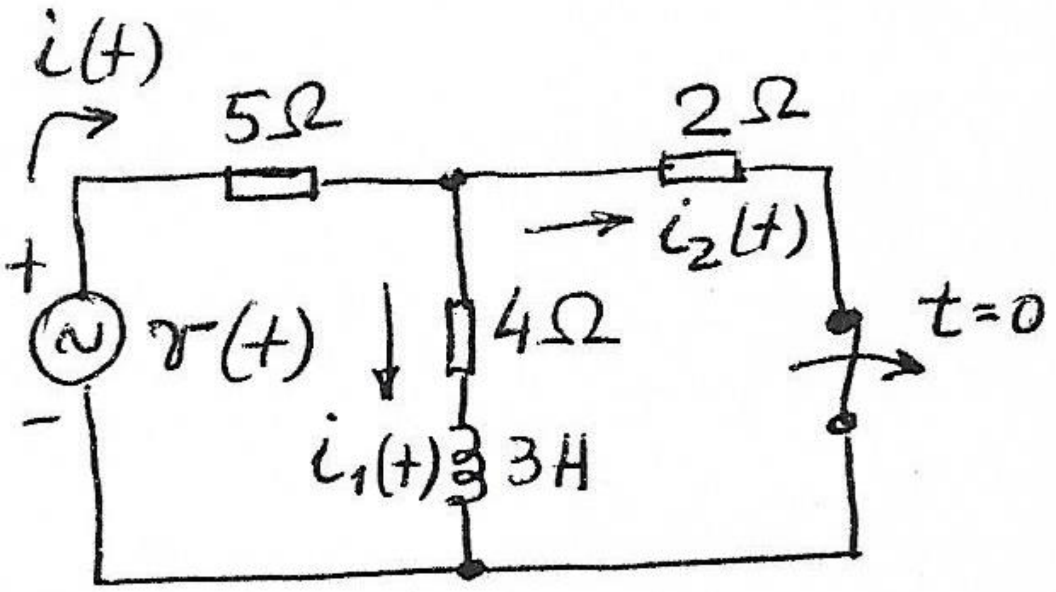
Respuesta completa a una Excitación Sinusoidal

En el circuito de la figura, que está en estado estable, se abre la llave para $t=0$. Se pide determinar la corriente $i_1(t)$ que pasa por e inductor para todo $t \geq 0$ si $v(t) = 100 \cos 3t$



Como el circuito está en estado estable, podemos usar FASORES, para calcular la corriente $i(t)$ que sale de la fuente y luego $i_1(t)$ que pasa por el inductor.

$$I = \frac{(100/\sqrt{2})\angle 0^\circ}{5+(4+j9)//2} = \frac{(100/\sqrt{2})\angle 0^\circ}{5+\frac{(4+j9)2}{6+j9}} = 10.4\angle -2.6^\circ \text{ A}$$

$$I_1 = I\frac{2}{2+(4+j9)} = \frac{10.4\angle -2.6^\circ \times 2}{6+j9} = 1.92\angle -58.9^\circ$$

$$\left[\, i_1(t) = 1.92\sqrt{2}\cos(3t-58.9^\circ) \,\right] \quad (1)$$

Para $t=0^-$, i_1 tendrá un valor $i_1(0^-) = 1.92\sqrt{2}\cos(-58.9^\circ) = 1.4$

$$i_1(0^-) = i_1(0^+) = 1.4 \text{ A} \rightarrow \text{CONDICION INICIAL}$$

Cuando para $t=0$, se abre la llave, la resistencia de $2\,\Omega$ quedo afuera y la corriente $i_1(t) = i(t) = 1.4$ A

La ecuación de Kirchoff del circuito será:

$$v(t) = 100\cos 3t = i_1(5+4) + L\frac{di_1}{dt}$$

$$\left[\ 100\cos 3t = 9i_1 + 3\frac{di_1}{dt}\ \right] \ (2)$$

Para determinar la componente NATURAL de corriente, planteamos la homogénea

$$9i_1 + 3\frac{di_1}{dt} = 0 \qquad \text{con} \qquad i_1 = Ae^{st}$$

$$9Ae^{st} + 3sAe^{st} = 0 \ \therefore \ Ae^{st}(9+3s) = 0$$

$\therefore\ 9+3S=0 \quad y \quad S=-\frac{9}{3}=-3 \qquad \tau=\frac{1}{S}=\frac{1}{3}\text{seg}$

$$\left[\ i_n(t)=A\,e^{-3t}\ \right] \ (3)$$

Para obtener $i_f(t)$ volvemos a usar FASORES

$$\bar{I}=\frac{(100/\sqrt{3})\angle 0^\circ}{9+j9}=5.56\ \angle -45^\circ$$

$$\left[\ i_f(t)=5.56\sqrt{2}\,\cos(3t-45^\circ)\ \right] \ (4)$$

La respuesta COMPLETA, se obtiene sumando (3) y (4)

$$i_1(t) = A e^{-3t} + 5{,}56\sqrt{2}\cos(3t - 45°)$$

Como sabemos que para $t = 0$ $\quad i_1(0) = 1.4\,A$

$$1.4 = A e^{0} + 5{,}56\sqrt{2}\cos(-45°) = A + 5{,}56 \;\therefore\; A = 4{,}16\ \text{Amp}$$

$$\left[\, i_1(t) = \underbrace{7{,}86\cos(3t - 45°)}_{\text{Resp. FORZADA}} - \underbrace{4{,}16\, e^{-3t}}\,\right] \quad (5)$$

Resp. NATURAL que se extingue despues de

$$5\tau = 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5}{3}\ \text{seg.} =$$

$$5\tau \cong 1{,}67\ \text{seg.}$$

$$\omega = 3 = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{3}\ \text{seg} = 2{,}09\ \text{seg.}$$

CONCLUSION: El transitorio dura MENOS que un ciclo de la FORZADA.

In[1]:= $i1[t\_] = 7.86\, Cos\left[3\, t - \frac{Pi}{4}\right] - 4.16\, E^{-3\, t}$; Plot[i1[t], {t, 0, 4}]

coseno representación gráfica

Out[1]=