de consumo en el que intervienen todos los elementos descritos.

1.2. CLASIFICACIÓN DE LAS REDES

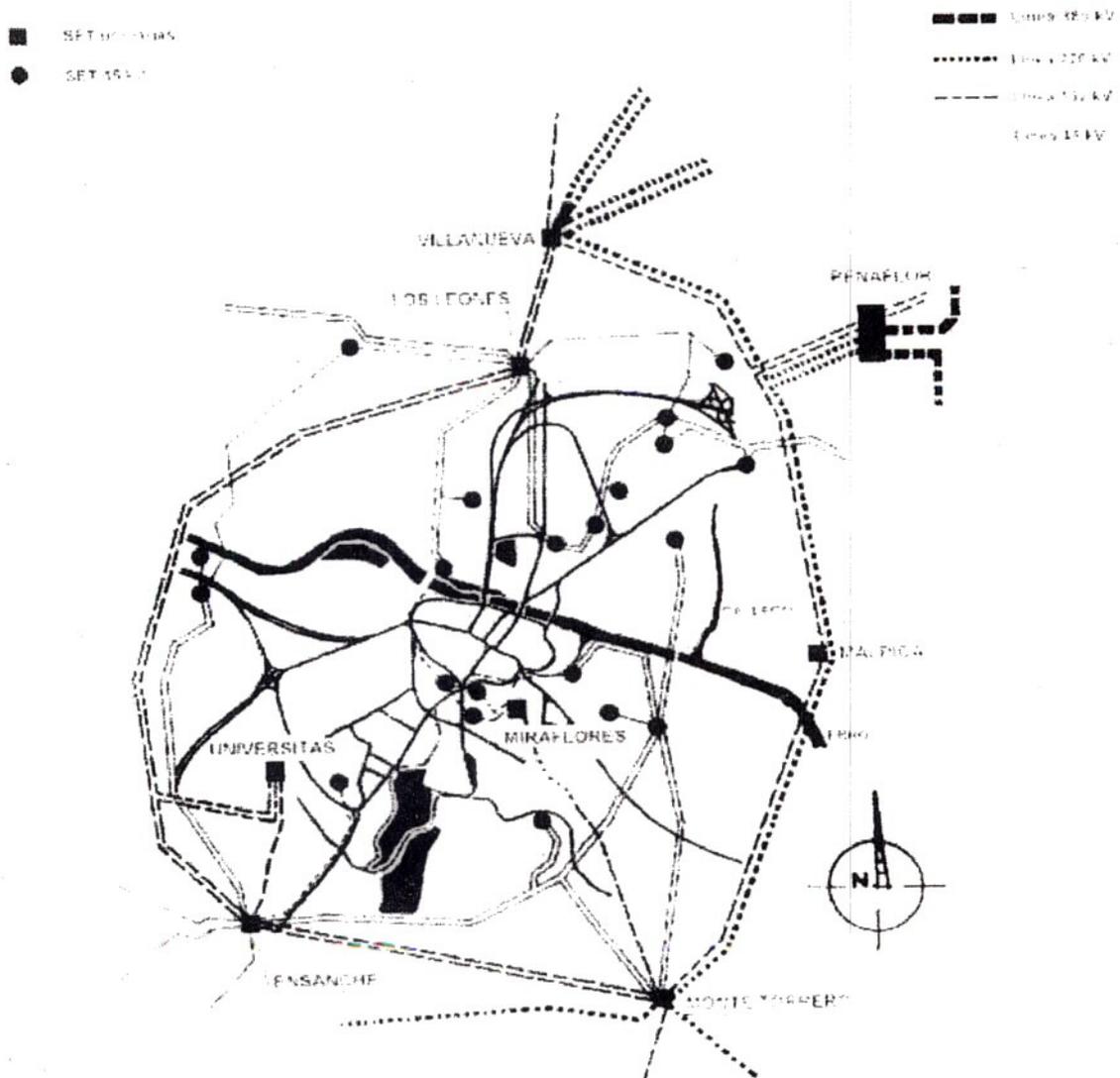
Podemos hacer una primera clasificación de las redes eléctricas según su disposición y modo de alimentación en los tres tipos siguientes.

- Red radial o en antena.
- Red en bucle o en anillo.
- Red mallada.

La red radial se caracteriza por la alimentación por uno solo de sus extremos transmitiendo la energía en forma radial a los receptores. Como ventajas resaltan su simplicidad y la facilidad que presentan para ser equipadas de protecciones selectivas. Como inconveniente su falta de garantía de servicio.

La red en bucle o en anillo se caracteriza por tener dos de sus extremos alimentados, quedando estos puntos intercalados en el anillo o bucle. Como ventaja fundamental podemos citar su seguridad de servicio y facilidad de mantenimiento, presentando el inconveniente de una mayor complejidad y sistemas de protección así mismo complicados.

PLANO DE LA RED DE 380/220/132/45 KV EN ZARAGOZA



La red mallada es el resultado de entrelazar anillos y líneas radiales formando mallas. Sus ventajas radican en la seguridad de servicio, flexibilidad de alimentación y facilidad de conservación y manutención. Sus inconvenientes, la mayor complejidad, extensiva a las protecciones y el rápido aumento de las potencias de cortocircuito.

Atendiendo a la tensión, las redes se clasifican en alta y baja tensión. La baja tensión comprende hasta los 1000 voltios.

Para la alta tensión, el Reglamento de Líneas Eléctricas en el artículo segundo, nos marca tres categorías de líneas teniendo en cuenta la tensión nominal y la tensión más elevada.

En la tabla de la página siguiente aparecen las tensiones normalizadas.

Categoría de la línea	Tensión nominal (kV)	Tensión más elevada (kV)
TERCERA	3	3,6
	6	7,2
	10	12,0
	15	17,5
	20	24,0
SEGUNDA	30	36,0
	45	52,0
	66	72,5
PRIMERA	132	145,0
	220	245,0
	380	420,0

Se entiende por "tensión nominal" el valor convencional de la tensión eficaz entre fases con que se designa la línea y a la cual se refieren determinadas características de funcionamiento, y por "tensión más elevada" de la línea, al mayor valor de la tensión eficaz entre fases, que puede presentarse en un instante en un punto cualquiera de la línea, en condiciones normales de explotación, sin considerar las variaciones de tensión de corta duración.

Atendiendo a su construcción podemos distinguir:

- Líneas aéreas.
- Cables aislados.
- Barras rígidas sobre aisladores.

1.3. DATOS ESTADÍSTICOS DE LA ENERGÍA ELÉCTRICA

La práctica totalidad de los españoles son consumidores de electricidad. A finales de 1.996 las empresas eléctricas tenían establecidos casi 18.500.000 contratos para el suministro eléctrico.

El 58% del consumo de energía eléctrica corresponde a consumo industrial, el 22% a usos domésticos, el 1% a comercio y servicios, el 3% a agricultura y ganadería, el 2% a transporte y el 2% a alumbrado público.

Un dato muy significativo y fácil de recordar para posteriores cálculos, nos lo proporcionan las estadísticas, al decir que el consumo medio de energía eléctrica por habitante, fue en 1.996 de 3.900 kWh. Valor muy por debajo de la media de los países europeos tal y como podemos observar en la siguiente tabla:

PAÍSES	kWh/hab.	PAÍSES	kWh/hab.
Luxemburgo	11.087	Reino Unido	5.431
Bélgica	6.732	Italia	4.275
Francia	6.636	Irlanda	4.141
Dinamarca	6.593	España	3.900
Alemania	6.086	Grecia	3.357
Países Bajos	5.473	Portugal	2.900

Teniendo en cuenta este dato y sabiendo que la población española es de unos 40 millones de habitantes, podemos asegurar que el consumo eléctrico en 1.996, fue aproximadamente de:

$$40.000.000 \times 3.900 = 156.000.000.000 \text{ kWh.}$$

Para producir esta energía eléctrica a lo largo del año, es necesario tener instalada una potencia que en primera instancia podemos valorar en:

$$\frac{156.000.000.000}{365 \times 24} \cong 17.800.000 \text{ KW.}$$

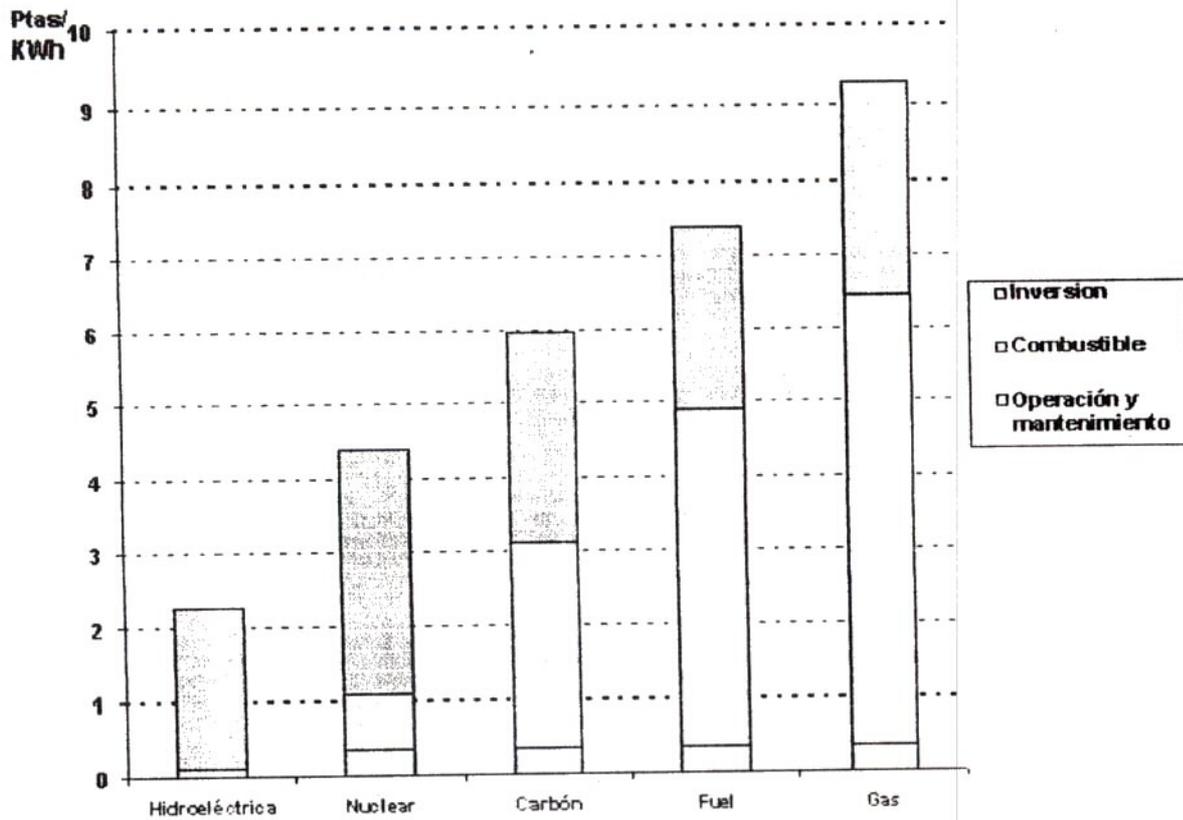
Pero si tenemos en cuenta que éstas serán las necesidades de consumo medio, y que en horas punta este consumo llegará a ser del orden de 2,75 veces superior al valor medio, para poder hacer frente a estas necesidades se necesitará disponer, como mínimo, de una potencia instalada de:

$$17.800.000 \times 2,75 = 48.900.000 \text{ kW.}$$

Al finalizar el año 1.996, la potencia eléctrica instalada en España se desglosaba, aproximadamente, de la siguiente forma:

El balance importación-exportación fue ligeramente positivo, 1.856 millones de kWh.

