SISTEMAS POLIFÁSICOS

(Sistemas Bifásicos - Sistemas Trifásicos - Sistemas Exafásicos.)

Turbinas y Generadores:
(Hidroeléctrica Binacional Yaciretá – Argentina_Paraguay)

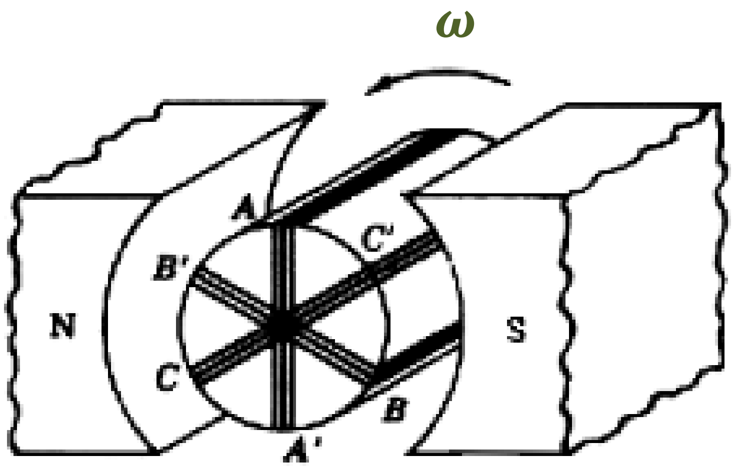
Cada Unidad Generadora de la Central (de un total de veinte), consta de una **turbina Kaplan de eje vertical** acoplada directamente a un generador. La línea media del distribuidor está ubicada a cota 52,00.
Con un salto nominal de 21,30 metros, las turbinas -de un diámetro de rodete de 9,50 metros- a la velocidad de rotación de 71,4 r.p.m., poseen una potencia nominal de 155 MW. Pueden trabajar con un rango de caudales comprendido entre 376 y 830 m3/s.
Los generadores tienen una potencia nominal continua de 172,5 MVA, con factor de potencia de 0,9. Consta de 42 pares de polos y generan en 13,2 kV y 50 Hz. La excitación de los generadores es del tipo estático. Esta tensión es elevada través de transformadores, a 500.000 voltios, que luego aportan al Sistema Argentino de Interconexión (SADI) por medio de tres líneas de 500.000 voltios y al paraguayo una de similares características.

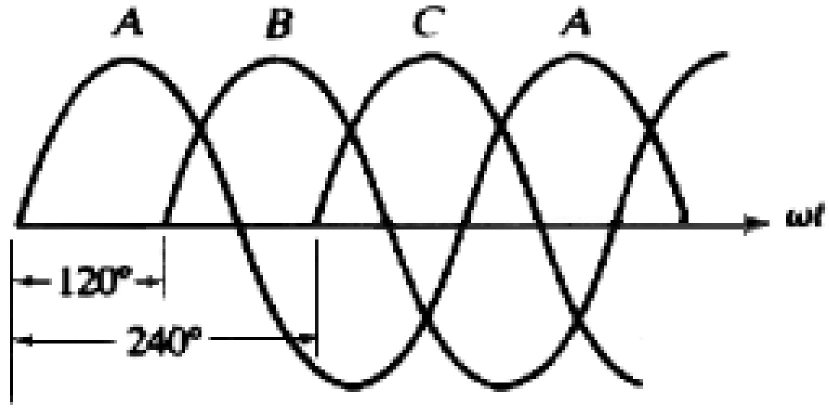
Ventajas de la generación trifásica

Podemos mencionar algunas razones:

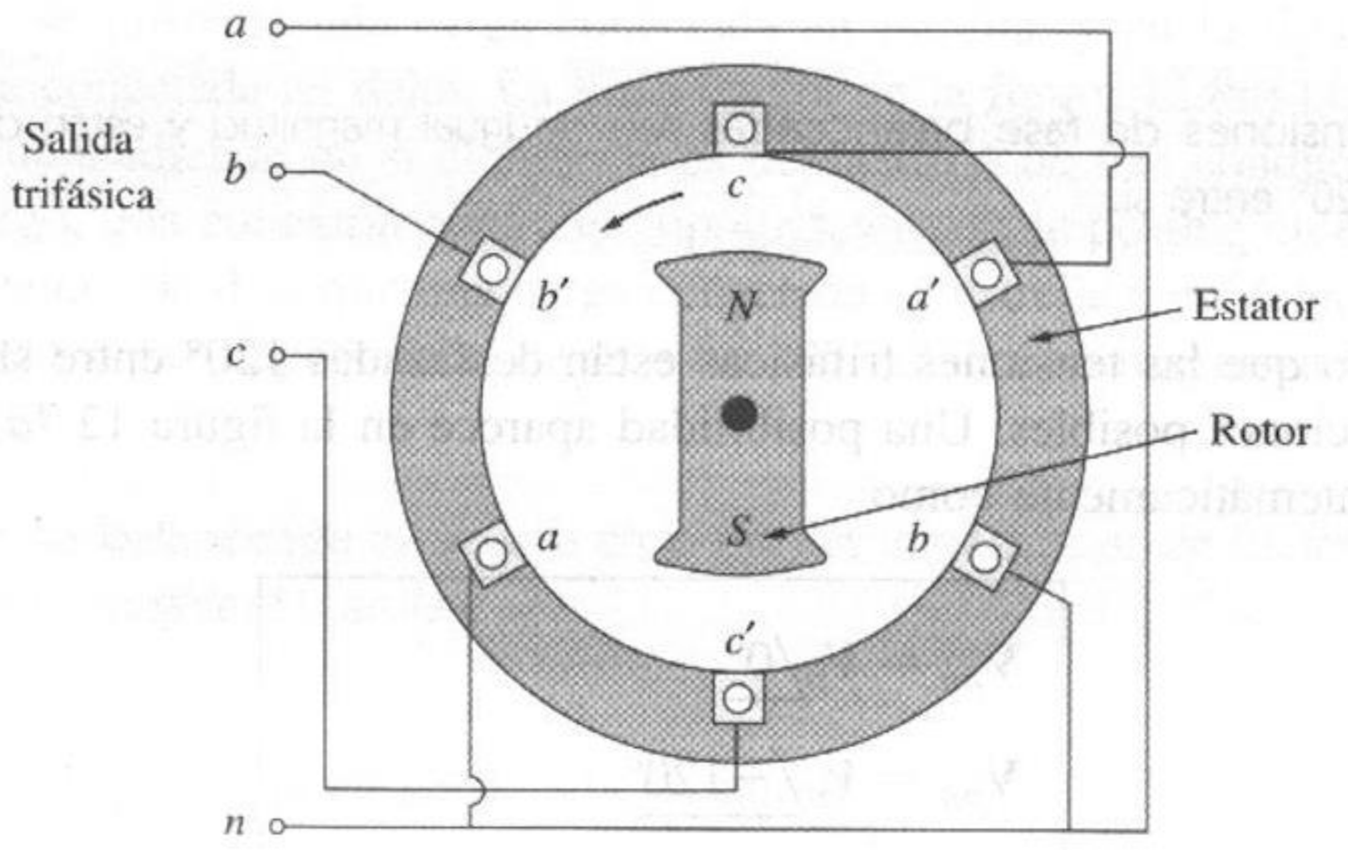
1. **Prácticamente toda la potencia se genera y se distribuye en forma trifásica, a una frecuencia de utilización, 60 Hz. o 50Hz. (Cuando se requieren conexión monofásica o bifásica se toman del sistema trifásico en vez de generarlas en forma independiente)**
2. **La potencia instantánea en un sistema trifásico puede ser constante (no depende del tiempo), haciendo que la transmisión de potencia sea más uniforme y mejora el funcionamiento de las máquinas evitando vibraciones.**
3. **El sistema trifásico es más económico que el monofásico. La cantidad de alambre conductor que se utiliza en un sistema trifásico es menor que la requerida para un sistema monofásico de la misma potencia.**

Sistemas Trifásicos (Generadores)

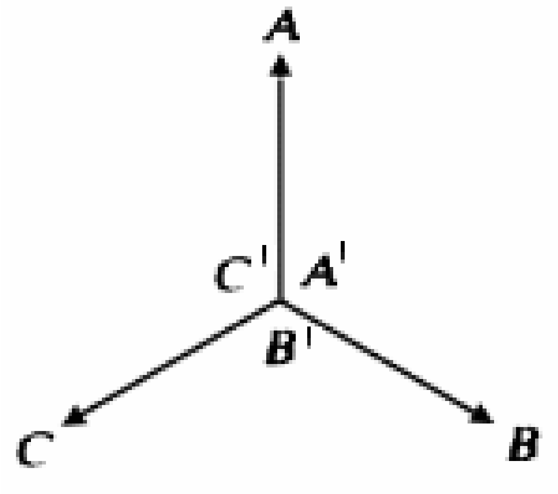


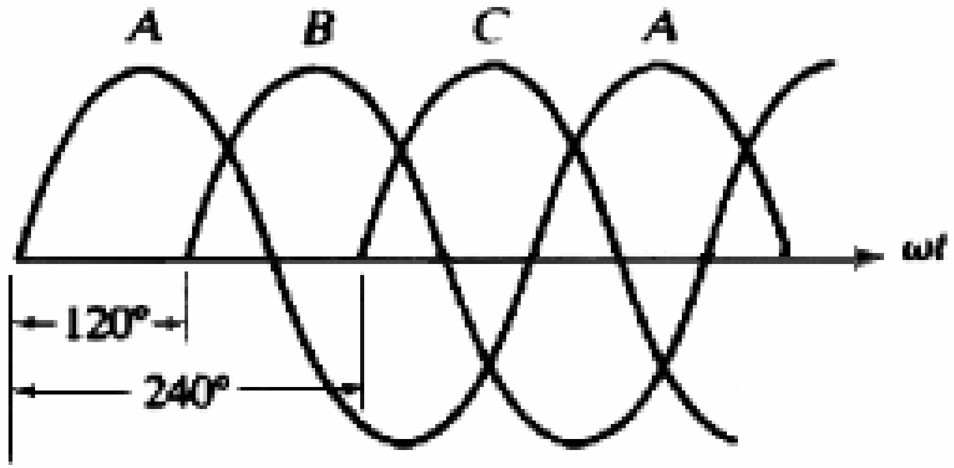


Sistemas Trifásicos.



