Unidad VII: Fuentes de campo magnético

> Ley de Biot - Savart. Determinación de un campo magnético. Campo de una carga en movimiento. Conductores eléctricos paralelos. Definición de la unidad de corriente eléctrica (el Ampere). Ley de Ampere. Campos magnético en toroides y solenoides. Ley de Gauss en el magnetismo. Corriente de desplazamiento. Aplicaciones.

La generación de campo magnético es indispensable para la transformación de energía mecánica en eléctrica (generador) y para la transformación de energía eléctrica en mecánica (motores).
El magnetismo lo encontramos en los imanes (naturales y artificiales) y en el movimiento de las cargas eléctrica.

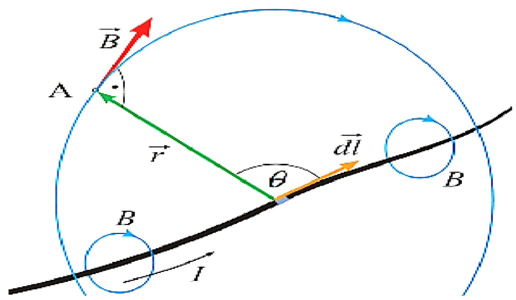
Ley de Biot Savart:

El campo magnético creado en un punto próximo (p) a un conductor por el que circula una corriente I, es proporcional a la intensidad de la misma, a la permeabilidad (μ) del medio e inversamente proporcional a la distancia al cuadrado a dicho conductor.

Ley de Biot-Savart

$$d\,B = \frac{\mu_0\, i}{4\pi}\;\frac{dl\ sen\theta}{r^2}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0\, i}{4\pi}\int\frac{d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$



donde cada dl es un diferencial de longitud del conductor con corriente i aportando un dB y r es el vector distancia entre el punto P, donde se desea determinar el campo magnético, y el diferencial de longitud $d\vec{l}$; θ es el ángulo entre el vector distancia $\vec{r}$ y la dirección de $d\vec{l}$,

La permeabilidad (μ) es equivalente a la permitividad (ϵ) del campo eléctrico pero; se encuentra en el numerador, es decir, a mayor μ mayor campo. Esta variable está tabulada, según el material (medio), y me dirá cuanto aumenta el campo B según donde está el conductor con corriente (la bobina).

Realizando algunos cambios de variables (ver PDF facultad Rosario) se determina que en **un punto próximo de un conductor** muy largo (o punto cercano al mismo respecto al largo) el campo B es:

$B = \mu_0\, I / 2\pi\, a$ siendo

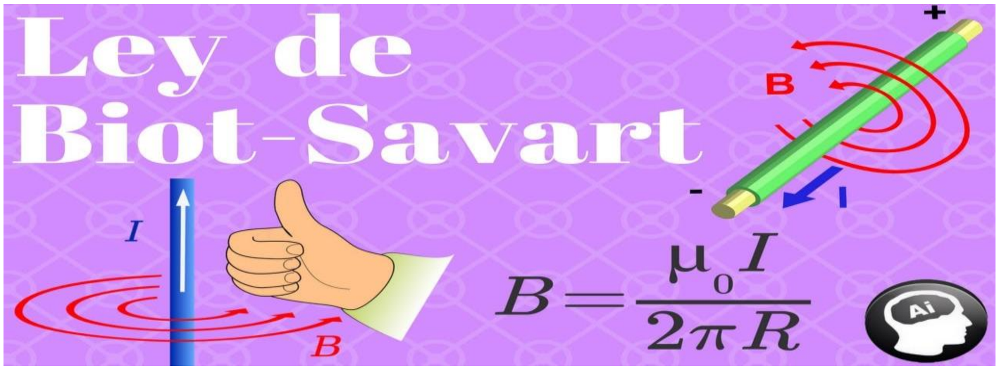
a la distancia perpendicular del conductor al punto considerado.

μ_0 es la permeabilidad del vacío, muy próxima a la del aire **$4\pi\ 10^{-7}$ Tesla metro /Ampere.**

Recordando que la Tesla es N/A m queda también $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ **N /A²**.