En el gráfico de la página siguiente se puede ver la distribución de los costes según la naturaleza de la fuente de energía:



POTENCIA INSTALADA 1.996	MW.	%
Hidroeléctrica	17.700	36,2
Termoeléctrica clásica	23.700	48,5
Termoeléctrica nuclear	7.500	15,3
TOTAL	48.900	100,00

Esta enorme potencia instalada se consigue en España mediante cerca de 2.000 centrales de todo tipo: hidráulicas, térmicas, nucleares, solares, eólicas, etc. Centrales de muy diversas potencias y características, como la central solar de Almería de 1.200 kW., la eólica de Aragón de 360 kW, la hidráulica de Alcántara de 915.000 kW. y la nuclear de Ascó con dos grupos de 930.000 kW.

Toda la energía eléctrica producida por las centrales va a parar a la Red General Peninsular, realizándose de esta manera la interconexión de todas ellas. Esta red nacional cuenta con más de 48.000 km. de longitud, repartidas de la siguiente manera: unos 14.000 km. en líneas de 380 kV., unos 15.000 km. en líneas de 220 kV. y unos 19.000 km. en líneas de 110 y 132 kV.

La Red Española se halla interconectada con las de Portugal y Francia, por lo que España se encuentra plenamente integrada en la Red Europea de Transporte de Electricidad.

El consumo energético nacional y por consiguiente, la potencia instalada, es un dato que no se mantiene constante a lo largo de los años, tal y como nos muestra la tabla adjunta:

AÑO	Consumo en Millones de kWh
1.960	18.000
1.965	25.000
1.970	45.000
1.975	68.000
1.980	85.000
1.985	105.000
1.988	117.000
1.996	156.000

Como consecuencia del aumento del nivel de vida y de población, la demanda de electricidad va incrementándose de año en año, de forma que en los años 60, en plena expansión económica, se obtuvieron incrementos anuales superiores al 12%. En la actualidad, debido a la crisis económica no se supera el 5%.

Si el optimismo nos lleva a la conclusión de que la crisis económica se va a superar en breve plazo, deberemos estimar el incremento de la demanda en un 7 u 8%, por lo que el consumo se duplicará en un tiempo no superior a los 10 años.

Dentro de los 156.000 millones de kWh producidos para el mercado nacional, el 37% fue producción hidráulica, el 46% termoeléctrica clásica y el 17% nuclear.

2.1. CONSIDERACIONES GENERALES

Las líneas constituyen uno de los principales elementos que intervienen en la composición de una red eléctrica.

La interconexión de sistemas y el transporte, reparto y distribución de la energía dentro de un sistema determinado se realizan por medio de líneas aéreas o cables aislados.

La interconexión entre redes regionales o nacionales, así como el transporte entre grandes centros de producción y consumo, para los que siempre se emplean altas tensiones con distancias de orden elevado, son dominio exclusivo de las líneas aéreas.

En las redes de distribución en media tensión, comienzan ya a existir dos campos de utilización perfectamente delimitados: las líneas aéreas y los cables aislados. Cuando se trata de redes rurales, provinciales, o cuando las distancias superan algunos kilómetros, predominan de las líneas aéreas. Cuando se trata de centros urbanos, zonas industriales densas o distancias muy cortas, es práctica normal utilizar las líneas subterráneas.

En las redes de distribución en baja tensión podemos hacer las mismas consideraciones que en el caso de alta tensión, si bien por tratarse en general de distancias cortas y distribuciones muy directas a los elementos de consumo, predominan claramente los conductores aislados.

Para densidades de carga pequeñas y medias, el sistema normalmente utilizado es el aéreo. Para grandes densidades de carga en las áreas congestionadas de las ciudades es normal utilizar el sistema subterráneo mediante cables enterrados a lo largo de las calles.

La elección de uno u otro sistema depende de un gran número de factores. Las consideraciones económicas constituyen el principal factor de decisión. El coste de un sistema enterrado puede alcanzar de 5 a 10 veces el coste de un sistema aéreo.

Un sistema aéreo de distribución puede tener una vida útil de 25 años, mientras que un sistema enterrado puede alcanzar los 50 años.

El punto exacto en el cual un sistema enterrado llega a ser más interesante económicamente que un sistema aéreo, a pesar del mayor capital invertido, es difícil de determinar.

Un sistema aéreo es más propenso a sufrir mayor número de averías como consecuencia del viento, hielo, nieve o accidentes de todo tipo, sin embargo conviene no olvidar que la reparación y localización de averías es mucho más sencilla en un sistema aéreo que en un sistema subterráneo.

Definiremos como línea aérea el elemento de transporte o distribución formado por conductores desnudos apoyados sobre elementos aislantes que, a su vez, son mantenidos a una determinada altura sobre el suelo y en una determinada posición por medio de apoyos repartidos a lo largo de su recorrido.

Definiremos como conductor aislado al elemento destinado a la distribución o transporte de la energía eléctrica, formado por un alma conductora rodeada en toda su longitud por una cubierta aislante.

2.2. COMPARACIÓN ENTRE EL COBRE Y EL ALUMINIO PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UNA LÍNEA DE TRANSPORTE

Es interesante estudiar qué material es el más adecuado para el transporte y distribución de energía eléctrica.

En los próximos apartados se analizan y se comparan las características del cobre y del aluminio para obtener una serie de conclusiones importantes.

Las características del cobre y del aluminio son:

	ALUMINIO	COBRE
Resistividad (ρ)	0,03 Ω mm ² / m	0,018 Ω mm ² / m
Densidad (d)	2,7 kg / dm ³	8,8 kg / dm ³
Carga de rotura (σ)	15 kg/mm ²	25 kg/mm ²
Calor específico (c)	0,21	0,09
Precio (p)	400 Pts/kg	800 Pts/kg

Vemos como la resistividad del cobre es menor que la del aluminio, la densidad del cobre es muy superior a la del aluminio, la carga de rotura del cobre es superior a la del aluminio, el calor específico referido al agua es menor en el cobre que en el aluminio y el precio del cobre es el doble que el del aluminio.

2.2.1. Comparación entre las secciones a igualdad de resistencia y longitud

Comparamos dos líneas, una de cobre y otra de aluminio, con la misma longitud y la misma resistencia eléctrica:

$$R_{Cu} = \rho_{Cu} \frac{L_{Cu}}{S_{Cu}} \quad ; \quad R_{Al} = \rho_{Al} \frac{L_{Al}}{S_{Al}}$$

en donde:

* R_{Cu} , R_{Al} : Resistencia eléctrica del cobre y del aluminio.

* ρ_{Cu} , ρ_{Al} : Resistividad del cobre y del aluminio.

* L_{Cu} , L_{Al} : Longitud de la línea.

* S_{Cu} , S_{Al} : Sección de los conductores.

Como $R_{Cu} = R_{Al} = R$ y $L_{Cu} = L_{Al} = L$ tenemos:

$$\rho_{Cu} \frac{L}{S_{Cu}} = \rho_{Al} \frac{L}{S_{Al}}$$

Despejando S_{Al} se obtiene:

$$S_{Al} = S_{Cu} \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = S_{Cu} \frac{0,03 \Omega \text{mm}^2 / \text{m}}{0,018 \Omega \text{mm}^2 / \text{m}} = 1,6 S_{Cu}$$

Por lo tanto:

$$S_{Al} = 1,6 S_{Cu}$$

Puesto que la sección del aluminio es 1,6 veces mayor que la sección del cobre, sin duda esto supone un inconveniente para el aluminio, ya que la acción del viento y del hielo le perjudicará más.

2.2.2. Comparación entre los pesos a igualdad de resistencia y longitud

Comparamos dos líneas, una de cobre y otra de aluminio con la misma longitud y resistencia eléctrica, que presentan los pesos siguientes

$$P_{Cu} = V_{Cu} d_{Cu} = S_{Cu} L d_{Cu}$$

$$P_{Al} = V_{Al} d_{Al} = S_{Al} L d_{Al}$$

en donde:

* P_{Cu} , P_{Al} : Peso del cobre y del aluminio.

* V_{Cu} , V_{Al} : Volumen del cobre y del aluminio.

* d_{Cu} , d_{Al} : Densidades respectivas.

* S_{Cu} , S_{Al} : Sección de los conductores.

Dividiendo ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{P_{Cu}}{P_{Al}} = \frac{S_{Cu} d_{Cu}}{S_{Al} d_{Al}} = \frac{1}{1,6} \frac{8,8}{2,7} = 2,06$$

Despejando el peso del aluminio resulta:

$$P_{Al} = 0,5 P_{Cu}$$

Por lo tanto, la línea de aluminio pesa la mitad que la de cobre, por lo que en este aspecto el aluminio es más ventajoso.

2.2.3. Comparación entre las resistencias mecánicas a tracción a igualdad de resistencia eléctrica y longitud

Estudiamos la tensión máxima a tracción que puede soportar un cable de cobre y otro de aluminio a igualdad de resistencia eléctrica y longitud, basándonos en el apartado 2.2.1.

Sea T_{Cu} la tensión máxima a tracción del cobre y T_{Al} la del aluminio:

$$T_{Cu} = S_{Cu} \sigma_{Cu}, T_{Al} = S_{Al} \sigma_{Al}$$

siendo:

* σ_{Cu} , σ_{Al} : Carga de rotura de los dos materiales.

* S_{Cu} , S_{Al} : Sección de los conductores.