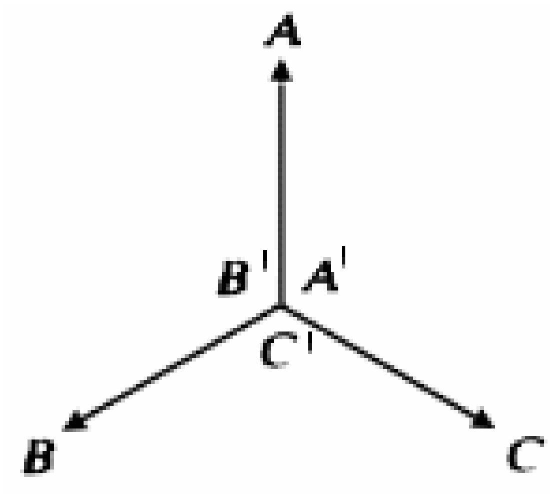
Secuencias de Fase ABC o (+)

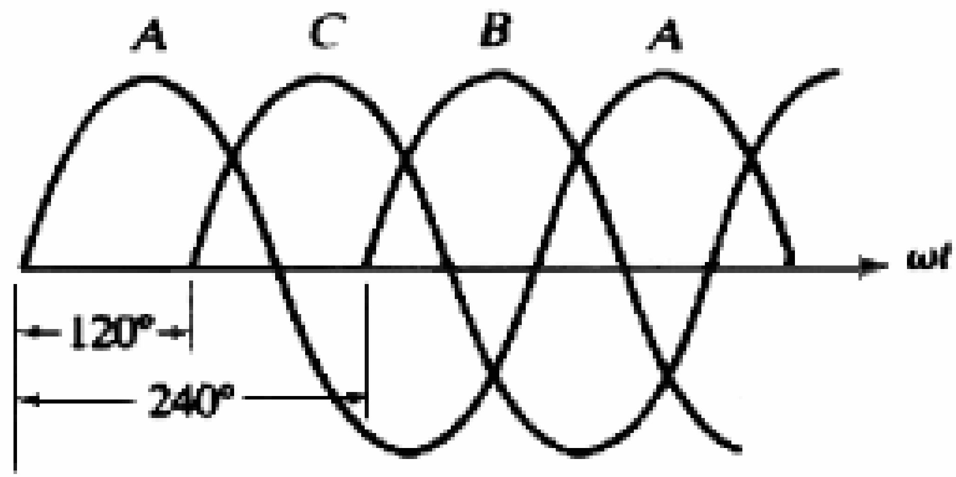




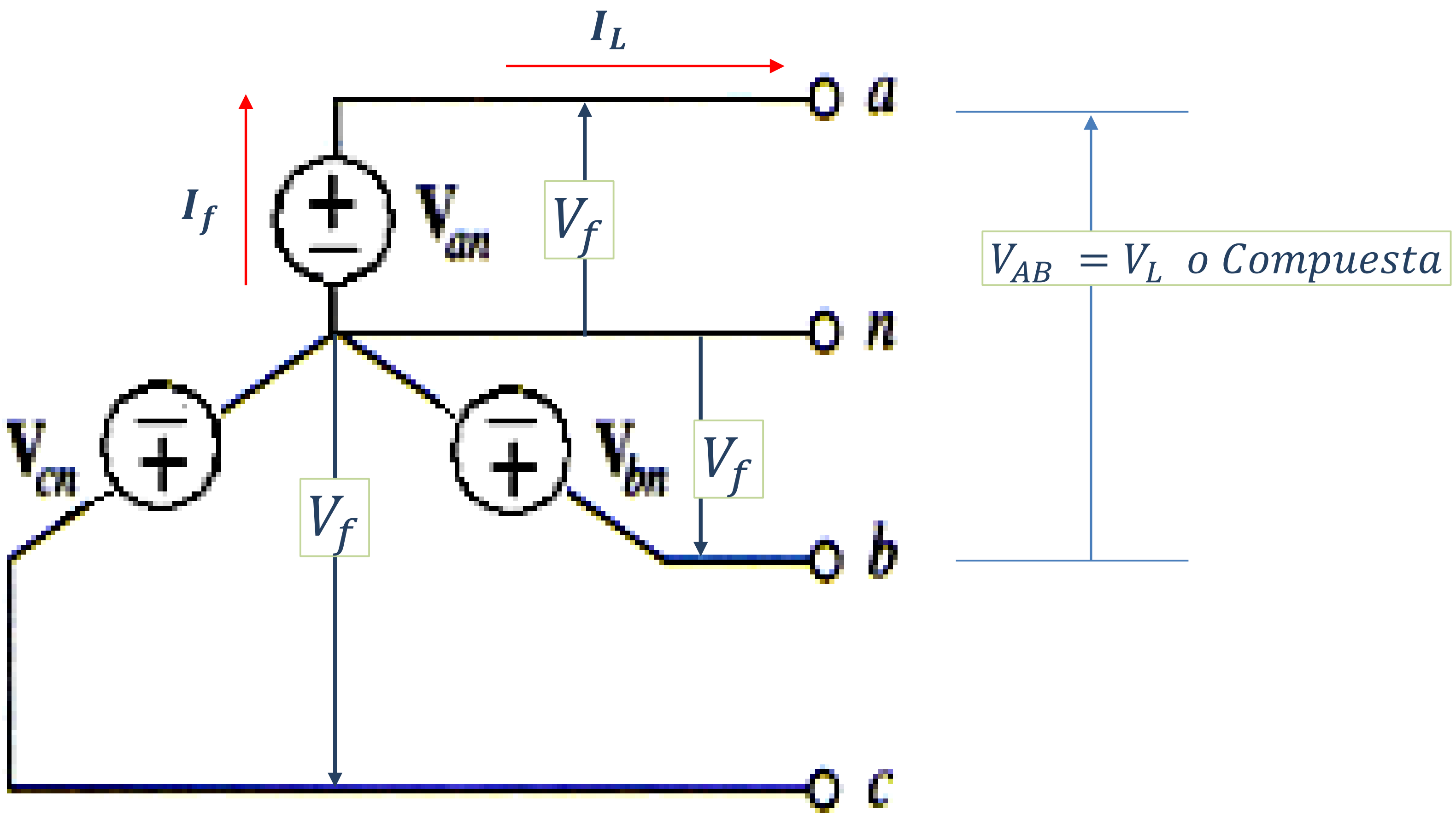
Tres tensiones equilibradas, desfasadas 120° grados eléctricos.

Secuencias de Fase ACB o (-)

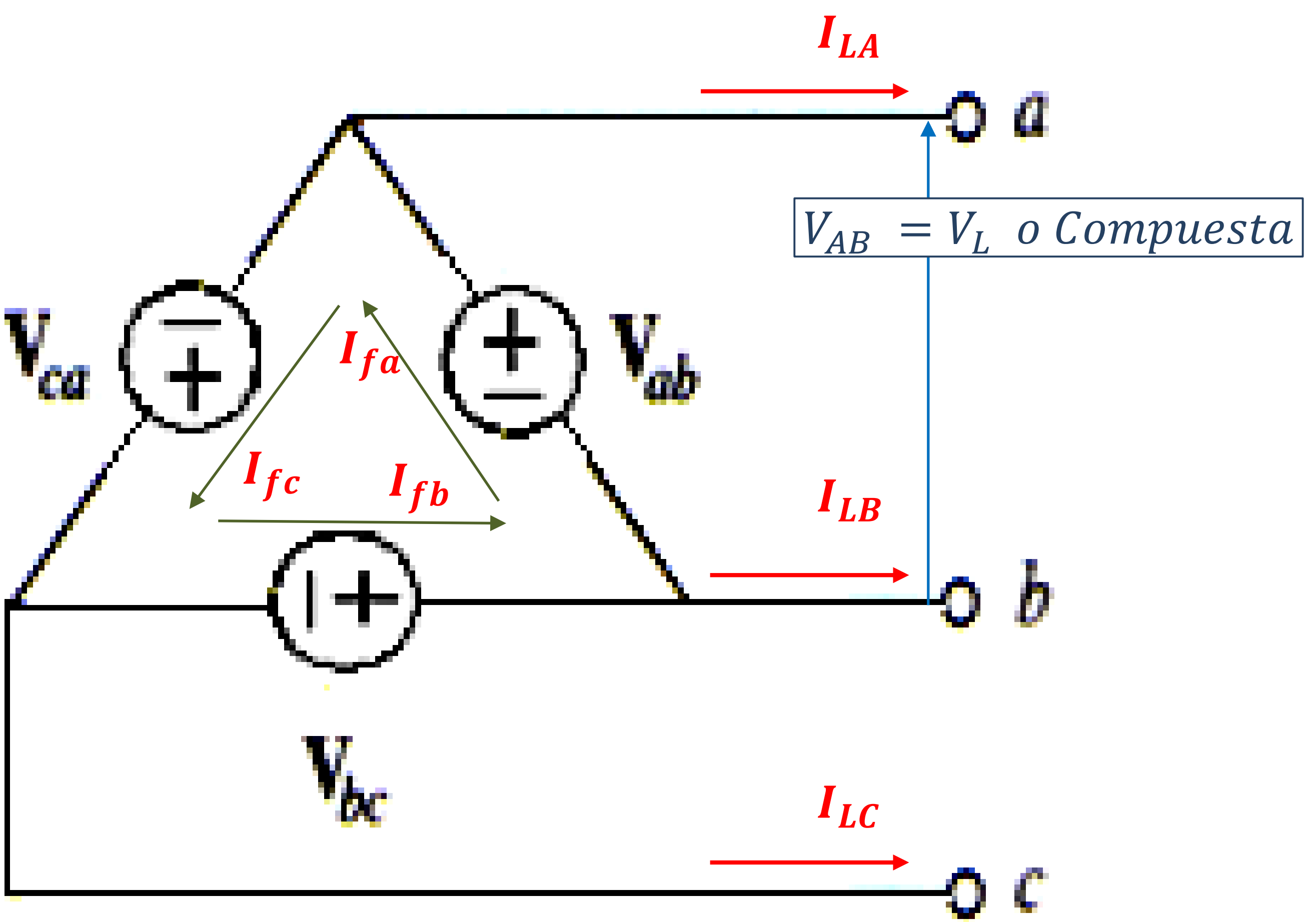




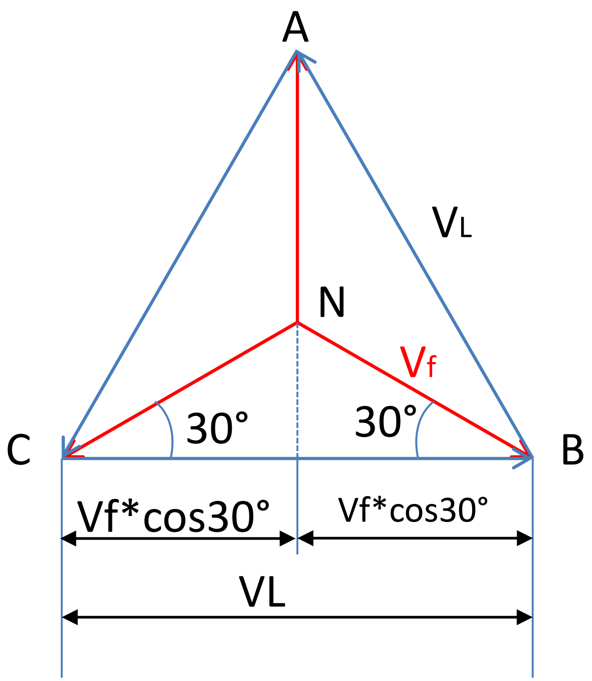
Generador, Conexión en Estrella (Y)



Generador, Conexión en Triángulo (Δ)

