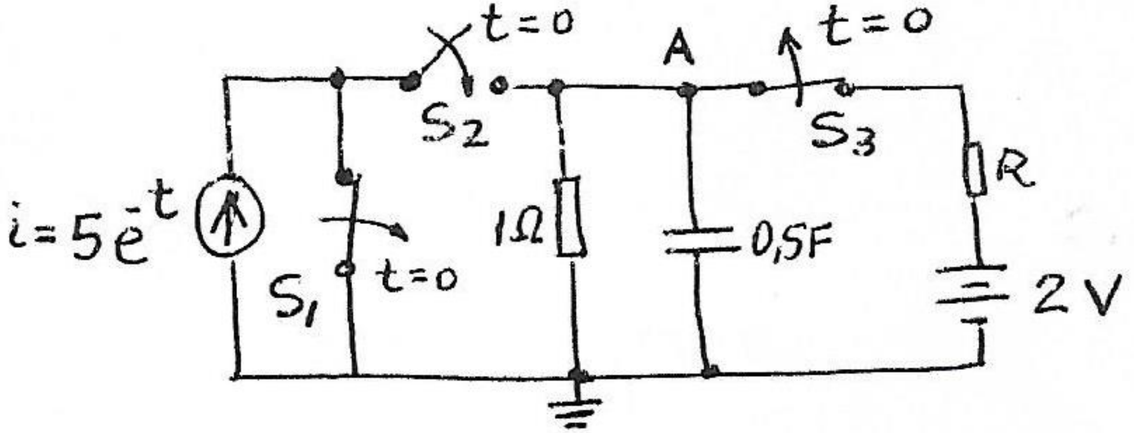
Respuesta completa a una Excitación Exponencial

RESPUESTA COMPLETA A UNA EXCITACION EXPONENCIAL



El circuito de la figura ha estado con las llaves en la posición mostrada durante MUCHO TIEMPO

Es decir que el circuito está en ESTADO ESTABLE. La fuente de corriente $5e^{-t}$ A circula en un circuito cerrado (por S_1) y $C = 0{,}5F$ se ha cargado a $+2V$. Se pide calcular v_C para $t \geq 0$ si para $t = 0$, S_1 y S_3 se abren y simultaneamente S_2 se cierra.

Aplicando Kirchoff en el nodo A, tenemos:

$$5e^{-t} = \frac{v_c}{R} + C\frac{dv_c}{dt}$$ ($V_C \rightarrow$ tensión en el capacitor)

que para los valores dados de R y C, da:

$$5e^{-t} = v_c + 0{,}5\frac{dv_c}{dt} \quad (1)$$

La componente NATURAL v_{cn} la sacamos de la homogenea

$v_c + 0{,}5\frac{dv_c}{dt} = 0$ y es del tipo $v_{cn} = Ae^{st}$

$Ae^{st} + 0{,}5\,s\,Ae^{st} = 0 \therefore Ae^{st}(1+0{,}5s) = 0$

$(1+0{,}5s) = 0 \therefore s = -\frac{1}{0{,}5} = -2 \qquad s = -2$

$$\left[v_{cn}(t) = Ae^{-2t} \right] (2)$$

Como la excitación es exponencial, la RESPUESTA (en este caso la TENSION) será exponencial y del mismo tipo que la función excitadora, es decir $v_{fc} = Be^{-t}$

Entonces la RESPUESTA COMPLETA será del tipo:

$$5e^{-t} = Be^{-t} - 0{,}5\,Be^{-t} = Be^{-t}(1-0{,}5) = \frac{1}{2}Be^{-t}$$

$$5\cancel{e^{-t}} = \frac{1}{2}B\cancel{e^{-t}} \quad \therefore \quad B = 2\times 5 = 10 \quad \left[v_{cf} = 10e^{-t}\right] \text{(3)}$$

Llevando (2) y (3) a (4) obtenemos:

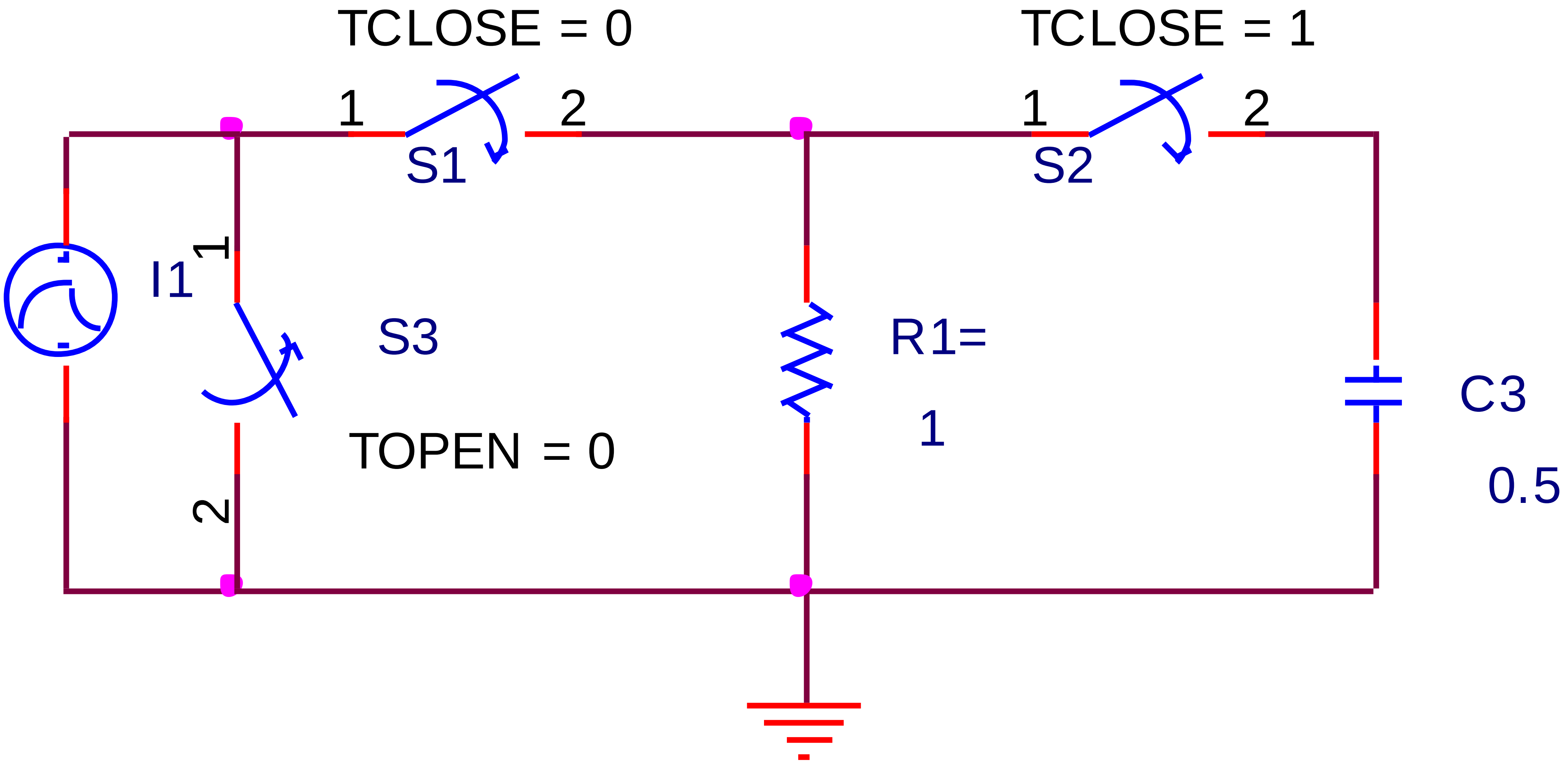
$$v_c(t) = A e^{-2t} + 10 e^{-t}$$

que hay que evaluar para $t=0$, aplicando la condición inicial conocida $v_c(0^-) = v_c(0^+) = +2V$