Dividiendo ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{T_{Cu}}{T_{Al}} = \frac{S_{Cu}}{S_{Al}} \frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Al}} = \frac{1}{1,6} \frac{25 \text{ Kg/mm}^2}{15 \text{ Kg/mm}^2} = 1,04$$

Por lo tanto

$$T_{Cu} \cong T_{Al}$$

2.2.4. Comparación entre los costes a igualdad de resistencia y longitud

Estudiamos los costes de una línea de cobre y otra de aluminio para la misma longitud y resistencia eléctrica.

Siendo C_{Cu} el coste del cobre y C_{Al} el del aluminio, tenemos:

$$C_{Cu} = P_{Cu} p_{Cu}$$

$$C_{Al} = P_{Al} p_{Al}$$

en donde:

* P_{Cu} , P_{Al} : peso del cobre y del aluminio.

* p_{Cu} , p_{Al} : precio unitario de los dos materiales.

Dividiendo ambas expresiones se obtiene:

$$\frac{C_{Cu}}{C_{Al}} = \frac{P_{Cu}}{P_{Al}} \frac{p_{Cu}}{p_{Al}} = 2 \frac{800 \text{ Pts/Kg}}{400 \text{ Pts/Kg}} = 4$$

Despejando el coste del aluminio:

$$C_{Al} = 0,25 C_{Cu}$$

Por lo tanto, una línea de aluminio es cuatro veces más barata que una de cobre.

2.2.5. Comparación entre los calores almacenados a igualdad de resistencia y longitud

Comparamos la cantidad de calor que almacena una línea de cobre y otra de aluminio para la misma temperatura, la misma resistencia y la misma longitud.

Siendo Q_{Cu} la cantidad de calor para el cobre y Q_{Al} para el aluminio se obtiene:

$$Q_{Cu} = M_{Cu} C_{Cu} t = S_{Cu} L d_{Cu} C_{Cu} t$$

$$Q_{Al} = M_{Al} C_{Al} t = S_{Al} L d_{Al} C_{Al} t$$

En donde:

- * M_{Cu}, M_{Al} : masa del cobre y del aluminio.
- * C_{Cu}, C_{Al} : calor específico del cobre y del aluminio.
- * d_{Cu}, d_{Al} : densidad de los dos materiales.
- * t : temperatura aleatoria.
- * L : longitud de la línea.

Dividiendo ambas expresiones resulta:

$$\frac{Q_{Cu}}{Q_{Al}} = \frac{S_{Cu}}{S_{Al}} \frac{d_{Cu}}{d_{Al}} \frac{C_{Cu}}{C_{Al}} = \frac{1}{1,6} \frac{8,8 \text{ gr / cm}^3}{2,7 \text{ gr / cm}^3} \frac{0,09}{0,21} = 0,88$$

Despejando Q_{Al} queda:

$$Q_{Al} = \frac{1}{0,88} Q_{Cu} = 1,13 Q_{Cu}$$

Por tanto se obtiene que:

$$Q_{Al} = 1,13 Q_{Cu}$$

Comprobamos pues que el aluminio retiene más calor que el cobre, y aunque esto es un inconveniente en electricidad, no es perjudicial para las líneas de alta tensión aéreas.

En el caso de motores, transformadores y alternadores se utiliza el cobre ya que el aumento de temperatura es va bastante apreciable.

2.2.6. Ventajas e inconvenientes

1º) De las comparaciones efectuadas en los apartados anteriores se llega a la conclusión que el aluminio es el material más recomendable para el cable de las líneas de alta tensión.

2º) El cobre se emplea en líneas especiales como son las situadas en las inmediaciones de minas, fabricas de tipo químico y proximidades del mar. Los ácidos, la sal y los sulfatos atacan mucho más al aluminio que al cobre. Se tendrá en cuenta que la vida media de una línea aérea de alta tensión es de unos 25 años, y que el aluminio puede soportar durante todo ese tiempo las condiciones adversas anteriormente citadas.

3º) El cobre se puede soldar con estaño perfectamente. El aluminio se puede soldar, pero en condiciones y mediante soldaduras muy especiales, pero esto se soluciona en las líneas de alta tensión realizando los empalmes con manguitos.

4º) El aluminio es muy abundante en la naturaleza, no siendo así en el caso del cobre.

2.2.7. Ejemplo

Sea una línea trifásica de longitud $L = 100 \text{ km}$, con un cable de diámetro $D=20 \text{ mm}$. Veamos el coste de esta línea en el caso de construirla con cable de cobre o de aluminio.

Cable de cobre:

$$S_{\text{Cu}} = \pi r^2 = \pi (10\text{mm})^2 = 314 \text{ mm}^2 = 0,0314 \text{ dm}^2$$

$$V_{\text{Cu}} = S_{\text{Cu}} L = 0,0314 \text{ dm}^2 \times 100 \cdot 10^4 \text{ dm} = 31400 \text{ dm}^3$$

Como es trifásica: $V_{\text{TCu}} = 3 V_{\text{Cu}} = 94.200 \text{ dm}^3$

$$P_{\text{Cu}} = V_{\text{TCu}} d_{\text{Cu}} = 94.200 \text{ dm}^3 \times 8.8 \text{ Kg/dm}^3 = 828.960 \text{ Kg}$$

$$C_{\text{Cu}} = P_{\text{Cu}} p_{\text{Cu}} = 828.960 \text{ Kg} \times 800 \text{ Pts/Kg} = 663,168.000 \text{ Pts}$$

Resulta finalmente que:

$$C_{\text{Cu}} = 663,168.000 \text{ Pts}$$

Cable de aluminio

$$S_{\text{Al}} = 1,66 S_{\text{Cu}} = 1,66 \times 314 \text{ mm}^2 = 521,24 \text{ mm}^2 = 0,052124 \text{ dm}^2$$

$$V_{\text{Al}} = S_{\text{Al}} L = 0,052124 \text{ dm}^2 \times 100 \cdot 10^4 \text{ dm} = 52.124 \text{ dm}^3$$

Como es trifásica: $V_{\text{TAl}} = 3 V_{\text{Al}} = 156.372 \text{ dm}^3$

$$P_{\text{Al}} = V_{\text{TAl}} d_{\text{Al}} = 156.372 \text{ dm}^3 \times 2,7 \text{ Kg/dm}^3 = 422.204 \text{ Kg}$$

$$C_{\text{Al}} = P_{\text{Al}} p_{\text{Al}} = 422.204 \text{ Kg} \times 400 \text{ Pts} = 168,881.600 \text{ Pts}$$

Resulta finalmente que:

$$C_{\text{Al}} = 168,881.600 \text{ Pts}$$

2.3. CÁLCULO DE LA SECCIÓN DE LOS CONDUCTORES DE UNA LÍNEA

La sección de los conductores, por una parte depende de:

- Su coste, que constituye siempre un capítulo de gran importancia.
- Su resistencia eléctrica, que provoca la energía perdida en ellos por efecto Joule
- La caída de tensión que tanto influye en el buen funcionamiento de los receptores.

Además, la sección de los conductores ha de ser adecuada a la intensidad de la corriente prevista, para impedir una elevación de temperatura peligrosa.

Cualquiera que sea la naturaleza del conductor (cobre, aluminio, etc.) sus condiciones de enfriamiento dependen del modo de estar instalado (desnudo, cubierto, aéreo, subterráneo, etc.) y por tanto, también de ello depende la cantidad de calor desarrollada por efecto Joule para que alcance el conductor la temperatura máxima admisible, o lo que es lo mismo, la sección mínima que puede tolerarse para un valor dado de la corriente.

Pero, si bien no debemos darle una sección inferior, si podemos darle una mayor, ya sea con el fin de disminuir la pérdida de energía hasta el valor conveniente, para que la economía resultante de la explotación e instalación sea máxima, o bien atendiendo a que la caída de tensión no pase de un cierto límite, compatible con el buen funcionamiento de los receptores.

Como primera aproximación para calcular la sección de un conductor, podríamos decir que en líneas de 220 V. se colocan secciones que equivaldrían a 1 mm^2 por cada kilovatio de potencia. Si suponemos un receptor que consume 2 kW. a 220 V. tendremos:

$$P = V I \rightarrow I = \frac{P}{V} = \frac{2000 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 9,09 \text{ A.}$$

Si por la regla anterior se coloca una sección de 2 mm^2 , resulta una densidad de corriente de:

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{9,09 \text{ A}}{2 \text{ mm}^2} = 4,55 \text{ A / mm}^2$$

Naturalmente esta no es una forma muy ortodoxa de calcular la sección de un conductor, aunque en ocasiones sirve para obtener una primera idea, por lo tanto debemos estudiarla de una manera más técnica.

Tres son los conceptos a tener en cuenta en el cálculo de la sección de los conductores:

- Sección atendiendo a la elevación de temperatura, o densidad máxima admitida.
- Sección atendiendo a la caída de tensión.
- Sección más económica.

Estos tres criterios son independientes y el más desfavorable de ellos será el que, en definitiva, fije el valor de la sección.

Teniendo en cuenta que el calentamiento es independiente de la longitud, lo que no ocurre con la caída de tensión, el criterio que marcará el valor de la sección en conductores de gran longitud será el b) mientras el criterio a) será el dominante en el cálculo de conductores de reducida longitud.

De todas formas, en el caso de muy altas tensiones, la mínima sección de los conductores viene impuesta, en general, por la condición de no dar lugar al efecto corona que estudiaremos más adelante.

2.3.1. Sección mínima de un conductor atendiendo a la elevación de su temperatura

Si llamamos R a la resistencia del conductor e I a la intensidad de la corriente, la energía ($R I^2 t$) transformada en calor en un tiempo t , va calentando el conductor hasta llegar al equilibrio entre el calor desarrollado y el calor perdido por enfriamiento. equilibrio que se verifica para una cierta diferencia entre la temperatura del conductor y la del ambiente.

Si llamamos M al calor perdido (expresado en calorías) por unidad de superficie de enfriamiento, grado de diferencia de temperatura y unidad de tiempo, por L la longitud del conductor y por p el perímetro de su sección, la diferencia entre la temperatura T , alcanzada por aquel y la T_0 del ambiente, se ha de satisfacer el equilibrio térmico "calor generado es igual a calor disipado":

$$0,24 R I^2 = M L p (T - T_0)$$

En donde R depende de la naturaleza del conductor y M de las condiciones en que se verifique el enfriamiento.

Teniendo en cuenta el valor de R en función de la longitud y de la sección resulta:

$$0,24 \rho \frac{L}{S} I^2 = M L p (T - T_0)$$

Por lo que queda:

$$0,24 \rho I^2 = M S p (T - T_0)$$

Esta expresión es general para todos los casos y demuestra que la elevación de temperatura es independiente de la longitud y que para una misma corriente y sección, o iguales condiciones de enfriamiento, la elevación de temperatura es tanto menor cuanto mayor sea el perímetro, o lo que es lo mismo, para una misma elevación de temperatura, la corriente I admisible para una sección dada aumenta con el perímetro de ésta.