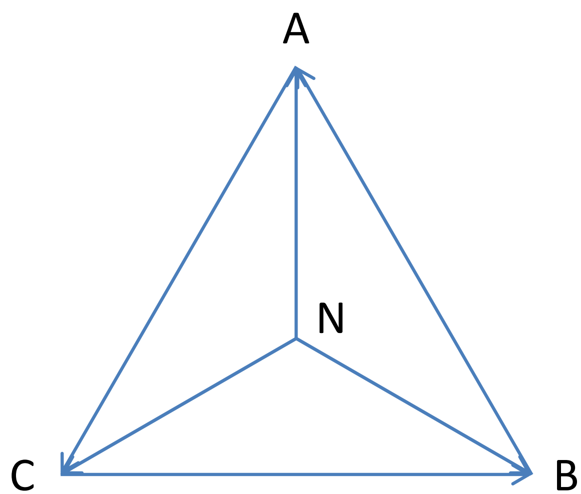


Relación entre Tensiones de Fases y de Líneas



$$VL = 2*Vf*\cos 30° = 2*\frac{\sqrt{3}}{2}V_f \gg V_l = \sqrt{3}V_f$$

Tensiones en el sistemas Trifásicos



Secuencia ABC
(+)

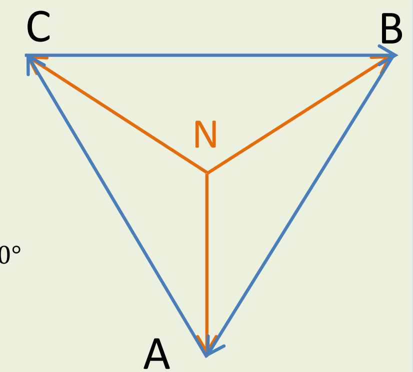
$$V_{AB} = V_L \angle \underline{\quad\quad}$$
$$V_{BC} = V_L \angle \underline{\quad\quad}$$
$$V_{CA} = V_L \angle \underline{\quad\quad}$$
$$V_{AN} = V_f \angle \underline{\quad\quad}$$
$$V_{BN} = V_f \angle \underline{\quad\quad}$$
$$V_{CN} = V_f \angle \underline{\quad\quad}$$

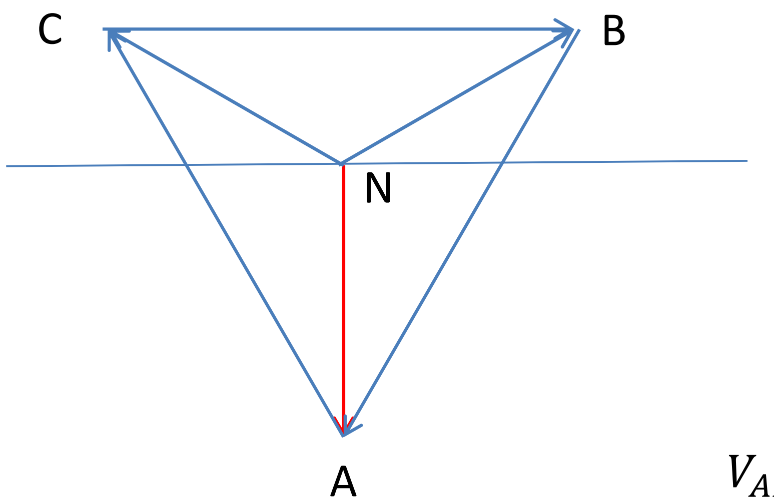
Tensiones en el sistemas Trifásicos

secuencia
A C B

$V_{AB} = V_L \angle 240°$
$V_{BC} = V_L \angle 0°$
$V_{CA} = V_L \angle 120°$

$V_{AN} = V_f \angle -90°$
$V_{BN} = V_f \angle 30°$
$V_{CN} = V_f \angle 150°$





Secuencia ACB
(-)

$V_{AB} = V_L$ /____

$V_{BC} = V_L$ /____

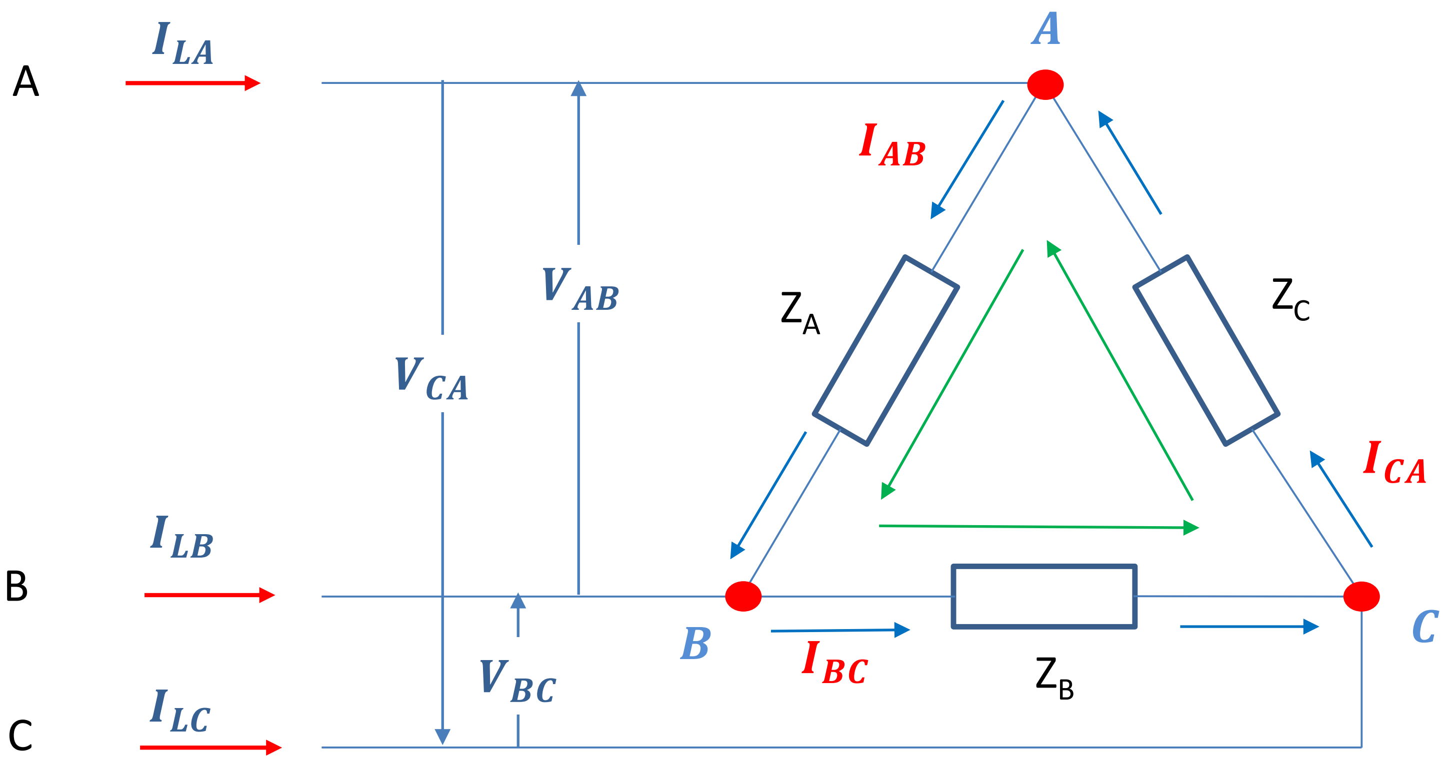
$V_{CA} = V_L$ /____

$V_{AN} = V_f$ /____

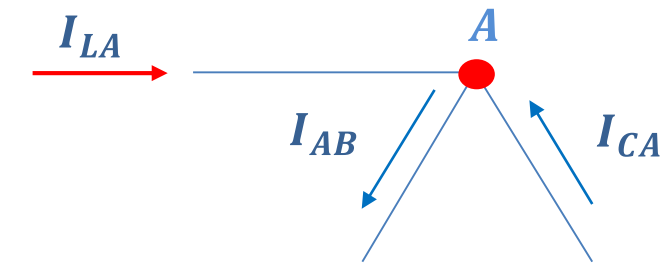
$V_{BN} = V_f$ /____

$V_{CN} = V_f$ /____

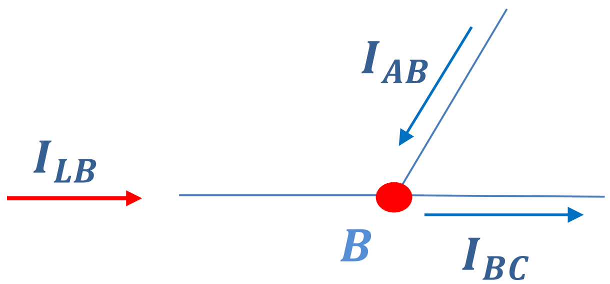
Cargas equilibradas en un sistema Trifásico, conexión **Triángulo**



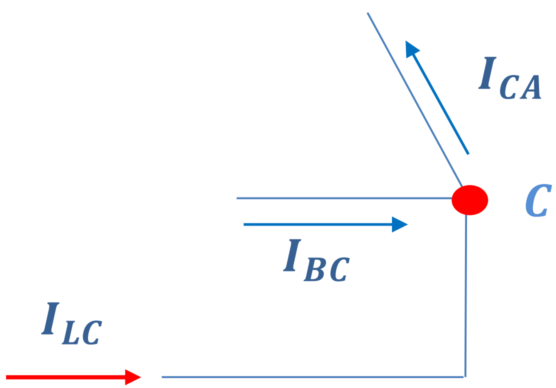
Para determinar las corrientes en las lineas, aplicamos la ley de Kirchhoff de las corrientes, para los nudoa A, B y C.



$$I_{LA} = I_{AB} - I_{CA}$$



$$I_{LB} = I_{BC} - I_{AB}$$



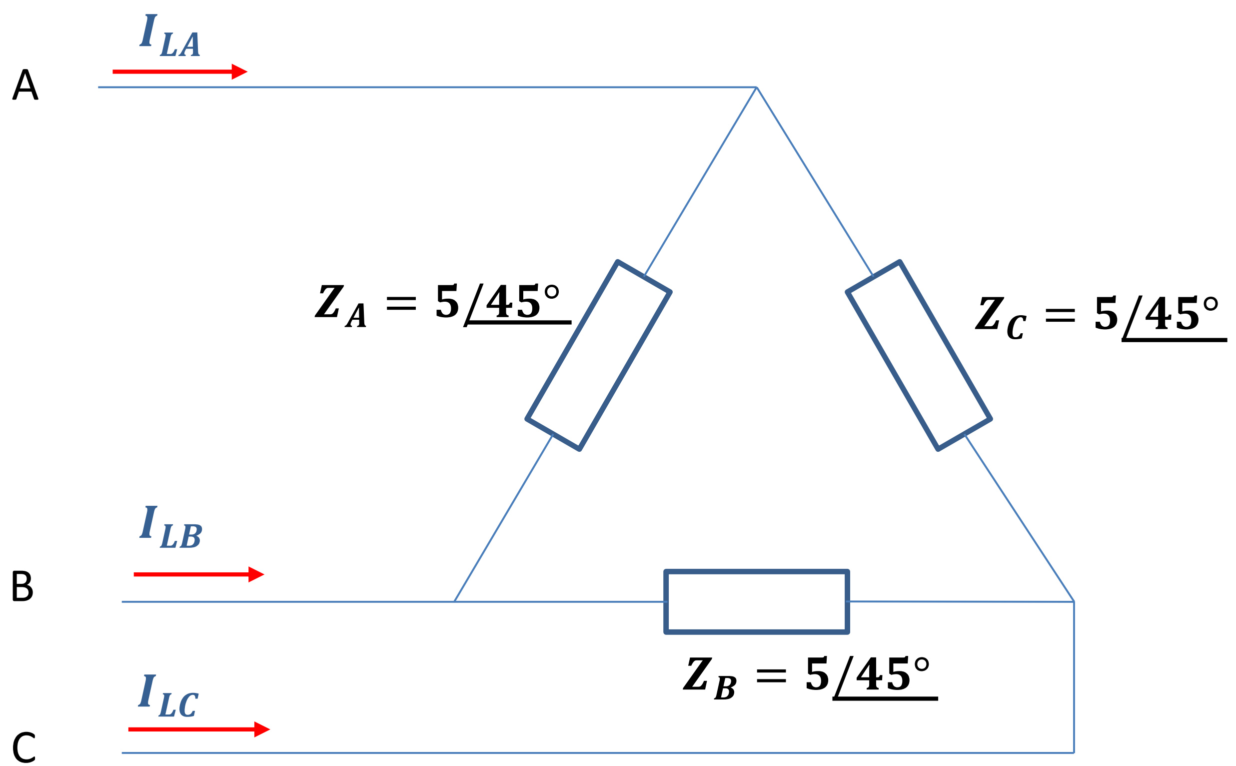
$$I_{LC} = I_{CA} - I_{BC}$$

Ejemplo

Un sistema trifásico ABC de tres conductores y 110 voltios, alimenta a una conexión en triángulo de tes impedancias iguales de 5 $\underline{/45°}$ ohmios.