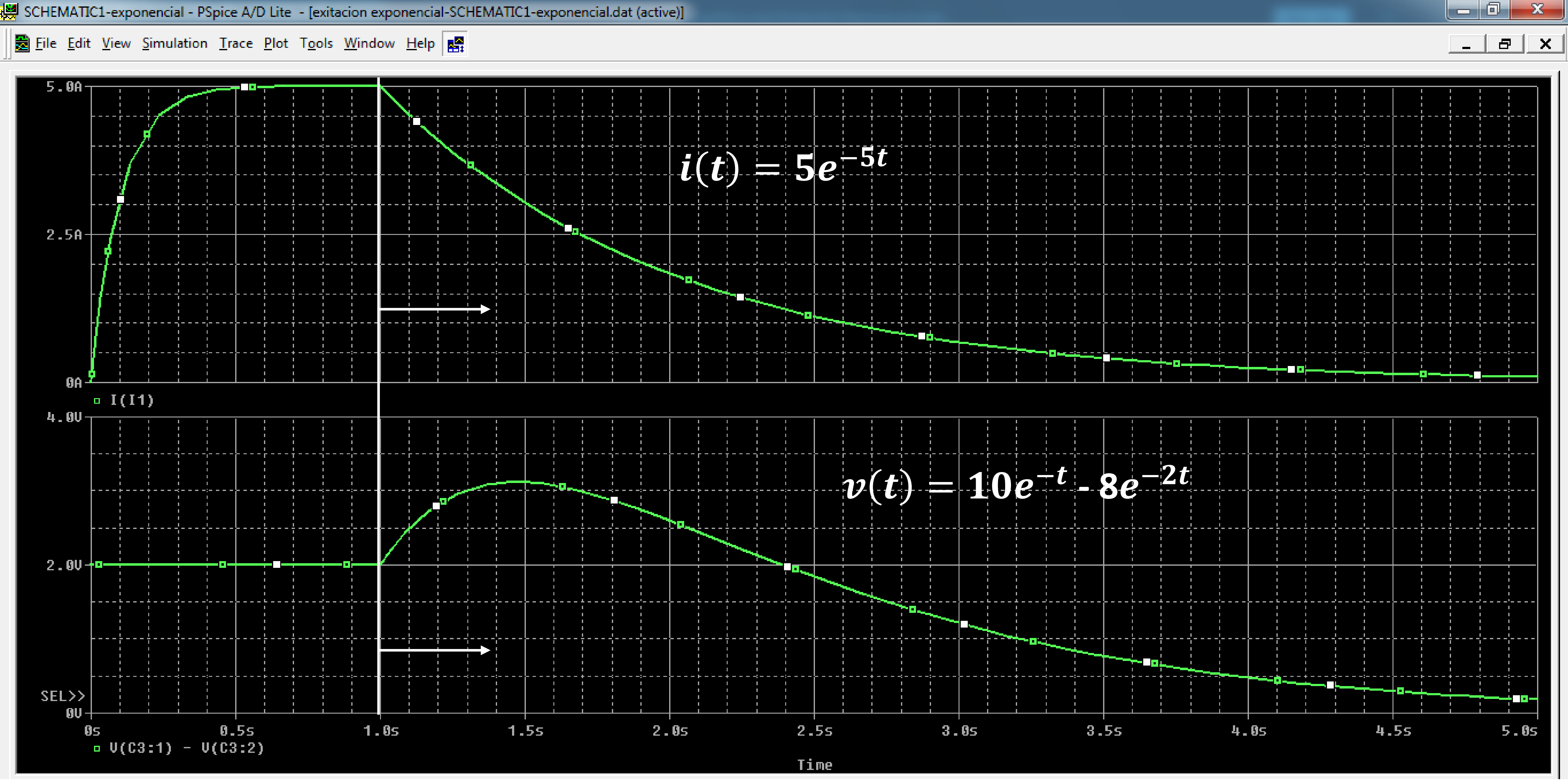
$$v_c(0) = 2V = A + 10 \quad \therefore \quad A = -8V \quad \therefore$$

$$\left[v_c(t) = 10 e^{-t} - 8 e^{-2t} \right] (5) \leftarrow$$ SOLUCION BUSCADA

Circuito propuesto en Pspice , para evaluar la respuesta



Se parte de una fuente exponencial, donde se realizaron los arreglos necesarios para las condiciones del circuito, de esta manera se tomo como punto de partida para t = 1 s . Ver gráfico


SCHEMATIC1-exponencial - PSpice A/D Lite - [exitacion exponencial-SCHEMATIC1-exponencial.dat (active)]
File Edit View Simulation Trace Plot Tools Window Help
5.0A
2.5A
0A
$i(t) = 5e^{-5t}$
I(I1)
4.0V
2.0V
0V
SEL>>
$v(t) = 10e^{-t} - 8e^{-2t}$
0s
0.5s
1.0s
1.5s
2.0s
2.5s
3.0s
3.5s
4.0s
4.5s
5.0s
V(C3:1) - V(C3:2)
Time