Despejando ahora la intensidad, podemos obtener fácilmente la densidad:

$$I = \sqrt{\frac{M S p (T - T_0)}{0,24 \rho}}$$

$$\delta = \frac{I}{S} = \sqrt{\frac{M p (T - T_0)}{0,24 \rho S}}$$

De donde deducimos entre otras cosas, que la densidad de corriente depende del perímetro y de la sección del conductor, aumentando la densidad con la relación perímetro/sección.

Al depender el valor de M de una serie de condicionamientos, tales como si el conductor está desnudo o recubierto, si es hilo o cable, si está brillante o por el contrario se ha oxidado, etc., hace que esta fórmula tenga escasa aplicación práctica.

El Reglamento de Líneas Eléctricas de Alta Tensión impone, en el artículo 22, la densidad de corriente máxima que pueden soportar los distintos conductores, de las líneas aéreas.

SECCIÓN (mm ²)	COBRE (A/mm ²)	ALUMINIO (A/mm ²)	ALEACION ALUMINIO (A/mm ²)
10	8,75	-	-
15	7,60	6,00	5,60
25	6,35	5,00	4,65
35	5,75	4,55	4,25
50	5,10	4,00	3,70
70	4,50	3,55	3,30
95	4,05	3,20	3,00
125	3,70	2,90	2,70
160	3,40	2,70	2,50
200	3,20	2,50	2,30
250	2,90	2,30	2,15
300	2,75	2,15	2,00
400	2,50	1,95	1,80
500	2,30	1,80	1,70
600	2,10	1,65	1,55

Para cables de aluminio-acero se tomará en la tabla el valor de la densidad de corriente correspondiente a su sección como si fuera de aluminio y su valor se multiplicará por un coeficiente de reducción que según la composición será de:

- * 0,902 para la composición (30+7).
- * 0,926 para la composición (6+1) o (26+7).
- * 0,941 para la composición (54+7).

Para los cables de aleación de aluminio-acero se procederá de forma análoga partiendo de la densidad de corriente correspondiente a la aleación de aluminio, empleándose los mismos coeficientes de reducción en función de la composición.

La tabla II del Reglamento de Baja Tensión (MIE BT 004), limita la intensidad máxima admisible para cables trenzados.

Tabla II

Intensidad máxima admisible en amperios para cables aislados trenzados en haz (servicio permanente) t = 40°C

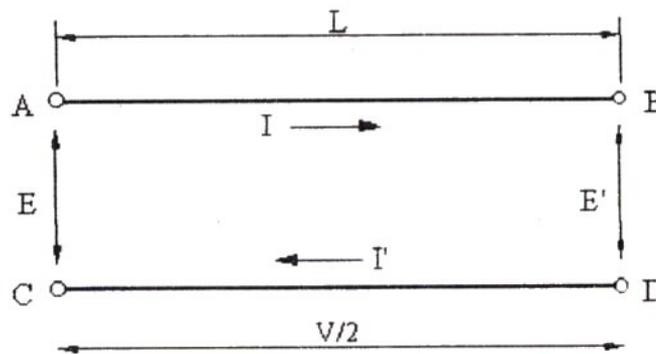
Sección nominal mm ²	Naturaleza del conductor			
	Cobre		Aluminio	
	Tipo de aislamiento			
	V	R/I	V	R/I
4	36	41	-	-
6	47	52	-	-
10	64	72	50	56
16	86	95	67	75
25	115	130	89	100
35	140	155	110	120
50	170	190	135	150
70	220	245	170	190
95	265	295	205	230
120	-	-	240	265
150	-	-	275	305

V = Policloruro de vinilo
R = Polietileno reticulado
I = Polietileno clorosulfonado

2.3.2. Sección mínima de un conductor atendiendo a la caída de tensión

La sección de los conductores viene impuesta en muchos casos por la máxima caída de tensión admisible.

Supongamos una línea de longitud L a la que hemos aplicado una tensión inicial E, obteniéndose en el otro extremo la tensión E'.



Sabemos que cuando la intensidad sea pequeña la tensión E' será prácticamente igual a E, pero por el contrario, cuando tengamos una intensidad máxima, la caída de tensión será también máxima y los receptores se verán afectados por fluctuaciones de tensión a pesar de ser constante el valor E.

Es necesario calcular la sección de los conductores con la condición de que al ser recorridos por la corriente máxima, la resistencia de los mismos no de lugar a una diferencia $V = E - E'$ mayor del límite asignado a la caída de tensión en % en función de E'.

Fijado V, calculamos la sección de los conductores teniendo en cuenta las pérdidas producidas en los tramos AB y CD.

$$V = 2RI = 2\rho \frac{L}{S} I \rightarrow I = \frac{VS}{2L\rho}$$

Por lo tanto:

$$S = \frac{2 L \rho I}{V}$$

Para el caso de suministro a una vivienda a 220 V., el Reglamento marca caída de tensión del $\pm 7\%$, lo que supone una oscilación admisible comprendida entre 204,6 V y 235,4 V.

2.3.3. Sección de un conductor atendiendo a la economía comparada de la instalación y de la explotación, sección y densidad más económica

La energía perdida por efecto Joule en un conductor, es tanto menor cuanto mayor sea su sección.

Por otra parte, el producir energía nos cuesta una cierta cantidad de dinero, y el dejar de venderla proporciona un menor ingreso; desde este punto de vista nos conviene una sección lo más grande posible. Por el contrario, cuanto mayor es la sección más elevado es el coste de los conductores y, por tanto, más alto serán los intereses y la amortización del capital empleado en adquirirlos.

Para tener en cuenta estas dos tendencias opuestas, debemos hacer el cálculo de los conductores de modo que suma de gastos anuales originados por uno y otro concepto sea lo menor posible.

La pérdida por efecto Joule da lugar a un cierto gasto anual, y la amortización e interés del capital empleado en los conductores ~~representa~~, también representa otro gasto anual. Como ambos varían en sentido inverso, podremos hallar una sección para la cual el gasto total por año, suma de los dos anteriores, sea mínimo.

El coste anual, A_1 , de la energía perdida por efecto Joule es:

$$A_1 = R I^2 t p = \rho \frac{L}{S} I^2 t p$$

en donde I es la intensidad de corriente prevista por cada conductor y supuesta constante, L es la longitud total de los conductores de que consta la línea, t es el número de horas durante el que pasa esta corriente al cabo de un año y p es el valor, en pesetas, de cada watio hora perdido.

El coste de una canalización eléctrica se compone de dos sumandos, uno que podemos considerar dependiente de la sección, aunque exactamente no sea así, como es el coste de postes, aisladores, etc., y otro, el valor de los conductores, proporcional a su peso y, por tanto a su volumen, cuando el conductor es desnudo, y, aproximadamente, en la mayoría de los casos, también proporcional al volumen cuando aquél es cubierto.

Llamando " m " a lo que cuesta por metro de conductor el primero de los mencionados sumandos, el valor total del mismo es " mL "; del mismo modo, designado por " n " el precio de dicho conductor por metro de longitud y unidad de sección, y designando por L esta longitud, el coste de los conductores es " nLS " y el capital invertido en la instalación viene dado por la suma " $mL + nLS$ ".

La anualidad " a ", necesaria para amortizar este capital en un número de años dado, y con un interés impuesto por el precio del dinero, según época, localidad y condiciones del mercado, supone un gasto anual A_2 , de la canalización, dado por la igualdad:

$$A_2 = (m L + n L S) a$$

El gasto total por año es, por consiguiente:

$$A = A_1 + A_2 = \rho \frac{L}{S} I^2 t p + (m L + n L S) a$$

Como A es función de S, $A = f(S)$, para deducir la sección que hace mínimo este gasto. llamada sección más económica, derivamos con relación a S e igualamos a cero la derivada:

$$\frac{dA}{dS} = -\rho \frac{L}{S^2} I^2 t p + n L a = 0$$

por lo que resulta que:

$$\rho \frac{L}{S} I^2 t p = n L S a$$

El mínimo buscado se obtiene, como vemos, cuando los gastos anuales debidos a la pérdida de energía y al coste del conductor son iguales.

Dado que la densidad de corriente es $\delta = I / S$, se obtiene:

$$\rho \delta^2 t p = n a$$

Por lo tanto la densidad más económica, que llamamos δ_E , será:

$$\delta_E = \sqrt{\frac{n a}{\rho t p}}$$

Como ya hemos dicho, el precio total del conductor en una línea es:

$$P_{TC} = n L S$$

en donde L se expresa en metros y S en milímetros cuadrados.

Puesto que "n" es el precio de un conductor de 1 m de longitud y 1 mm^2 de sección, su peso unitario será:

$$\text{Peso de } n = 10 \frac{1}{100 \times 100} d = \frac{d}{1000} \text{ Kg}$$

su precio

$$n = \frac{d}{1000} N = d N 10^{-3} \text{ Pts.}$$

Siendo "d" su densidad y "N" el precio del kilogramo del conductor.

Sustituyendo este valor de n tendremos en la ecuación de:

$$\delta_E = \sqrt{\frac{(N d 10^{-3}) a}{\rho t P 10^3}} = \sqrt{\frac{N d a}{\rho t P}}$$

siendo P el precio del kWh dado que $p = P 10^{-3}$

Finalmente deduciremos la sección más económica:

$$S_E = \frac{I}{\delta_E} = \sqrt{\frac{\rho I^2 P t}{N d a}}$$

EJEMPLO

1º) Sea una línea de aluminio de resistividad $\rho = 0,03 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, cuyo coste de instalación del conductor es de 400 Pts/kg., el precio del kWh es de $P = 10 \text{ Pts/kWh}$, el coeficiente de amortización es de $a = 20\%$ y el tiempo de funcionamiento anual es de $t=3000 \text{ h}$. Calcular la densidad más económica.

$$d = 2,70 \text{ gr/cm}^3 \quad ; \quad N = 400 \text{ Pts/kg} \quad ; \quad a = 20\% = 0,20$$

$$\rho = 0,03 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} \quad ; \quad t = 3000 \text{ h} \quad ; \quad P = 10 \text{ Pts/kWh}$$

Sustituyendo los valores en la fórmula resulta:

$$\delta = \sqrt{\frac{400 \cdot 2,70 \cdot 0,20}{0,03 \cdot 3000 \cdot 10}} = 0,48 \text{ A / mm}^2$$

2º) Sea una línea de cobre de resistividad $0,018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, cuyo coste de instalación del conductor es de 800 Pts/kg., el precio del kWh es de $P = 10 \text{ Pts/kWh}$, el coeficiente de amortización es de $a = 20\%$ y el tiempo de funcionamiento anual es de $t = 3000 \text{ h}$. Calcular la densidad más económica.

$$d = 8,8 \text{ gr/cm}^3 \quad ; \quad N = 800 \text{ Pts/kg.} \quad ; \quad a = 20\% = 0,20$$

$$\rho = 0,018 \Omega \text{ mm}^2/\text{m} \quad ; \quad t = 3000 \text{ h} \quad ; \quad P = 10 \text{ Pts/kWh}$$

Sustituyendo en la fórmula resulta:

$$\delta = \sqrt{\frac{800 \cdot 8,8 \cdot 0,20}{0,018 \cdot 3000 \cdot 10}} = 1,6 \text{ A / mm}^2$$

2.3.4. Influencia de la tensión sobre la sección

Lo mismo en el caso de corriente continua que en el de alterna, de cualquier número de fases, para una misma potencia (y un mismo factor de potencia en el caso de corriente alterna) el valor eficaz de la intensidad en los conductores de una línea o distribución eléctrica está en razón inversa a la tensión empleada y, por tanto, la pérdida en aquellos está en razón inversa del cuadrado de dicha tensión.