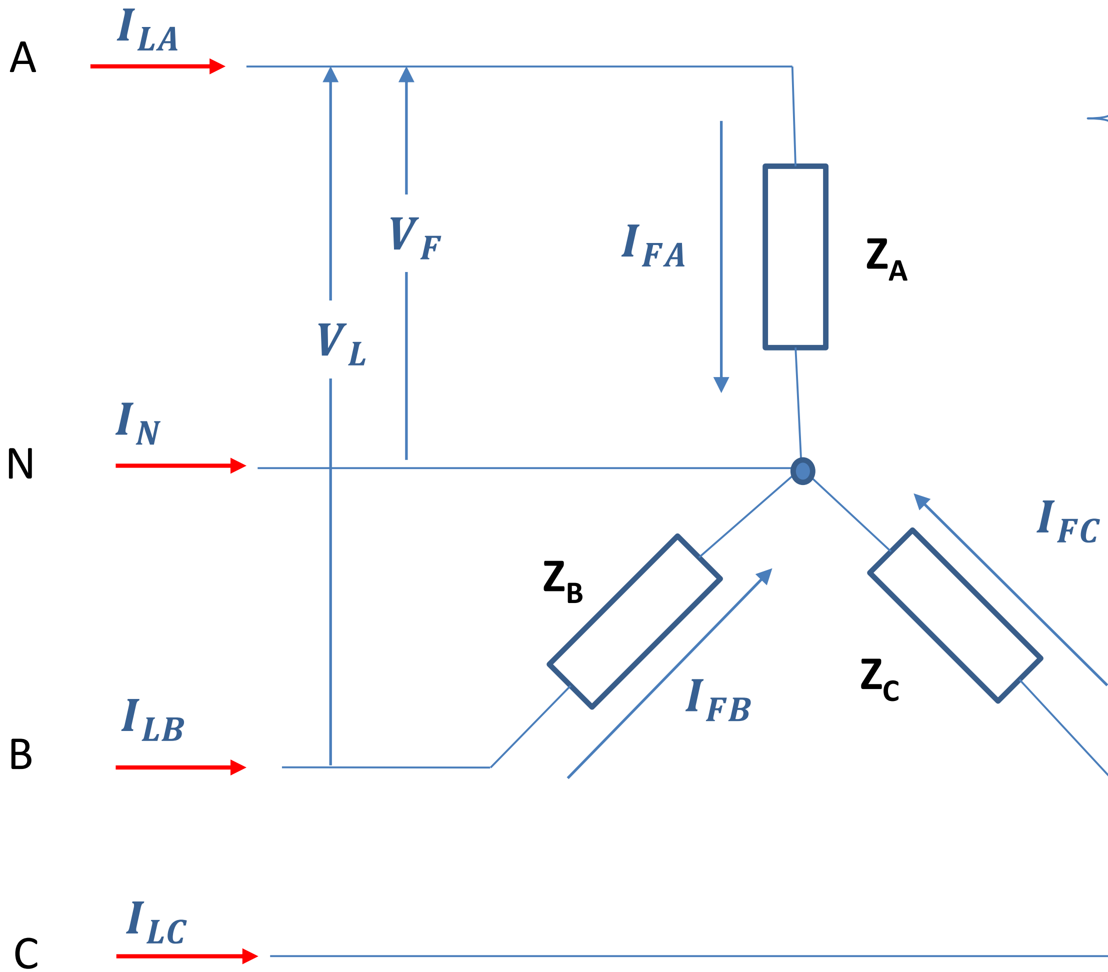
Determinar:

a) Las intensidades de las corrientes de líneas. b) Graficar el diagrama fasorial.



Desarrollo

Cargas equilibradas en un sistema Trifásico, conexión **Estrella**



$$\begin{cases} V_L = \sqrt{3}\,V_F \\ I_L = I_F \end{cases}$$

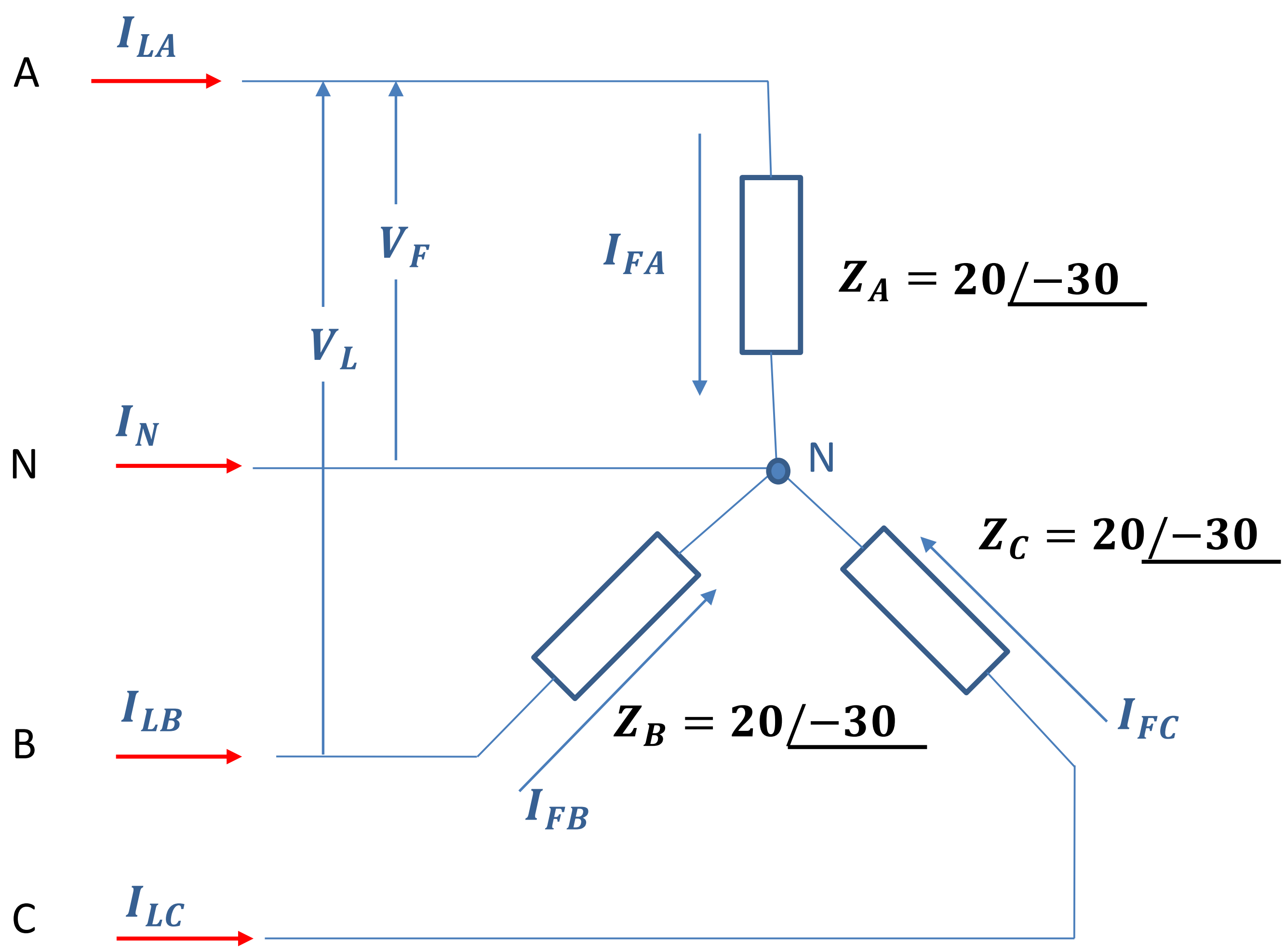
$$I_N = -(I_{FA} + I_{FB} + I_{FC})$$

Ejemplo

Un sistema trifásico CBA de cuatro conductores y 208 voltios, alimenta a una conexión en estrella de tres impedancias iguales de 20 $\underline{/-30°}$ ohmios.

Determinar:

a) Las intensidades de las corrientes de líneas. b) Graficar el diagrama fasorial.



Desarrollo

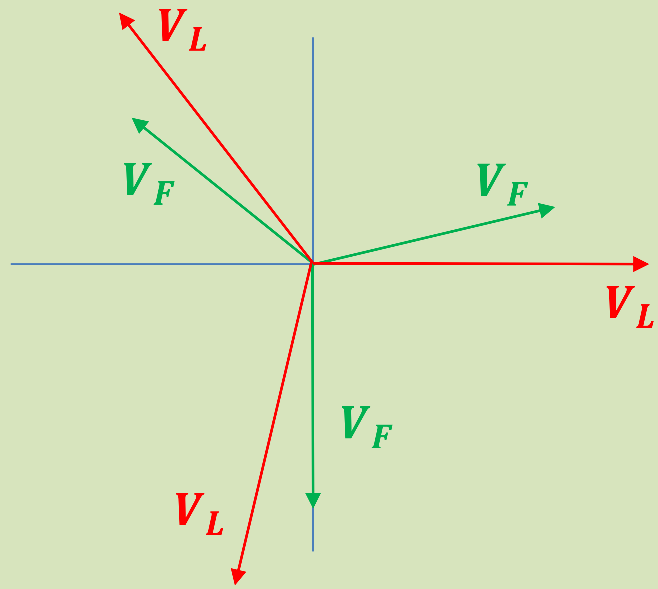
$$V_L = \sqrt{3}\,V_F \qquad V_F = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{208}{\sqrt{3}} = 120\text{ v} \qquad I_L = I_F$$