(Recordar que el campo E producido por una carga q es $E = q / 4\pi\epsilon_0 r^2$ donde r es la distancia a la carga q)

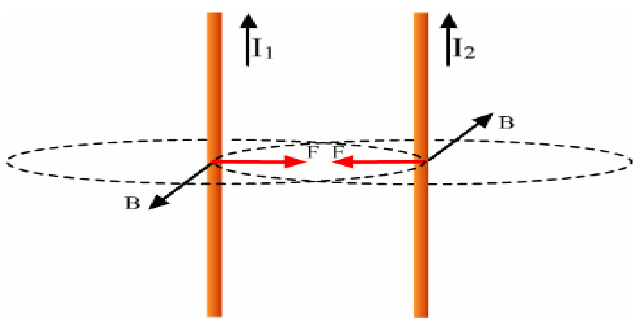
Las líneas de campo B son concéntricas con el conductor y su sentido surge de la **regla del tirabuzón** o:



En el **centro de una espira** de corriente el campo B será:

$B = \mu_0 I / 2r$ siendo r el radio de la espira.

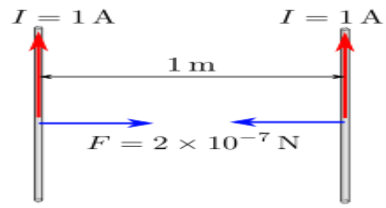
Fuerza entre conductores en paralelo



Si tenemos dos conductores paralelos por lo que circulan corriente existirán fuerzas entre los mismos, ya que el B que genera uno interacciona con la I del otro, o sea; el B_1 generado por I_1 generará una fuerza $F_2 = I_2\, l\, B_1$ (siendo l la longitud del conductor) sobre el conductor 2. De la misma manera el B_2 generado por I_2 generará una $F_1 = I_1\, l\, B_2$ sobre el conductor 1. Reemplazando el B_1 o B_2 generado por alguno de ellos queda, la **fuerza por unidad de longitud de los conductores:**

$F / l = \mu_0 I_1 I_2 / 2\pi a$ siendo **a** la distancia que separa los conductores

Si hacemos a=1 metro nos queda la nueva **definición del Ampere** como: el Ampere es la corriente que circulando por dos conductores paralelos separados 1m de distancia produce una fuerza de $2.\ 10^{-7}$ Newton



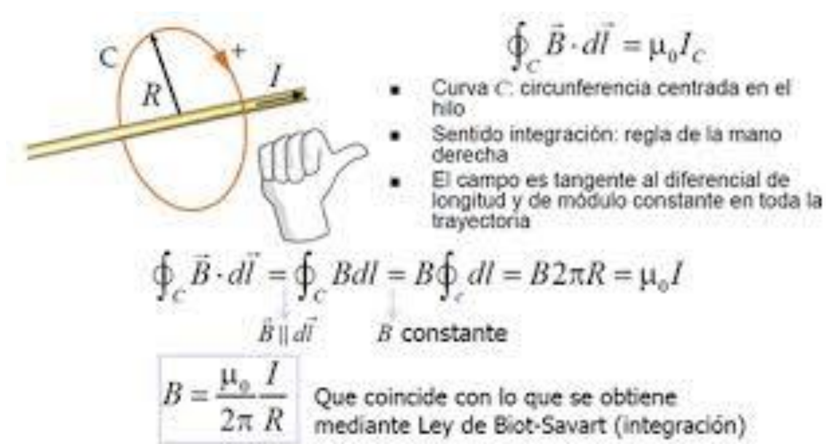
Las fuerzas serán **atractivas** si las corrientes son en **igual sentido** y serán **repulsivas** si son en **sentido contrario.**

Como aplicación de este efecto podemos decir que en las industrias son comunes corrientes de 2 o 3000 Ampere y en un cortocircuito pueden provocar fuerzas que doblen las barras conductoras en un tablero de comando.

Ley de Ampere

Esta ley nos permite calcular campo magnéticos B generados por corrientes de manera más simple que con la ley de Biot-Savart. Podemos asimilar la idea al cálculo de campo eléctrico aplicando la ley de Gauss.

La ley expresa: la integral sobre una línea cerrada C (donde B es constante) es proporcional a la corriente I que encierra dicha línea cerrada.