Si por ejemplo, dos líneas trifásicas de idéntica longitud tienen que transmitir la misma potencia W , con igual factor de potencia y con las mismas pérdidas p , a tensiones compuestas diferentes E y E' , tendremos, llamando I e I' a las intensidades,

siendo R y R' las resistencias y S y S' las secciones de cada uno de los tres conductores de una y otra línea:

$$W = \sqrt{3} E I \cos \varphi \quad ; \quad p = 3 R I^2$$

$$W = \sqrt{3} E' I' \cos \varphi \quad ; \quad p = 3 R' I'^2$$

Despejando la intensidad y la resistencia de las expresiones anteriores queda:

$$I = \frac{W}{\sqrt{3} E \cos \varphi} \quad ; \quad R = \frac{P}{3I^2}$$

$$I' = \frac{W}{\sqrt{3} E' \cos \varphi} \quad ; \quad R' = \frac{P}{3I'^2}$$

Sustituyendo la intensidad en la expresión de la resistencia se obtiene:

$$R = \frac{P E^2 \cos^2 \varphi}{W^2} \quad ; \quad R' = \frac{P E'^2 \cos^2 \varphi}{W^2}$$

Por tanto la relación R/R' es:

$$\frac{R}{R'} = \frac{E^2}{E'^2}$$

Además, como las secciones están en razón inversa de las resistencias:

$$\frac{R}{R'} = \frac{\rho \frac{L}{S}}{\rho \frac{L}{S'}} = \frac{S'}{S}$$

Finalmente resulta que :

$$\frac{E^2}{E'^2} = \frac{S'}{S}$$

La sección de los conductores varía pues, en razón inversa del cuadrado de la tensión empleada. Utilizando una tensión doble reduciremos el peso de cobre a la cuarta parte, con una tensión triple necesitaremos la novena parte de cobre, etc.

Se comprende, por tanto, el interés que supone la posibilidad, ya lograda actualmente, de construir aisladores transformadores para muy altas tensiones, mediante los cuales sea posible transportar, económicamente, enormes potencias a muy largas distancias, con conductores de poca sección y con pequeña pérdida.

Lo anteriormente manifestado no quiere decir, sin embargo, que siempre sea la tensión más alta la más económica, porque el precio de los aisladores, tamaño de las torres, etc., crece también rápidamente con la tensión y lo mismo sucede con los transformadores y aparata en general.

La tensión más económica depende de la potencia a transmitir y de la longitud de la línea y debe determinarse, en cada caso por tanteos, haciendo varios presupuestos a distintos valores.

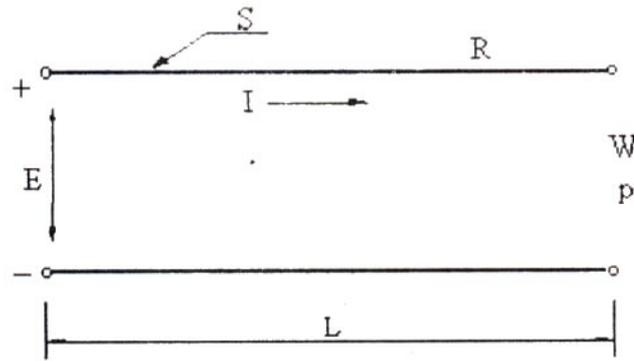
En muchos casos la tensión viene ya impuesta por tratarse de la distribución de la zona o por razones de normalización ajenas al transporte.

2.3.5. Influencia de la naturaleza de la corriente sobre la sección

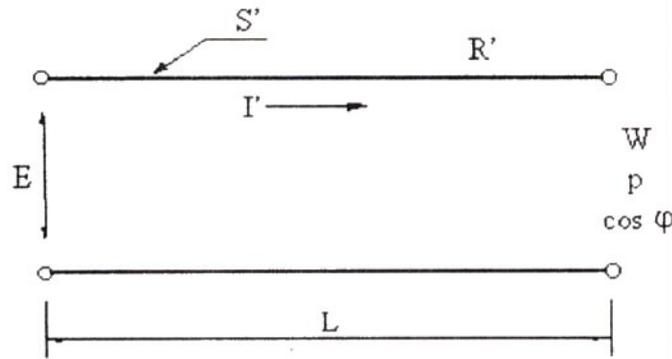
2.3.5.1. Comparación entre una línea de corriente continua y otra alterna monofásica

Comparamos la sección empleada en una línea de corriente continua y en otra de corriente alterna monofásica que presentan la misma longitud L, la misma potencia a transmitir W, las mismas pérdidas p y la misma tensión E.

Llamamos I a la intensidad, R a la resistencia y S a la sección de la línea de corriente continua.



Llamamos I' a la intensidad, R' a la resistencia, S' a la sección y $\cos \varphi$ al factor de potencia de la línea de corriente alterna monofásica.



Por lo tanto tendremos:

$$W = E I \quad ; \quad p = 2 R I^2$$

$$W = E I' \cos \varphi \quad ; \quad p = 2 R' I'^2$$

Despejando la intensidad y la resistencia de las expresiones anteriores queda:

$$I = \frac{W}{E} \quad ; \quad R = \frac{p}{2 I^2}$$

$$I' = \frac{W}{E \cos \varphi} \quad ; \quad R' = \frac{p}{2 I'^2}$$

Sustituyendo la intensidad en la expresión de la resistencia se obtiene:

$$R = \frac{p E^2}{2 W^2} \quad ; \quad R' = \frac{p E^2 \cos^2 \varphi}{2 W^2}$$

Por lo tanto la relación R/R' es:

$$\frac{R}{R'} = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

Además, como las secciones están en razón inversa de las resistencias:

$$\frac{R}{R'} = \frac{\rho \frac{L}{S}}{\rho \frac{L}{S'}} = \frac{S'}{S}$$

Finalmente obtenemos que:

$$\frac{S'}{S} = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$$

$$S = S' \cos^2 \varphi$$

Como la relación de las secciones depende del factor de potencia, hacemos el análisis para los valores de $\cos \varphi$ más frecuentes:

$$\text{Si } \cos \varphi = 1 \rightarrow S = S'$$

$$\text{Si } \cos \varphi = 0,9 \rightarrow S = 0,81 S'$$

$$\text{Si } \cos \varphi = 0,8 \rightarrow S = 0,64 S'$$

$$\text{Si } \cos \varphi = 0,7 \rightarrow S = 0,49 S'$$

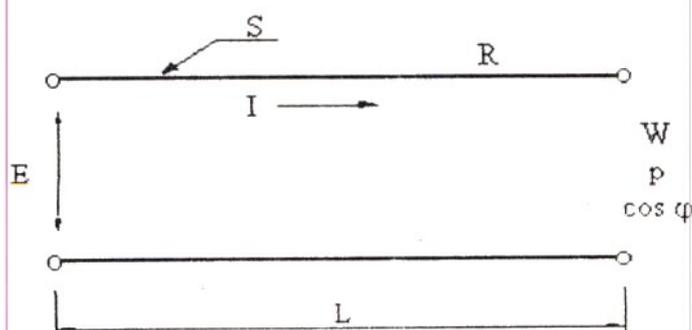
Vemos que en el caso de ser $\cos \varphi = 1$, las secciones de continua y alterna son iguales, pero esto no ocurre casi nunca, lo más lógico es tener un factor de potencia de 0,8. Por lo tanto, en principio, es mejor transportar en continua que en alterna.

A pesar de la ventaja en favor de la corriente continua, esta no ha podido ser empleada hasta ahora en los transportes de energía de alguna longitud por la dificultad de generarla a grandes tensiones y la imposibilidad que todavía existe para obtener éstas por transformación estática y de una forma económica.

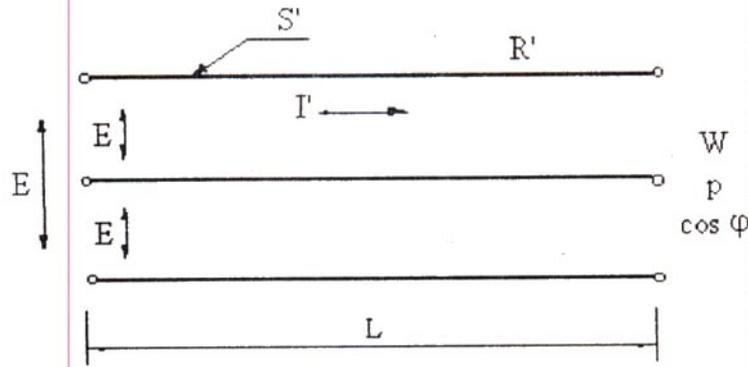
2.3.5.2. Comparación entre una línea alterna bifásica y otra alterna trifásica

Comparamos la sección empleada en una línea de corriente alterna bifásica y en otra alterna trifásica que presentan la misma longitud L , la misma potencia a transmitir W , las mismas pérdidas p , la misma tensión compuesta E y el mismo factor de potencia $\cos \varphi$.

Llamamos I a la intensidad, R a la resistencia, S a la sección de un conductor y S_T a la sección total de la línea alterna bifásica.



Llamamos I' a la intensidad, R' a la resistencia, S' a la sección de un conductor y S'_T a la sección de la línea terna trifásica.