$$I_N = -(I_{FA} + I_{FB} + I_{FC})$$

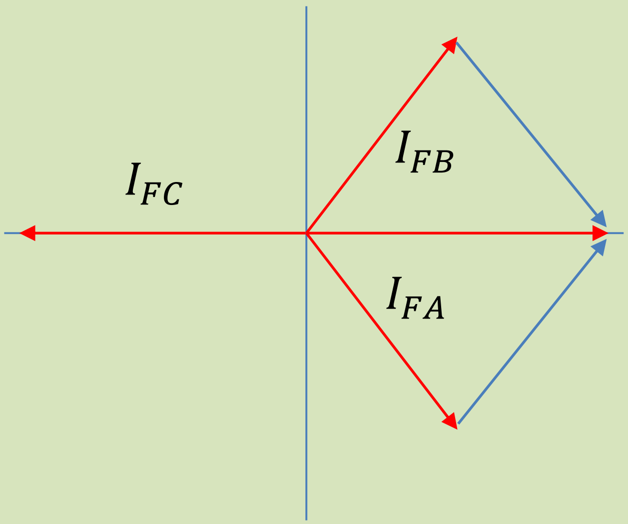
$$I_{FA} = \frac{V_{FB}}{Z_A} = \frac{120\,/{-90°}}{\mathbf{20/{-30}}} = 6/{-60°}$$

$$I_{FB} = \frac{V_{FB}}{Z_B} = \frac{120\,/30°}{\mathbf{20/{-30}}} = 6/60°$$

$$I_{FC} = \frac{V_{FC}}{Z_C} = \frac{120\,/150°}{\mathbf{20/{-30}}} = 6/180°$$



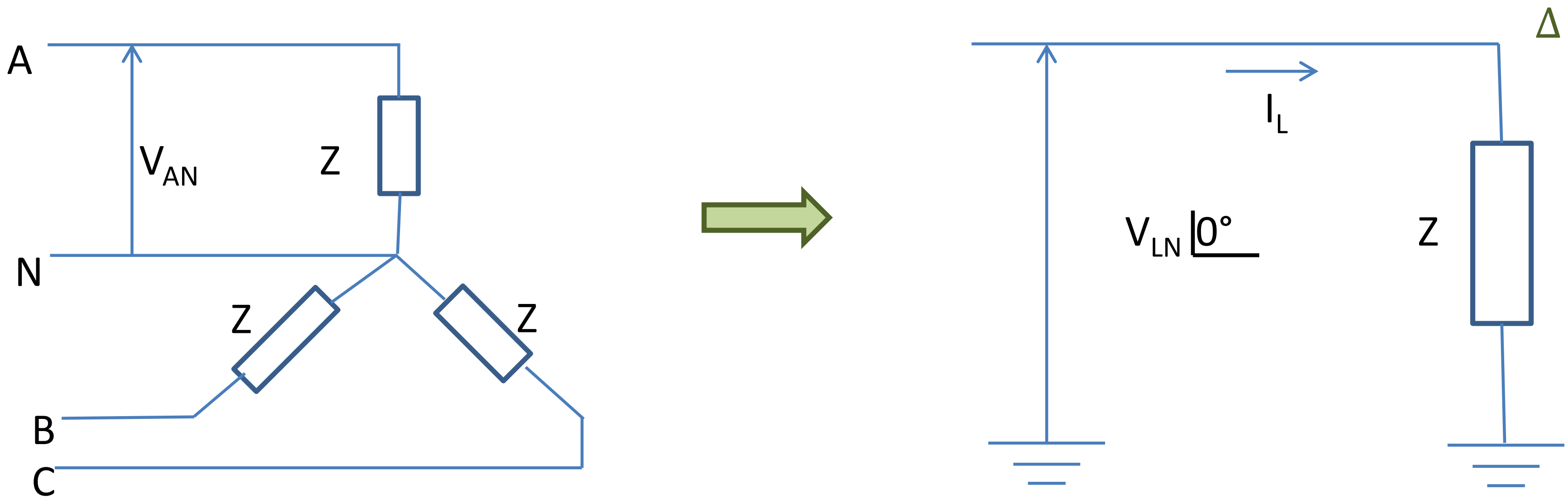
$$I_N = -(6/{-60°} + 6/60° + 6/180°) = 0$$



Circuito Equivalente monofásico para **Cargas Equilibradas**

Teniendo presente la relación que existe entre cargas equilibradas conectadas en triángulo y estrella, donde $Z_{\gamma} = \frac{1}{3} Z_{\Delta}$ es posible hacer un cálculo más simple en estrella, para cualquier tipo de cargas trifásicas equilibradas.

Circuito Equivalente formado por una fase, con una tensión que tiene el modulo de una tensión simple de fase con un ángulo cero. La corriente de línea tiene un ángulo de fase respecto del ángulo cero de la tensión. Por lo tanto las respectivas corrientes de líneas I_A, I_B, I_C , estarán atrasada o adelantada respecto de las correspondientes tensiones simples de este mismo ángulos. Para las intensidades de Fases, se deberán tener en cuenta que $I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$, y los ángulos se los obtienen restando o sumando de los ángulos de las respectivas tensiones compuestas.

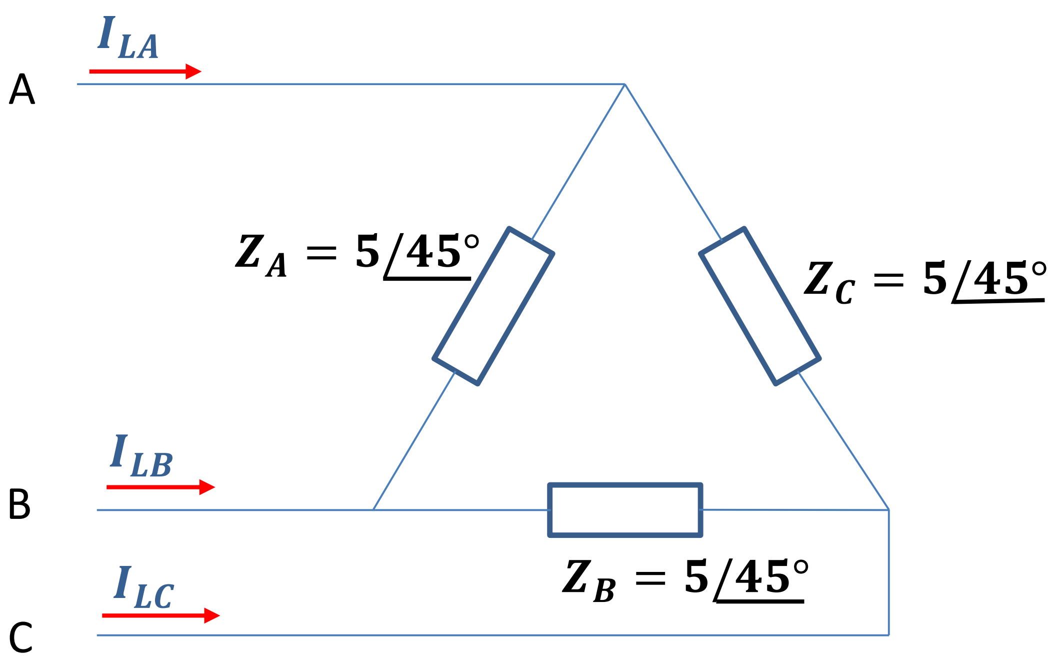


Ejemplo

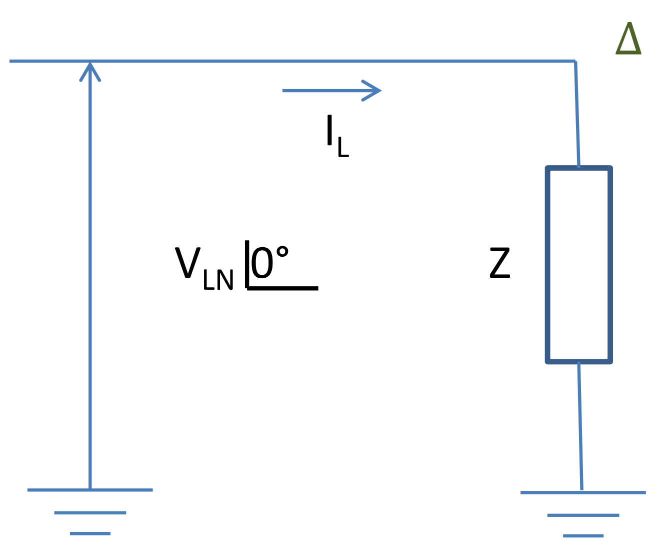
Un sistema trifásico ABC de tres conductores y 110 voltios, alimenta a una conexión en triángulo de tes impedancias iguales de 5 $\angle 45°$ ohmios.

Determinar:

a) Las intensidades de las corrientes de líneas. b) Graficar el diagrama fasorial.



Circuito Equivalente



$$V_{LN} = \frac{V_L}{\sqrt{3}}$$

$$Z_\gamma = \frac{1}{3} Z_\Delta$$

Desarrollo

$$Z_{\gamma} = \frac{1}{3} Z_{\Delta} = \frac{5}{3} \underline{/45°}$$

$$V_{LN} = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63{,}5 \text{ V}$$

$$I_L = \frac{V_{LN}}{Z_{\gamma}} = \frac{63{,}5 \underline{/0°}}{\frac{5}{3} \underline{/45°}} = 38{,}1 \underline{/-45°} \text{ A}$$

Determinación de las corrientes de líneas

$$V_{AN} = 63{,}5 \underline{/90°}$$
$$V_{BN} = 63{,}5 \underline{/-30°}$$
$$V_{CN} = 63{,}5 \underline{/-150°}$$

$$I_A = 38{,}1 \underline{/90° - 45°}$$
$$I_B = 38{,}1 \underline{/-30° - 45°}$$
$$I_C = 38{,}1 \underline{/-150° - 45°}$$

$$I_A = 38{,}1 \underline{/45°}$$
$$I_B = 38{,}1 \underline{/-75°}$$
$$I_C = 38{,}1 \underline{/-195°}$$

Determinación de las corrientes de Fases

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{38{,}1}{\sqrt{3}} = 22$$

$$V_{AB} = V_L \underline{/120°}$$
$$V_{BC} = V_L \underline{/0°}$$
$$V_{CA} = V_L \underline{/240°}$$

$$I_{AB} = 22 \underline{/120° - 45°}$$
$$I_{BC} = 22 \underline{/0° - 45°}$$
$$I_{CA} = 22 \underline{/240° - 45°}$$

$$I_{AB} = 22 \underline{/75°}$$
$$I_{BC} = 22 \underline{/-45°}$$
$$I_{CA} = 22 \underline{/195°}$$

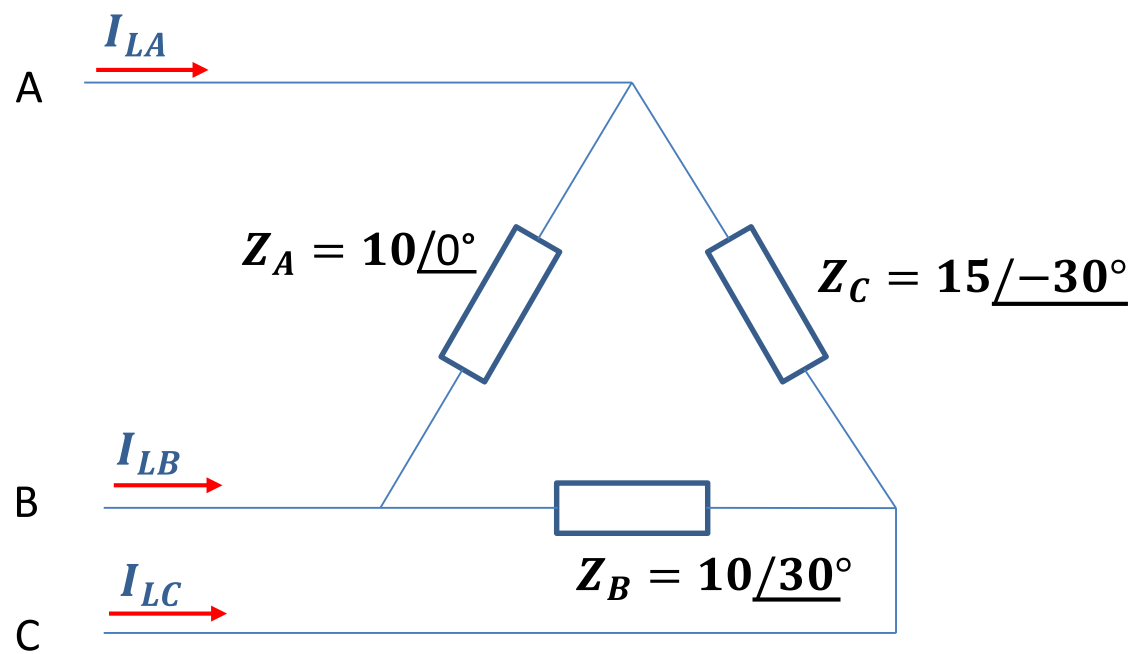
Cargas desequilibradas en un sistema Trifásico, conexión **Triángulo**

Ejemplo

Un sistema trifásico ABC de tres conductores y 240 voltios, alimenta a una conexión en triángulo de tes impedancias como se muestra en la figura.