Las analogías y diferencias con la Ley de Gauss, aplicada en la electrostática para el cálculo del campo eléctrico son:

- Esta es una integral simple sobre una línea cerrada (no integral doble sobre una superficie).
- Sobre la línea C el campo B debe ser constante, igual que sobre la superficie de Gauss para E.
- El ítem anterior es fundamental para poder sacar B de la integral simple (o E de la integral doble de Gauss).
- La longitud de la línea cerrada debe ser de fácil cálculo, al igual que la superficie de Gauss.

Campo magnético en solenoide y toroides

Un solenoide es una bobina formada por un alambre conductor en forma de espiral sobre un armazón cilíndrico, mientras que un toroide es un solenoide cerrado sobre sí mismo. En un toroide las pérdidas de campo magnético son mínimas.

Para determinar el campo generado por un solenoide podemos aplicar dos métodos:

- La ley de Biot Savart (desarrollo que se encuentran en el PDF de la facultad de Rosario)
- La ley de Ampere, cuyo desarrollo es más simple bajo ciertas consideraciones. Este es el método que aplicaremos.

Primeramente debemos considerar que el solenoide es largo respecto a su diámetro y que las espiras están muy próximas entre sí (pegadas), o sea, no se pierde campo entre las espiras. De ésta manera todo el campo se concentra en su interior y es paralelo al eje del mismo.

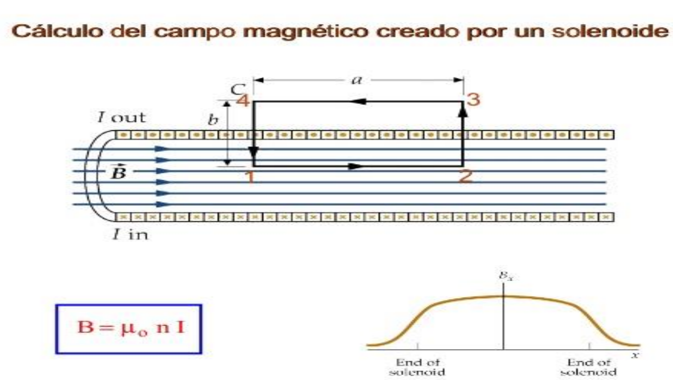
Según Ampere, tomamos una línea cerrada C que involucre N vueltas o espiras y realizamos la integral de línea en cada uno de los tramos (1-2, 2-3,3-4 y 4-1) y luego sumamos las integrales.

La integral sobre el tramo 3-4 es 0 (cero), ya que no existe campo B.

La integral sobre los tramos 2-3 y 4-1 es 0 (cero), ya que B dl son perpendiculares (cos. 90 =0).

La única integral que posee valor es la del tramo1-2, $\int B\,dl = \mu_0 I$ donde B es constante en el interior del solenoide, la integral de dl es la longitud del tramo 1-2, o sea, $B\,l = \mu_0 N I$ donde N es la cantidad de espiras en el tramo 1-2. Entonces será $B = \mu_0 N I \,/\, l$ y llamando a $N/l = n$, número de espira por unidad de longitud, nos queda**:**

$$\mathbf{B = \mu_0 n I}$$

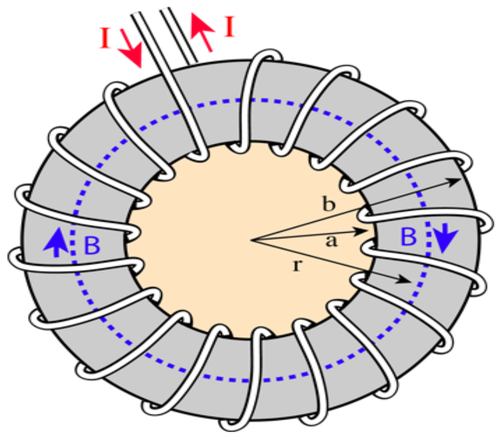


En el diagrama B =f (x) se puede ver como varia B dentro del solenoide, en los extremos el campo disminuye a aproximadamente la mitad. (l =x)

En el caso de determinar el **campo en el interior de un toroide** tomamos la línea cerrada C en el centro del mismo y el campo B nos queda:

$$B = \mu_0 N I / 2\pi r \quad \text{donde}$$

r es el radio del toroide (coincidente con línea cerrada C)



Ley de Gauss (en el magnetismo)