Por lo tanto tendremos:

$$W = E I \cos \varphi \quad ; \quad p = 2 R I^2$$

$$W = \sqrt{3} E I' \cos \varphi \quad ; \quad p = 3 R' I'^2$$

Despejamos la intensidad y la resistencia de forma que:

$$I = \frac{W}{E \cos \varphi} \quad ; \quad R = \frac{p}{2 I^2}$$

$$I' = \frac{W}{\sqrt{3} E \cos \varphi} \quad ; \quad R' = \frac{p}{3 I'^2}$$

Sustituyendo la intensidad en la expresión de la resistencia queda:

$$R = \frac{p E^2 \cos^2 \varphi}{2 W^2} \quad ; \quad R' = \frac{p E^2 \cos^2 \varphi}{W^2}$$

Por lo tanto la relación R/R' es:

$$\frac{R}{R'} = \frac{1}{2}$$

Como las secciones están en razón inversa a las resistencias resulta:

$$\frac{R}{R'} = \frac{S'}{S} = \frac{1}{2}$$

Teniendo en cuenta que la sección total es $S_T = 2 S$ para la línea bifásica y $S'_T = 3 S'$ para la trifásica, se obtiene:

$$\frac{S_T}{S'_T} = \frac{2 S}{3 S'} = \frac{2 S}{3 \frac{S}{2}} = \frac{4}{3}$$

Es decir:

$$S_T = \frac{4}{3} S'_T$$

Vemos que transportando en trifásica la sección es menor que en bifásica, por lo tanto el peso del conductor también es menor.

Si ahora comparamos una línea trifásica con una exafásica, naturalmente obtendríamos un menor peso de conductor para la línea exafásica. No obstante, dada la complejidad que esto supondría en los transformadores, aisladores, interruptores, etc., podemos asegurar que casi la totalidad de los transportes de energía eléctrica se realizan con tres conductores.

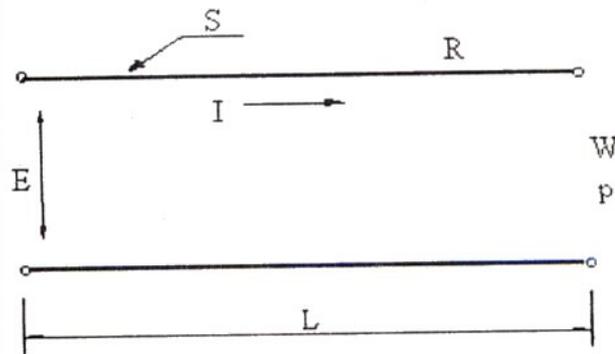
En ocasiones veremos líneas de 6, 9 ó 12 conductores, estos casos corresponden sin duda a líneas trifásicas simples, triples o cuádruples.

Estos casos se justifican debido a que por una línea de sección S puede circular una intensidad menor que por una de sección $S/2$, según puede apreciarse en la tabla de densidades máximas exigidas por el reglamento.

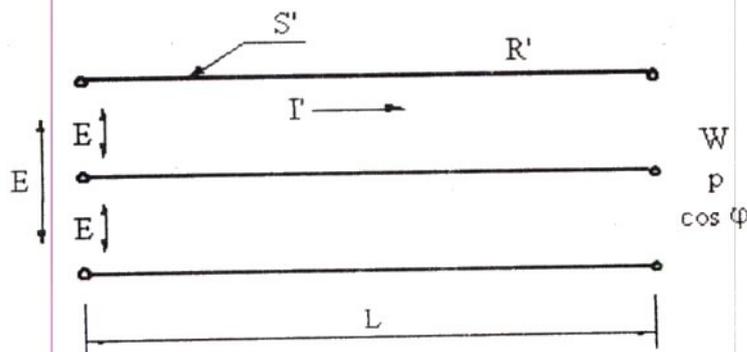
2.3.5.3. Comparación entre una línea de corriente continua y otra alterna trifásica.

Comparamos la sección empleada en una línea de corriente continua y en otra de corriente alterna trifásica que presentan la misma longitud L , la misma potencia a transmitir W , las mismas pérdidas P y la misma tensión compuesta E .

Llamamos I a la intensidad, R a la resistencia, S a la sección de un conductor y S_T a la sección total de la línea de corriente continua.



Llamamos I' a la intensidad, R' a la resistencia, $\cos \varphi$ al factor de potencia, S' a la sección de un conductor y S'_T a la sección total de la línea de corriente alterna trifásica.



Por tanto tendremos:

$$W = E I \quad ; \quad p = 2 R I^2$$

$$W = \sqrt{3} E I' \cos \varphi \quad ; \quad p = 3 R I'^2$$

Despejando la intensidad y la resistencia de las expresiones anteriores queda:

$$I = \frac{W}{E} \quad ; \quad R = \frac{p}{2 I^2}$$

$$I' = \frac{W}{\sqrt{3} E \cos \varphi} \quad ; \quad R' = \frac{p}{3 I'^2}$$

Sustituyendo la intensidad en la expresión de la resistencia, se obtiene:

$$R = \frac{p E^2}{2 W^2} \quad ; \quad R' = \frac{p E^2 \cos^2 \varphi}{W^2}$$

Por lo tanto la relación R/R' es:

$$\frac{R}{R'} = \frac{1}{2 \cos^2 \varphi}$$

Además, como las secciones están en razón inversa de las resistencias, queda:

$$\frac{R}{R'} = \frac{S'}{S} = \frac{1}{2 \cos^2 \varphi}$$

Teniendo en cuenta que la sección total para la línea de corriente continua es $S_T = 2 S$ y que para la línea trifásica es $S'_T = 3 S'$, se obtiene:

$$\frac{S_T}{S'_T} = \frac{2S}{3S'} = \frac{2 \cdot 2 \cos^2 \varphi}{3} = \frac{4}{3} \cos^2 \varphi$$

Resulta que:

$$S'_T = \frac{3}{4} \frac{1}{\cos^2 \varphi} S_T$$

$$S'_T = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi} S_T$$

Como la relación de las secciones depende del factor de potencia, hacemos el análisis para distintos valores del factor de potencia.

$$\text{Si } \cos \varphi = 1 \rightarrow S'_T < S_T$$

$$\text{Si } \cos \varphi = 0,866 \rightarrow S'_T = S_T$$

$$\text{Si } \cos \varphi < 0,866 \rightarrow S'_T > S_T$$

$$\text{Si } \cos \varphi > 0,866 \rightarrow S'_T < S_T$$

De lo cual deducimos que es mejor el transporte en trifásica con factores de potencia comprendidos entre 0,866 y 1. Por lo tanto en las líneas de alta tensión interesa efectuar el transporte con valores de factor de potencia igual a 1 e inyectar corriente reactiva en las proximidades de los abonados.

4.3. CAÍDA DE TENSION

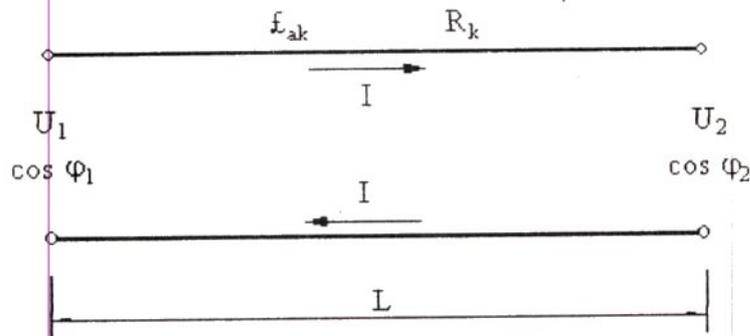
4.3.1. Caída de tensión en una línea monofásica de capacidad despreciable

Se trata de calcular la caída de tensión que se produce entre el principio y el final de una línea monofásica de capacidad despreciable.

Al proyectar una línea tendremos como datos de partida de tensión final U_2 , la intensidad que circula I y el factor de potencia $\cos \varphi_2$, que presentan los receptores. Por lo tanto hallaremos la tensión inicial U_1 y el factor de potencia $\cos \varphi_1$ necesarios para suministrar al consumidor los valores requeridos.

Para efectuar los cálculos nos ayudaremos de la resistencia kilométrica R_k y de la autoinducción kilométrica ℓ_{AK} , despreciando por lo tanto la capacidad de la línea.

Sea una línea monofásica de longitud L :



Entonces la caída de tensión V será:

$$V = U_1 - U_2$$

No debemos confundir la caída de tensión V que es igual a la diferencia de los módulos U_1 y U_2 , con el vector \vec{V}_1 que es la diferencia vectorial entre \vec{U}_1 y \vec{U}_2 , es decir:

$$\vec{V}_1 = \vec{U}_1 - \vec{U}_2$$

Teniendo en cuenta que en la caída de tensión influye la resistencia total R_T y la reactancia total X_T :

$$R_T = R_K L$$

$$X_T = \omega \ell_T = \omega \ell_{AK} L$$

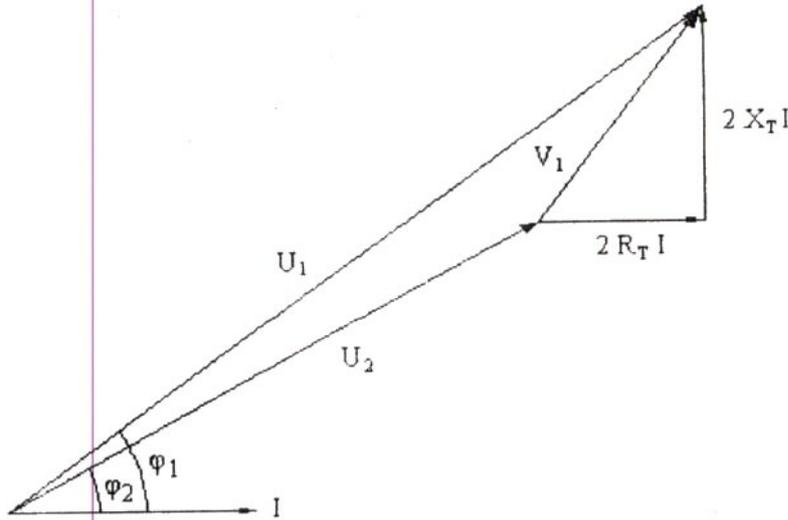
Puesto que en una línea monofásica hay dos conductores, podemos expresar la caída de tensión V_1 mediante la relación:

$$\bar{V}_1 = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

ando Z el valor de la impedancia:

$$\bar{Z} = 2 R_T + j 2 X_T$$

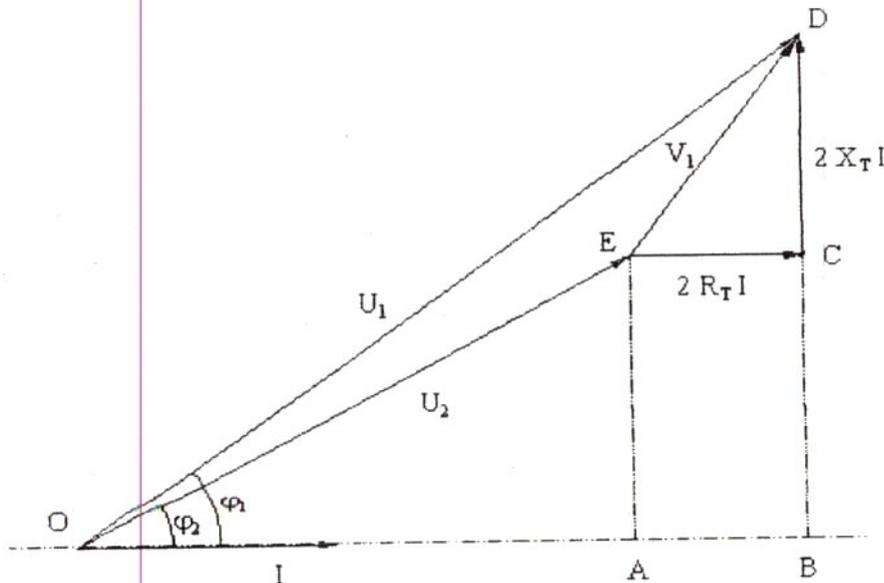
Si consideramos un consumo de tipo inductivo, circunstancia que sucede en la casi totalidad de los casos prácticos (el vector de intensidad se hallará retrasado respecto al de tensión), la representación gráfica, teniendo en cuenta los vectores que intervienen en la resolución del problema, la podremos dibujar de la siguiente manera:



Esta figura no está dibujada a escala, pues en la práctica V_1 será muy pequeña en comparación con U_1 y U_2 , por lo que φ_1 y φ_2 serán casi iguales.