Determinar:

a) Las intensidades de las corrientes de líneas. b) Graficar el diagrama fasorial.



Desarrollo

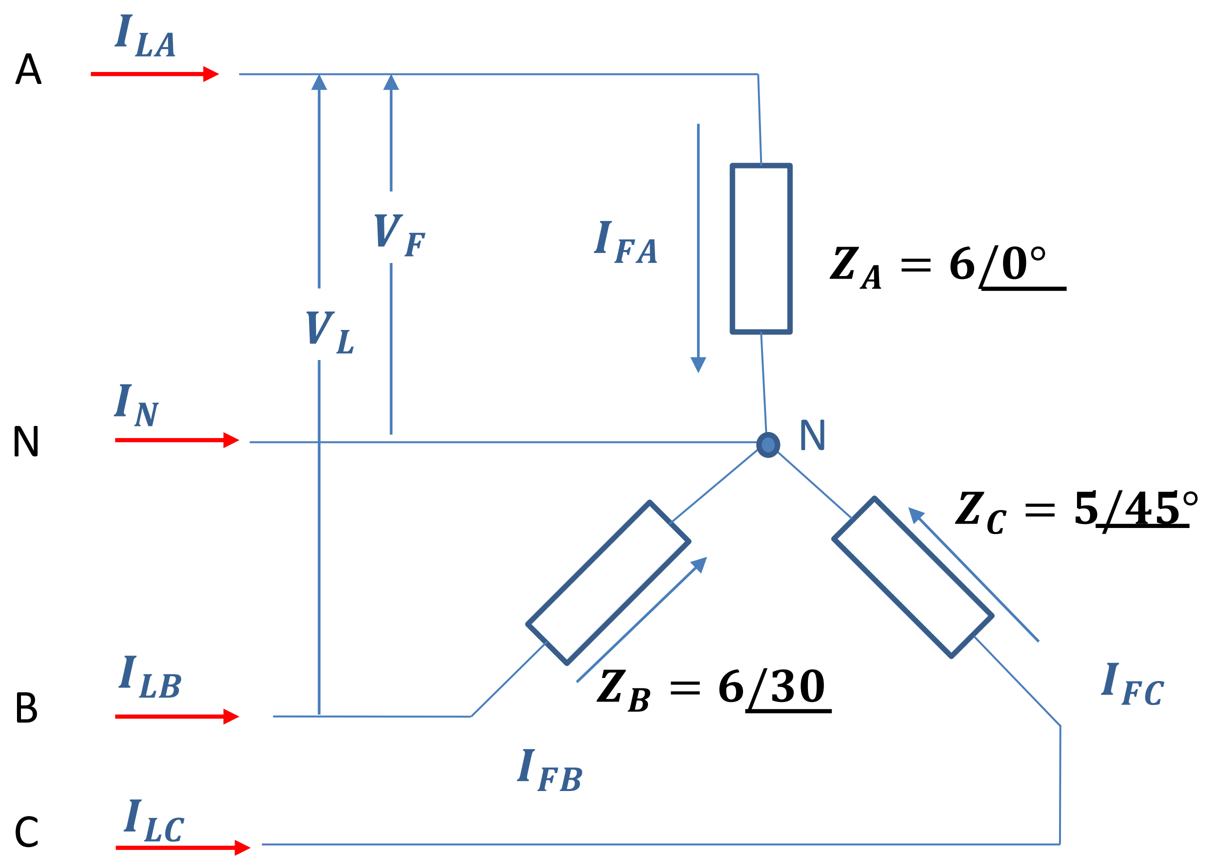
Cargas desequilibradas en un sistema Trifásico, conexión **Estrella** (con cuatro conductores)

Ejemplo

Un sistema trifásico CBA de cuatro conductores y 208 voltios, alimenta a una conexión en estrella de tres impedancias como se observa en la figura.

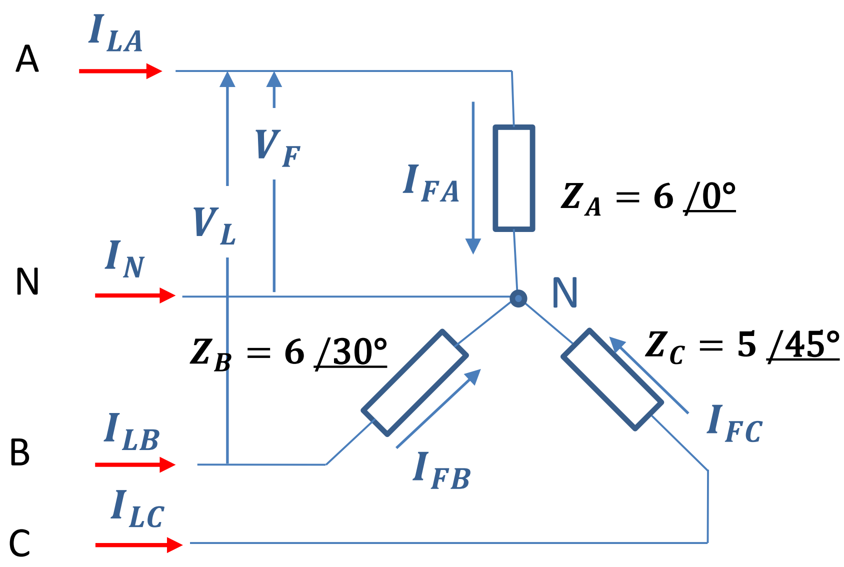
Determinar:

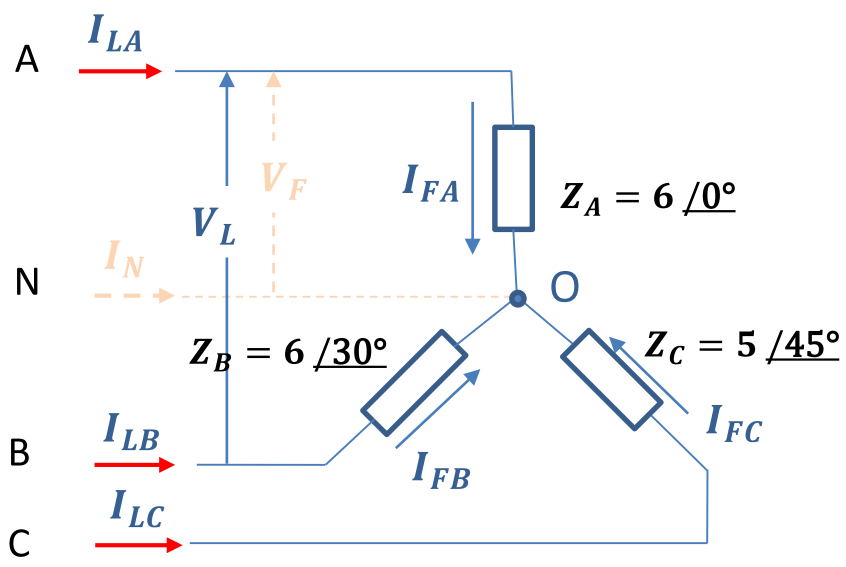
a) Las intensidades de las corrientes de líneas. b) Graficar el diagrama fasorial.



Cargas desequilibradas, conectadas en **Estrella, con tres conductores**

Si para una carga en estrella de cuatro conductores, desequilibrada, se corta o se abre el neutro, pasaría a ser un sistema de tres conductores, esto trae como consecuencia que aparezcan tensiones entre los extremos de las impedancias que pueden variar considerablemente desde el valor de tensión de fase, y el punto neutro donde no había tensión (marcado con la letra "N"), deja de serlo y pasa a llamarse punto "O" donde ahora sí va a haber tensión, haciendo que este punto se corra del lugar donde estaba el punto "N", a este corrimiento se lo denomina, *"tensión de desplazamiento del punto neutro".*





Ejemplo

Un sistema trifásico CBA, de tres conductores "Trifilar" y 208 voltios, alimenta a una conexión en estrella de tres impedancias como se observa en la figura.

a) *Obtener las corrientes de líneas y la tensión en cada impedancia .*

b) *Construir el triángulo de tensiones y determinar la tensión de desplazamiento del punto neutro, V_{ON}.*

a)_ Primero obtenemos $\boldsymbol{I_1}$ e $\boldsymbol{I_2}$, para luego obtener las tensiones a bornes de las Impedancia.

$$\begin{bmatrix} 6\angle 0° + 6\angle 30° & -6\angle 30° \\ -6\angle 30° & 6\angle 30° + 5\angle 45° \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 208\angle 240° \\ 208\angle 0° \end{bmatrix}$$

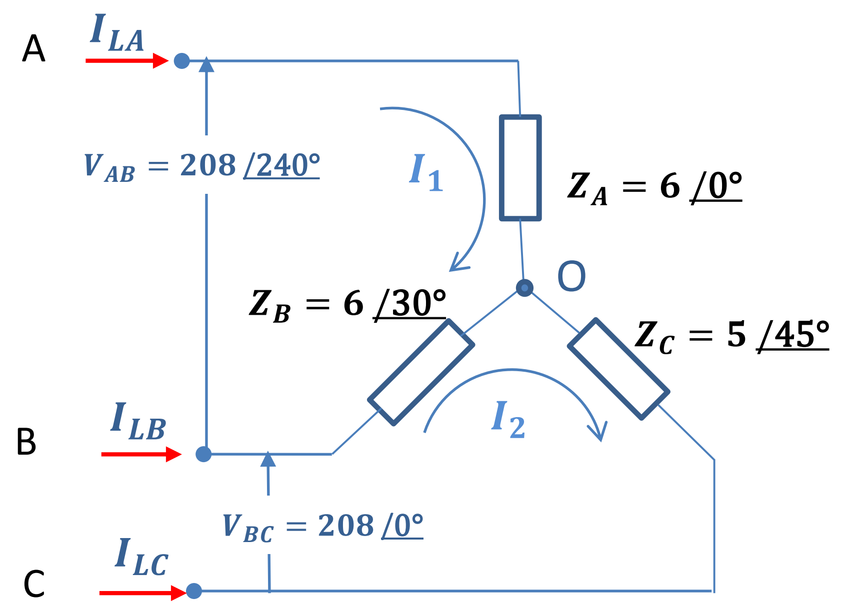
$$I_1 = 23{,}3\ \angle 261{,}1°\ A \quad ; \quad I_2 = 26{,}5\ \angle -63{,}4°\ A$$