De manera similar a la definición que hicimos con la ley de Gauss en electrostática, (para determinar las cargas existentes en el interior de una superficie cerrada), en el magnetismo, las líneas de campo son cerradas (no existen mono polos magnéticos), por lo que siempre ingresan la misma cantidad de líneas de campo que egresan de una superficie cerrada, por lo que:

$$\iint B\, dA = 0 \quad \text{donde } \iint \text{ es sobre una sup. cerrada.}$$

El término **B dA** se llama **flujo magnético** cuya unidad es el Webber (en el MKS) o el Maxwell (en el CGS). **1Webbber = 10^8 Maxwell.**

Corriente de desplazamiento

Este tema es un concepto teórico fundamental para entender la corriente dentro de un capacitor (en vacío o con un dieléctrico) así como la propagación de las ondas electromagnéticas en el vacío.

La **corriente de desplazamiento** (I_d) está relacionada con un campo eléctrico que cambia o varía en el tiempo. Esto puede ocurrir en el vacío o en un dieléctrico, donde existe el campo eléctrico (sin existir cargas eléctricas).

El término **desplazamiento**, en éste caso, **no involucra ningún movimiento** ya que la I_d puede ocurrir en el vacío (o en un aislante).

Cuando analizamos el circuito RC decíamos que el capacitor se comienza a cargar, lo que asumimos que dentro del mismo (entre sus placas) existe una corriente de electrones (imposible porque el dieléctrico o el vacío son aislantes). Sin embargo entre las placas se manifiesta un campo magnético concéntrico con el dieléctrico (igual que alrededor de un conductor).

Maxwell aplicó la ley de Ampere ($\int B\, dl = \mu_0 I$) sobre las líneas del campo B (entre las placas del capacitor) y definió la **I de desplazamiento** con otro miembro, en el segundo término de la ecuación, que **depende de la variación del campo eléctrico**, que ocurre al ir acumulándose cargas en las placas. O sea:

$$\mathbf{I_d = \epsilon_0\, d\emptyset / dt} \quad \text{donde:}$$

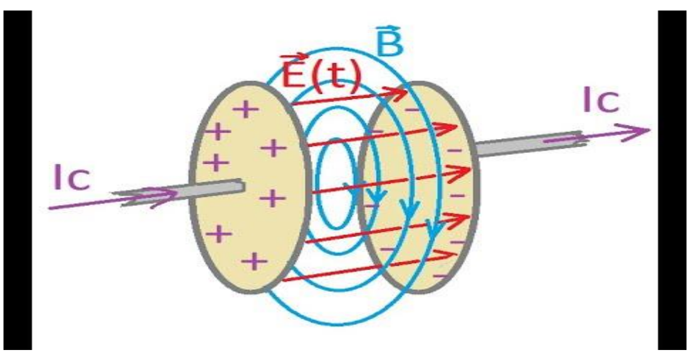
- I_d :: corriente de desplazamiento.
- $d\emptyset$: diferencial del flujo eléctrico.
- $\boldsymbol{\epsilon_0}$: permitividad del vacío (si existe dieléctrico se debe multiplicar por la $\boldsymbol{\epsilon_r}$).

Este nuevo término, introducido por Maxwell, define una de las cuatro ecuaciones fundamentales de las ondas electromagnéticas. La **ecuación de Ampere- Maxwell,** que sería:

$$\boldsymbol{\int B\, dl = \mu_0 I + \mu_0\, \epsilon_0\; d\emptyset/dt = \mu_0\, (I + I_d)} \quad \text{donde:}$$

I es la corriente de conducción (electrones circulando).

(Recordar: el flujo eléctrico $\emptyset = E\ Area$ y, según la ley de Gauss de la electrostática $\iint \bar{E}\ d\bar{A} = q_{enc}/\boldsymbol{\epsilon}_0$ lo que implicaría que $d\emptyset/dt = dq / \epsilon_0\, dt$).



En la imagen vemos como la I_C (corriente de conducción) llega a la placa positiva y es la misma que sale de la placa negativa. Entre las placas se manifiesta un campo B con el cual Maxwell definió la I_d originada por la variación del campo E. Una vez que el capacitor se carga totalmente cesa la variación de E, se anula I_d y I_c.