A la vista de esta composición vectorial, vamos a desarrollar la solución analítica de la caída de tensión en dos supuestos casos. En el primero tendremos como datos U_2 y φ_2 , debiendo calcular las incógnitas U_1 y φ_1 . En el segundo caso los datos serán U_1 y φ_1 y las incógnitas U_2 y φ_2 .

Situando la intensidad como origen de fases resulta:



CASO 1°. Datos U_2 y φ_2

$$U_1 = \sqrt{(OA + AB)^2 + (BC + CD)^2}$$

Dado que :

$$OA = U_2 \cos \varphi_2 \quad ; \quad BC = U_2 \operatorname{sen} \varphi_2$$

$$AB = 2 R_T I \quad ; \quad CD = 2 X_T I$$

se obtiene:

$$U_1 = \left[(U_2 \cos \varphi_2 + 2 R_T I)^2 + (U_2 \operatorname{sen} \varphi_2 + 2 X_T I)^2 \right]^{1/2}$$

El valor de $\operatorname{tag} \varphi_1$ es:

$$\operatorname{tag} \varphi_1 = \frac{(BC + CD)}{(OA + AB)} = \frac{U_2 \operatorname{sen} \varphi_2 + 2 X_T I}{U_2 \cos \varphi_2 + 2 R_T I}$$

y finalmente el $\cos \varphi_1$ es:

$$\cos \varphi_1 = \frac{(OA + AB)}{OD} = \frac{U_2 \cos \varphi_2 + 2 R_T I}{U_1}$$

CASO 2°. Datos U_1 y φ_1

$$U_2 = \sqrt{(OB - AB)^2 + (BD - CD)^2}$$

Dado que:

$$OB = U_1 \cos \varphi_1 \quad ; \quad AB = 2 R_T I$$

$$BD = U_1 \operatorname{sen} \varphi_1 \quad ; \quad DC = 2 X_T I$$

se obtiene que:

$$U_2 = \left[(U_1 \cos \varphi_1 - 2 R_T I)^2 + (U_1 \operatorname{sen} \varphi_1 - 2 X_T I)^2 \right]^{1/2}$$

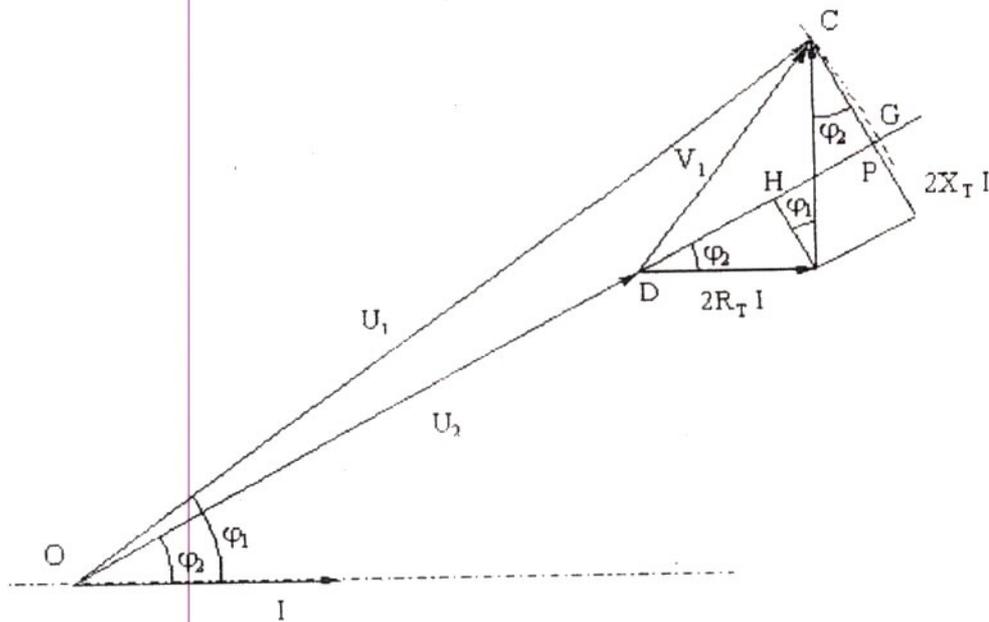
El valor de $\operatorname{tag} \varphi_2$ es:

$$\operatorname{tag} \varphi_2 = \frac{(BD - DC)}{(OB - AB)} = \frac{U_1 \operatorname{sen} \varphi_1 - 2 X_T I}{U_1 \cos \varphi_1 - 2 R_T I}$$

y finalmente el $\cos \varphi_2$ es:

$$\cos \varphi_2 = \frac{(OE - AB)}{OE} = \frac{U_1 \cos \varphi_1 - 2 R_T I}{U_2}$$

Como las expresiones anteriores son bastante complicadas, podemos obtener fórmulas más sencillas sin perder exactitud en el caso de líneas normales de mediana longitud:



Trazando un arco de circunferencia con centro en O y radio OC, vemos en la figura que $OC = OG$. La aproximación consistirá en tomar iguales las distancias OG y OP, por lo que en esta demostración damos por cierto que $OP = OG$. Esto se puede hacer si tenemos en cuenta que en la práctica las caídas de tensión son muy pequeñas, generalmente del 2, 6, 8, ó 10 %

Por lo tanto:

$$OG = OP = OD + DP = OD + DH + HP$$

Dado que:

$$OG = U_1 \quad ; \quad DH = 2 R_T I \cos \varphi_2$$

$$OD = U_2 \quad ; \quad HP = 2 X_T I \operatorname{sen} \varphi_2$$

Resulta sustituyendo :

$$U_1 = U_2 + 2 R_T I \cos \varphi_2 + 2 X_T I \operatorname{sen} \varphi_2$$

La caída de tensión tendrá la expresión:

$$V = U_1 - U_2 = 2 R_T I \cos \varphi_2 + 2 X_T I \operatorname{sen} \varphi_2$$

que también se puede expresar en función de la corriente activa I_A y la reactiva I_R :

$$V = U_1 - U_2 = 2 R_T I_A + 2 X_T I_R$$

Esta manera de obtener la caída de tensión en una línea, de forma aproximada, tiene una extraordinaria importancia a la hora de examinar ciertos fenómenos. Así por ejemplo, pensemos en lo que la fórmula nos dice cuando la intensidad reactiva I_R es negativa (capacitiva)... la caída de tensión puede llegar a ser nula e incluso negativa.

Volvemos a insistir sobre la diferencia que existe entre V y V_1 :

* V_1 es la suma vectorial de $2 R_T I$ y $2 X_T I$.

mientras que:

* V es la diferencia de los módulos de los vectores U_1 y U_2 , es decir, la diferencia que obtendríamos de las lecturas de sendos voltímetros colocados al principio y al final de línea.

Es práctica normal que a la hora de trabajar, algunas veces confundamos una u otra expresión,

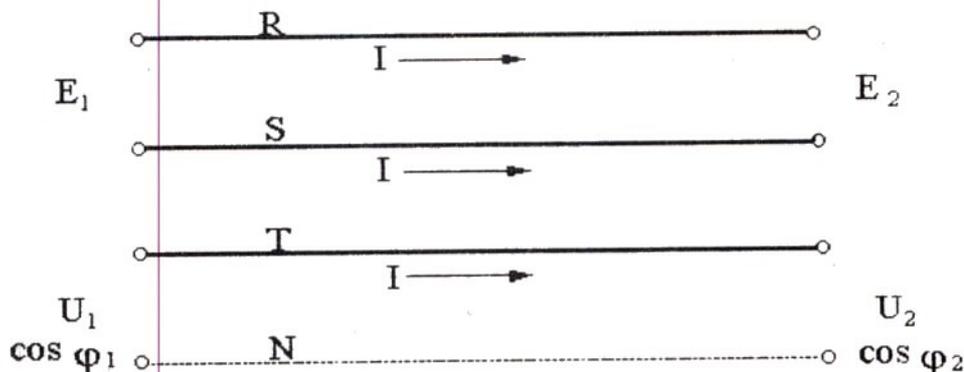
$$V_1 = 2 I Z = 2 I \sqrt{R_T^2 + X_T^2} \approx V = 2 R_T I \cos \varphi_2 + 2 X_T I \sin \varphi_2$$

son iguales; no obstante, cuando el ángulo de U_1 con respecto a U_2 es muy pequeño, lo que sucede en la mayor parte de los casos prácticos, podremos usarlos indistintamente.

4.3.2. Caída de tensión en una línea trifásica de capacidad despreciable

Se trata de calcular la caída de tensión que se produce en una línea trifásica equilibrada y simétrica, con capacidad despreciable.

Como suponemos que la línea es equilibrada, la tensión, la intensidad y el factor de potencia tendrán el mismo módulo para cada fase.