- *Las corrientes de Líneas son:*

$$I_{LA} = I_1 = 23{,}3\ \angle 261{,}1°\ A$$

$$I_{LB} = I_2 - I_1 = 15{,}45\ \angle -2{,}5°\ A$$

$$I_{LC} = -I_2 = 26{,}5\ \angle 116{,}6°\ A$$



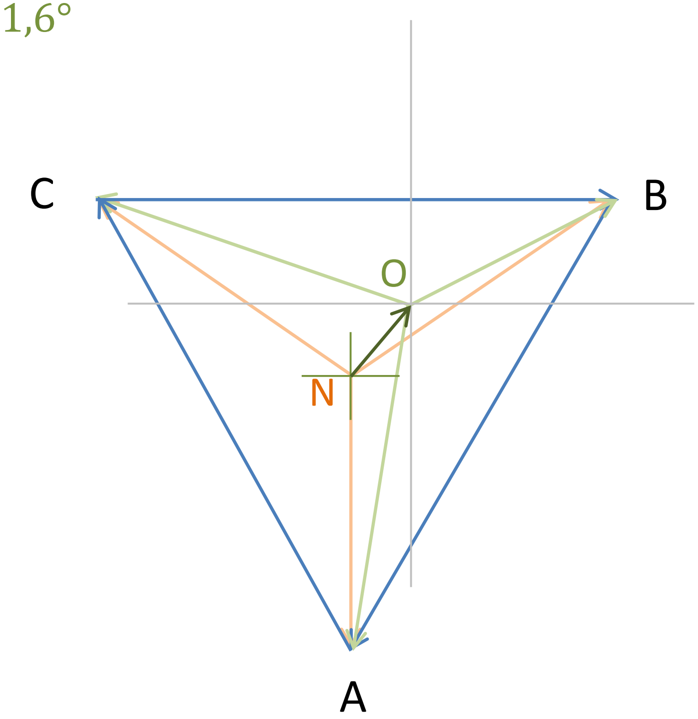
- *Las tensiones en las impedancias son:*

$$V_{AO} = Z_A I_A = (6\angle 0°)(23{,}3\angle 261{,}1°) = 139{,}8\angle 261{,}1°$$

$$V_{BO} = Z_B I_B = (6\angle 30°)(15{,}45\ \angle -2{,}5°) = 92{,}7\angle 27{,}5°$$

$$V_{CO} = Z_C I_C = (5{,}45\angle 45°)(26{,}5\ \angle 116{,}6°) = 132{,}5\ \angle 161{,}6°$$

b)_ Diagrama de tensiones y cálculo de la tensión de desplazamiento.



$$V_{ON} = V_{OA} + V_{AN} = -139{,}8\angle 261{,}1° + 120\angle -90°$$

$$\boxed{\boldsymbol{V_{ON} = 28{,}1\angle 39{,}8°\ V}}$$

Cargas desequilibradas, conectadas en **Estrella, con tres conductores**

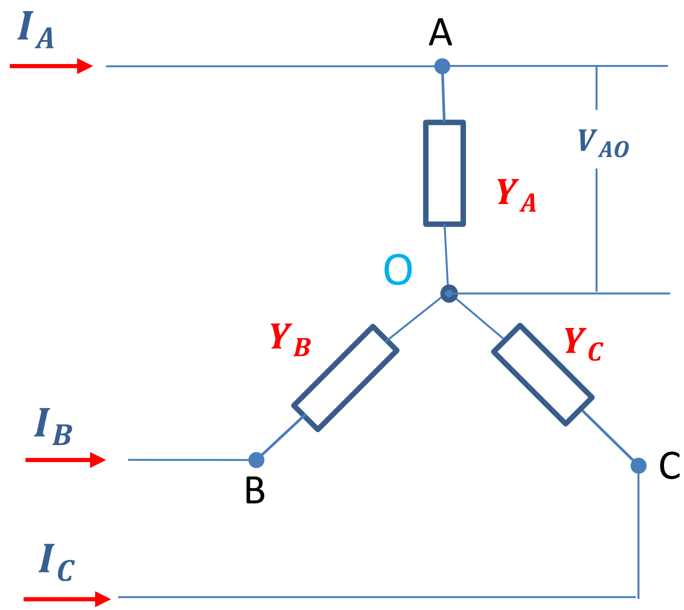
Método del desplazamiento del punto **Neutro**

Este método consiste en determinar una relación para determinar V_{ON}, independientemente de las tensiones de carga, para ello es necesario contar con las corrientes de líneas y las admitancias.

$$I_A = V_{AO}\,Y_A \qquad I_B = V_{BO}\,Y_B \qquad I_C = V_{CO}\,Y_C$$

Aplicamos Kirchoff en el punto " O "

$$\boxed{I_A + I_B + I_C = 0 \quad \Rightarrow \quad V_{AO}\,Y_A + V_{BO}\,Y_B + V_{CO}\,Y_C = 0} \qquad \mathbf{1}$$



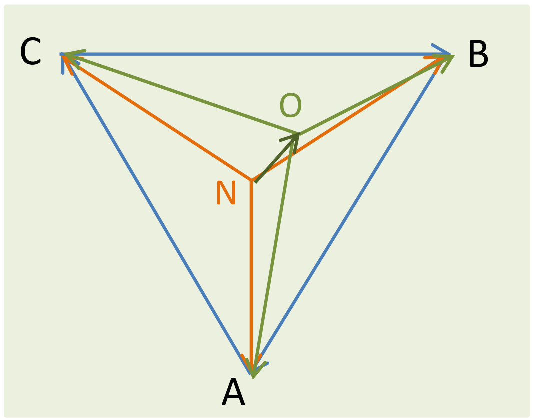
Observando el diagrama podemos obtener :

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} \;;\; V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} \;;\; V_{CO} = V_{CN} + V_{NO}$$

Reemplazando en **1**

$$Y_A(V_{AN} + V_{NO}) + Y_B(V_{BN} + V_{NO}) + Y_C(V_{CN} + V_{NO}) = 0$$

$$\boxed{V_{ON} = \frac{Y_A V_{AN} + Y_B V_{BN} + Y_C V_{CN}}{Y_A + Y_B + Y_C}}$$



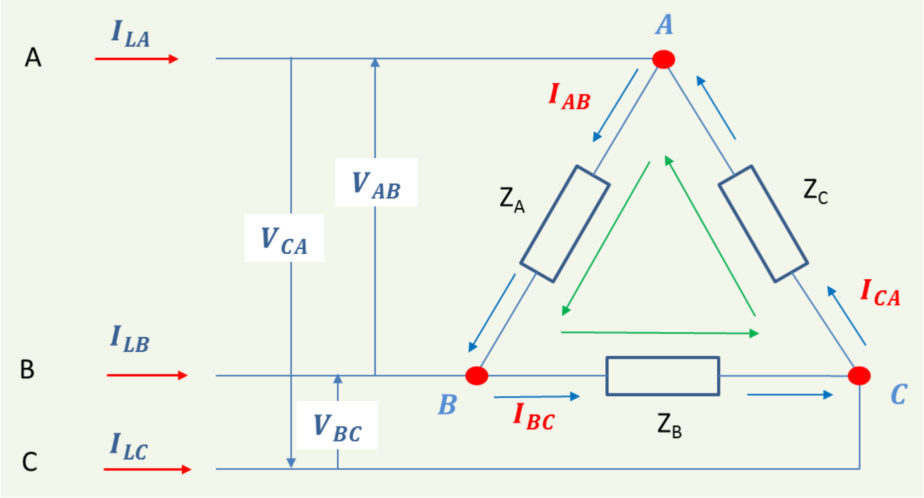
Potencia en cargas Trifásicas **Equilibradas en Triángulo y Estrella**

Potencia por fase $P_F = V_L I_f cos\varphi$

La potencia total será $P_T = 3V_L I_f cos\varphi$

Pero como la relación de $I_L = \sqrt{3}I_F$, para cargas Equilibradas en triángulo, reemplazando nos queda

$$\boxed{P_T = 3V_L \frac{I_L}{\sqrt{3}} cos\varphi = \sqrt{3}V_L I_L cos\varphi}$$

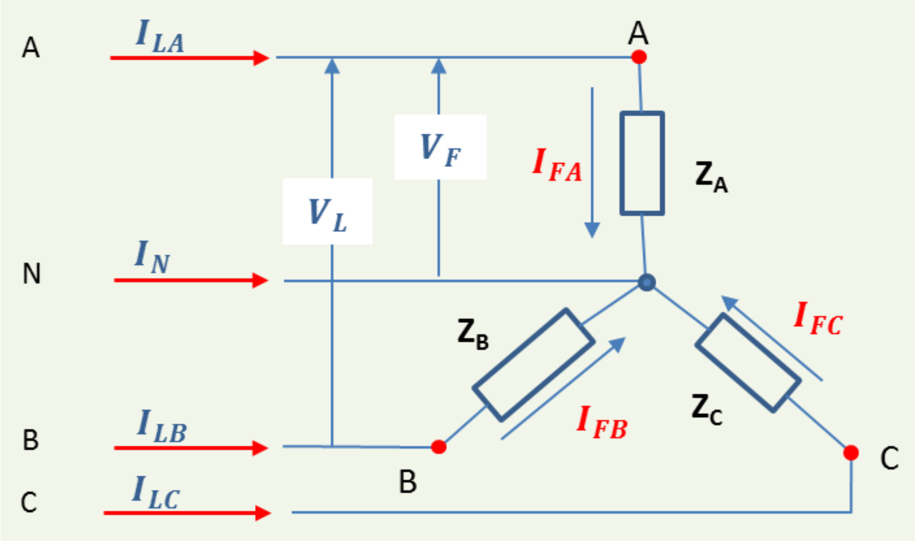


Potencia por fase $P_F = V_F I_L cos\varphi$

La potencia total será: $P_T = 3V_F I_L cos\varphi$

Pero como la relación de $V_L = \sqrt{3}V_F$, para cargas Equilibradas en estrella, reemplazando nos queda

$$\boxed{P_T = 3\frac{V_L}{\sqrt{3}} I_L cos\varphi = \sqrt{3}V_L I_L cos\varphi}$$



Potencia Activa	Potencia Aparente	Potencia Reactiva
$P_T = \sqrt{3}V_L I_L cos\varphi$	$S_T = \sqrt{3}V_L I_L$	$Q_T = \sqrt{3}V_L I_L sen\varphi$

Método de los tres vatímetros, carga en estrella

$P = VIcos\varphi \quad donde \ \rightarrow \varphi \ es \ el \ ángulo \ entre \ la \ tensión \ y \ la \ corriente$