Por lo tanto, al principio de la línea tendremos una tensión compuesta E_1 , la correspondiente tensión simple U_1 y un factor de potencia $\cos \varphi_1$, verificándose que:

$$E_1 = \sqrt{3} U_1$$

Al final de la línea existirá una tensión compuesta E_2 , la correspondiente tensión simple U_2 y un factor de potencia $\cos \varphi_2$, cumpliéndose que:

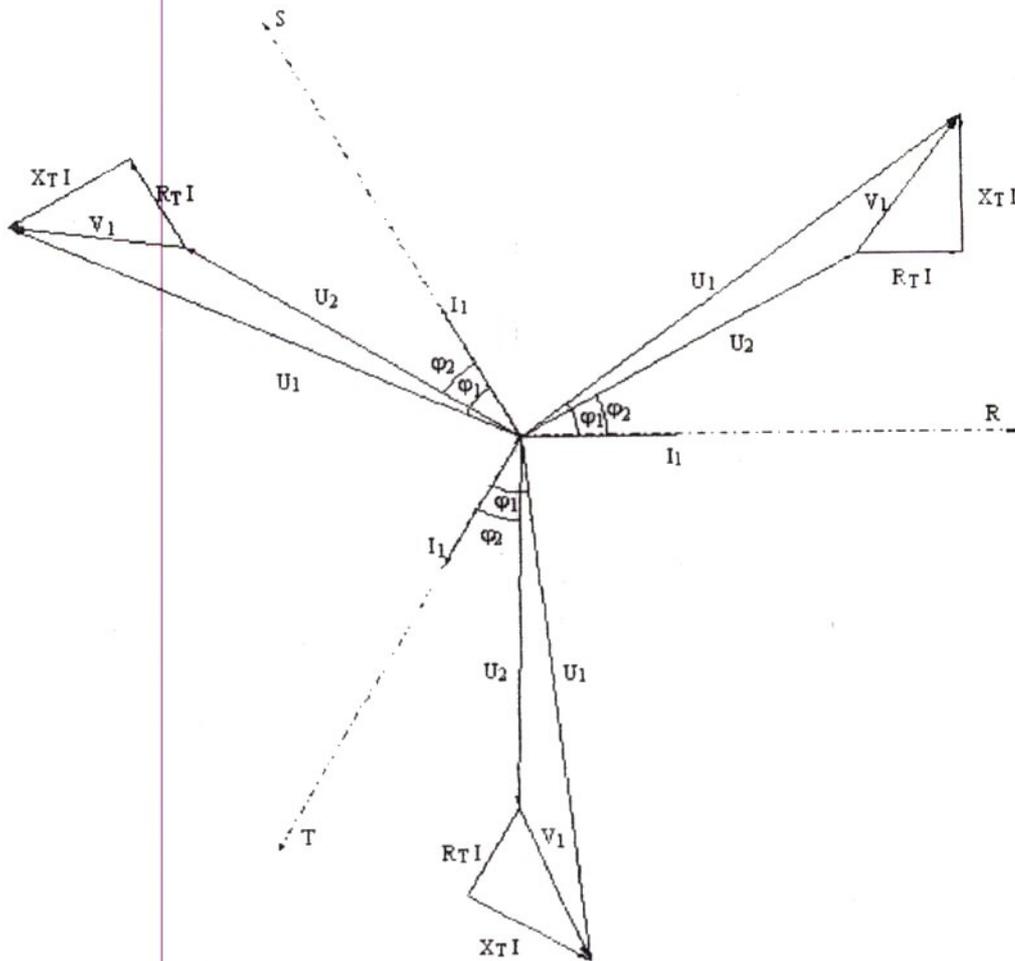
$$E_2 = \sqrt{3} U_2$$

Además por ser simétrica, el coeficiente de autoinducción aparente y la resistencia por unidad de longitud también serán iguales en las tres fases.

Con lo cual se obtiene que la caída de tensión \bar{V}_1 es la misma para cualquiera de las tres fases, verificándose que:

$$\bar{V}_1 = \bar{U}_1 - \bar{U}_2$$

Si consideramos un consumo inductivo, la representación gráfica es:



Para hallar la caída de tensión \bar{V}_1 consideramos la resistencia y la autoinducción kilométricas, obteniéndose una resistencia total R_T y una reactancia total X_T , de forma que:

$$R_T = R_K L$$

$$X_T = \omega \mathcal{L}_T = \omega \mathcal{L}_{AK} L$$

Podemos expresar la caída de tensión mediante la siguiente relación:

$$\bar{V}_1 = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

iendo Z el valor de la impedancia: $Z = R_T + j X_T$

Desarrollamos la solución analítica de la caída de tensión en dos casos distintos. En el primero tendremos como datos E_2 y φ_2 , y es preciso hallar E_1 y φ_1 . En el segundo caso, los datos son E_1 y φ_1 , y las incógnitas serán E_2 y φ_2 .

CASO 1º. Datos E_2 y φ_2 :

$$\begin{aligned} E_1 &= \sqrt{3} U_1 = \sqrt{3} \left[(U_2 \cos \varphi_2 + R_T I)^2 + (U_2 \sin \varphi_2 + X_T I)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[(\sqrt{3} U_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{3} R_T I)^2 + (\sqrt{3} U_2 \sin \varphi_2 + \sqrt{3} X_T I)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Por lo tanto resulta:

$$E_1 = \left[(E_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{3} R_T I)^2 + (E_2 \sin \varphi_2 + \sqrt{3} X_T I)^2 \right]^{1/2}$$

El valor de $\cos \varphi_1$ es:

$$\cos \varphi_1 = \frac{E_2 \cos \varphi_2 + \sqrt{3} R_T I}{E_1}$$

CASO 2º. Datos E_1 y φ_1 :

$$\begin{aligned} E_2 &= \sqrt{3} U_2 = \sqrt{3} \left[(U_1 \cos \varphi_1 - R_T I)^2 + (U_1 \sin \varphi_1 - X_T I)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[(\sqrt{3} U_1 \cos \varphi_1 - \sqrt{3} R_T I)^2 + (\sqrt{3} U_1 \sin \varphi_1 - \sqrt{3} X_T I)^2 \right]^{1/2} \end{aligned}$$

Por lo tanto resulta que:

$$E_2 = \left[(E_1 \cos \varphi_1 - \sqrt{3} R_T I)^2 + (E_1 \sin \varphi_1 - \sqrt{3} X_T I)^2 \right]^{1/2}$$

El valor de $\cos \varphi_2$ es:

$$\cos \varphi_2 = \frac{E_1 \cos \varphi_1 - \sqrt{3} R_T I}{E_2}$$

También podemos aplicar a la caída de tensión la expresión simplificada que se obtiene de forma análoga a lo deducido para las líneas monofásicas del apartado anterior. Por lo tanto:

$$V = U_1 - U_2 = R_T I \cos \varphi_2 + X_T I \sin \varphi_2$$

La caída de tensión compuesta V_C se obtendrá de operar con E_1 y E_2 :

$$V_c = E_1 - E_2 = \sqrt{3} U_1 - \sqrt{3} U_2 = \sqrt{3} (U_1 - U_2) = \sqrt{3} V$$

quedando finalmente :

$$V_c = \sqrt{3} (R_T I \cos \varphi_2 + X_T I \sin \varphi_2)$$

Despreciando la capacidad y las pérdidas por falta de aislamiento, esta última fórmula es suficientemente exacta para calcular la caída de tensión en líneas aéreas de no muy larga longitud. Como veremos, para longitudes superiores a 20 ó 30 km., la capacidad empieza a tener su importancia, pues su efecto se hace notar claramente en los resultados finales, en especial en líneas a tensiones muy elevadas.

Nada podemos decir sobre las líneas a base de cables aislados para instalaciones subterráneas o submarinas, ya que en estos casos habrá que valorar la capacidad en cada caso, sin duda mucho mayor que en las líneas aéreas. No obstante, si nos atrevemos a decir que este tipo de cables no presentarán efectos apreciables de capacidad en líneas de longitud inferior a 1 km.

EJEMPLOS

1.- Hallar la caída de tensión por el método exacto y por el aproximado en una línea monofásica de las siguientes características:

$$U_2 = 220 \text{ V} \quad ; \quad L = 300 \text{ m.}$$

$$I = 15 \text{ A} \quad ; \quad R_K = 0,4 \Omega / \text{km.}$$

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \quad ; \quad X_K = 0,2 \Omega / \text{km.}$$

Método exacto

$$\begin{aligned} U_1 &= \left[(U_2 \cos \varphi_2 + 2 R_T I)^2 + (U_2 \sin \varphi_2 + 2 X_T I)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[(220 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,3 \cdot 15)^2 + (220 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 15)^2 \right]^{1/2} = \\ &= 223,961 \text{ V.} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V = U_1 - U_2 = 223,961 - 220 = 3,961 \text{ V.}$$

Método aproximado

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 + 2 R_T I \cos \varphi_2 + 2 X_T I \sin \varphi_2 \\ &= 220 + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,3 \cdot 15 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,2 \cdot 0,3 \cdot 15 \cdot 0,6 = \\ &= 223,960 \text{ V.} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V = U_1 - U_2 = 223,960 - 220 = 3,960 \text{ V.}$$

Observamos que la diferencia entre un método y otro para esta línea de baja tensión y de corta longitud es de 0,001 V., por lo que no merece la pena aplicar el método exacto.

2.- Hallar la caída de tensión por el método exacto y por el aproximado en una línea trifásica de las siguientes características:

$$U_2 = 15.000 \text{ V.} \quad ; \quad L = 2 \text{ km.}$$

$$I = 100 \text{ A.} \quad ; \quad R_K = 0,2 \Omega / \text{km.}$$

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \quad ; \quad X_K = 1 \Omega / \text{km.}$$

Método exacto

$$\begin{aligned} U_1 &= \left[(U_2 \cos \varphi_2 + R_T I)^2 + (U_2 \sin \varphi_2 + X_T I)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[(15000 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,2 \cdot 100)^2 + (15000 \cdot 0,6 + 2 \cdot 1 \cdot 100)^2 \right]^{1/2} = \\ &= 15152,61 \text{ V.} \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V = U_1 - U_2 = 15152,61 - 15000 = 152,61 \text{ V.}$$

$$V_c = \sqrt{3} \cdot 152,61 = 264,3 \text{ V.}$$

Método aproximado

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 + 2 R_T I \cos \varphi_2 + 2 X_T I \sin \varphi_2 = \\ &= 15000 + 0,2 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 0,8 + 1 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 0,6 = 15.152 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$V = U_1 - U_2 = 15152 - 15000 = 152 \text{ V.}$$

$$V_c = \sqrt{3} \cdot 152 = 263,3 \text{ V.}$$

Observamos que la diferencia entre un método y otro para esta línea de alta tensión es de 0,61 V. en tensiones simples y 1 en tensiones compuestas, por lo que no merece la pena aplicar el método exacto. El error cometido resulta ser muy pequeño en tanto por ciento, error que por otra parte no podríamos detectar con un voltímetro de aguja.