Potencia en la fase A $\rightarrow W_A$

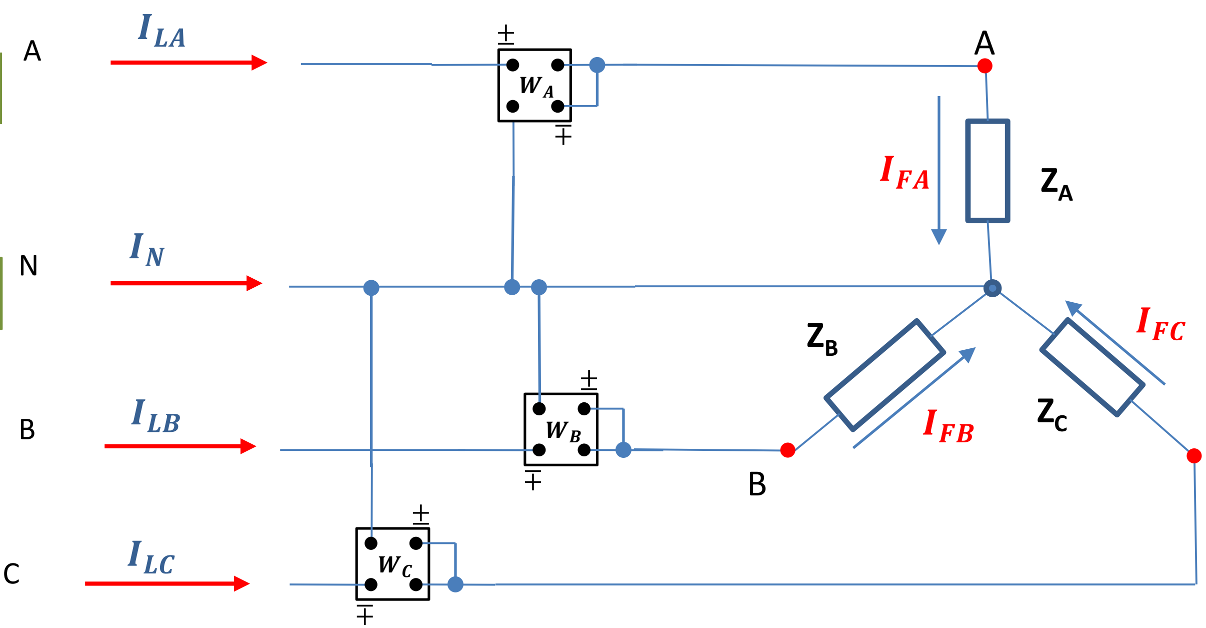
$W_A = V_{AN} I_A cos\measuredangle_A^{AN}$

Potencia en la fase B $\rightarrow W_B$

$W_B = V_{BN} I_B cos\measuredangle_B^{BN}$

Potencia en la fase C $\rightarrow W_C$

$W_c = V_{CN} I_C cos\measuredangle_C^{CN}$



La Potencia total es la suma de las lecturas de los tres vatímetros. $P_T = W_A + W_B + W_C$

- Las bobinas voltimétricas de los instrumentos, estan conectadas a la tensión simple de fase.

Método de los dos vatímetros

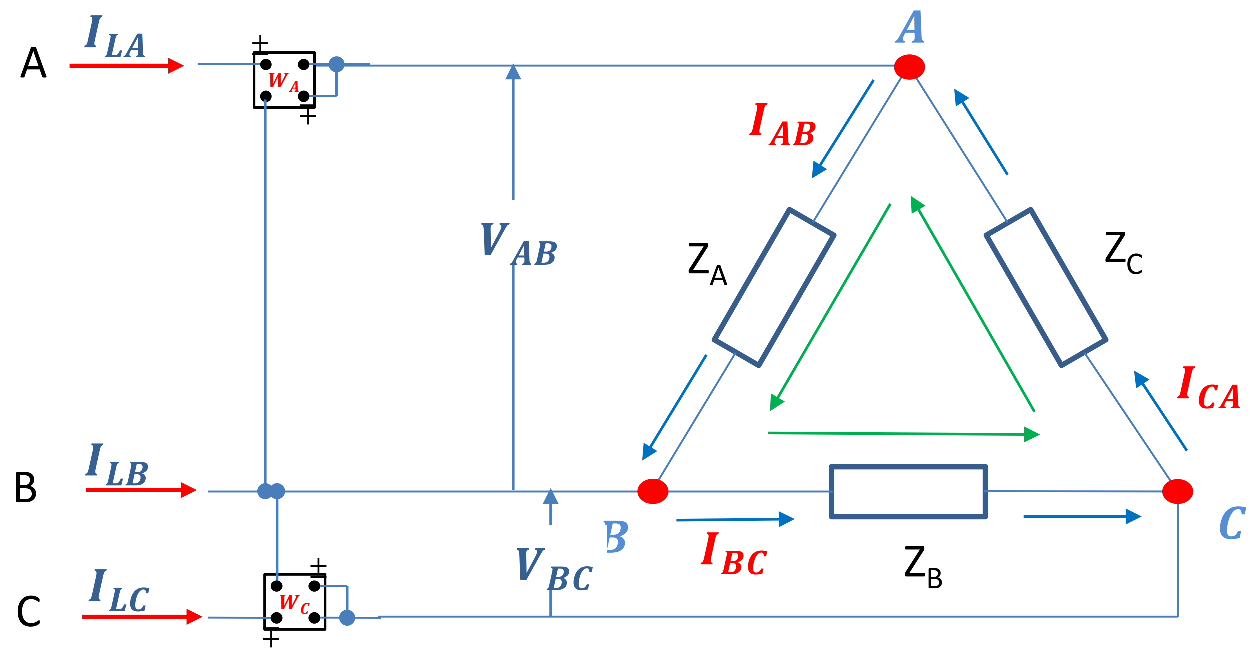
$$W_A = V_{AB} I_A cos\measuredangle_A^{AB}$$

$$W_c = V_{CB} I_C cos\measuredangle_C^{CB}$$

En los nodos A y C decimos que

$$I_A = I_{AB} + I_{AC}$$

$$I_C = I_{CA} + I_{CB}$$



$$W_A = V_{AB} I_{AB} cos\measuredangle_{AB}^{AB} + V_{AB} I_{AC} cos\measuredangle_{AC}^{AB}$$

$$W_c = V_{CB} I_{CA} cos\measuredangle_{CA}^{CB} + V_{CB} I_{CB} cos\measuredangle_{CB}^{CB}$$

❖ Las bobinas voltimétricas de los instrumentos, estan conectadas a la tensión compuesta.

Mide la potencia en AB $\Downarrow$

$$W_A = V_{AB}I_{AB}cos\measuredangle_{AB}^{AB} + V_{AB}I_{AC}cos\measuredangle_{AC}^{AB}$$

Mide la potencia en BC $\Downarrow$

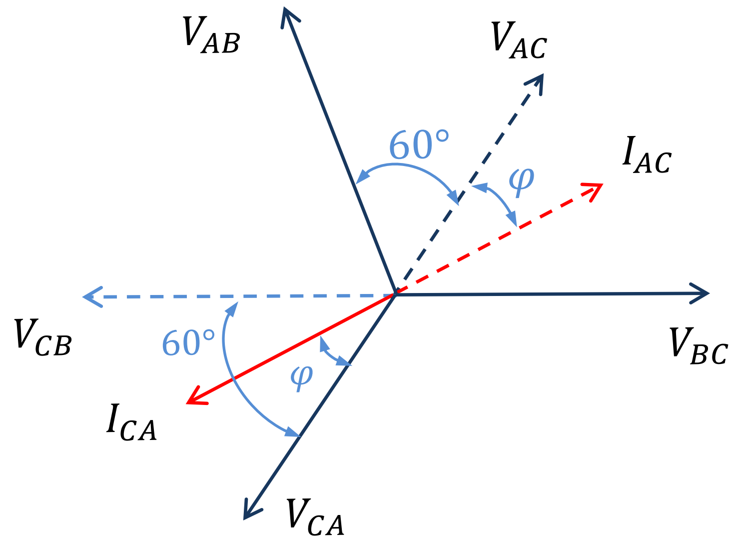
$$W_c = V_{CB}I_{CA}cos\measuredangle_{CA}^{CB} + V_{CB}I_{CB}cos\measuredangle_{CB}^{CB}$$

De los terminos restantes podemos ecribir lo siguiente:

V_{AB} *y* V_{CB} *los escribimos como*, V_L , *son tensiones compuestas* (*Tensión de línea*)

$I_{AC} = -I_{CA}$ *que son corrientes de fases*. (*Ver diagrama fasorial, donde se supone que* I_{AC} *se retrasa un ángulo* φ *respecto de* V_{AC})

$$\measuredangle_{AC}^{AB} = 60 + \varphi \qquad \measuredangle_{CA}^{CB} = 60 - \varphi$$



Sumando y *reemplazando en los dos terminos restantes podemos ecribir lo siguiente*:

$$V_{AB}I_{AC}cos\measuredangle_{AC}^{AB} + V_{CB}I_{CA}cos\measuredangle_{CA}^{CB}$$

$$\Downarrow$$

$$V_LI_{AC}\cos(60 + \varphi) + V_LI_{AC}\cos(60 - \varphi)$$

Entidad trigonométrica

$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \ \pm sen\ x\ sen\ y$$

$$V_L I_{AC} \cos(60 + \ \varphi) + V_L I_{AC} \cos(60 - \ \varphi)$$

$$V_L I_{AC}\ (\cos 60\ cos\ \varphi + \ \operatorname{sen} 6\cancel{0}\ sen\ \varphi \ + \cos 60\ cos\ \varphi \ - sen\ 6\cancel{0}\ sen\ \varphi)$$

Potencia en AC $\Longrightarrow$ $\boxed{V_L I_{AC} \cos\varphi}$

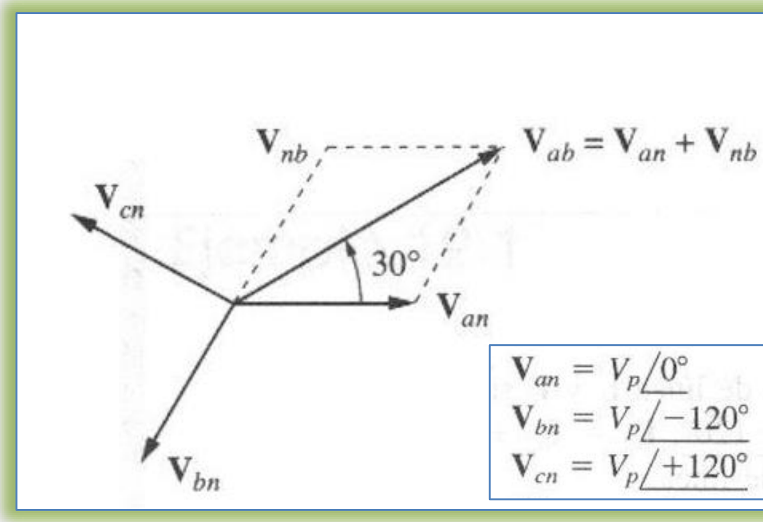
Potencia en cargas Trifásicas **Equilibradas en Estrella**

Potencia Instantánea por fase

$$v_{AN} = \sqrt{2}V_p \cos \omega t,$$

$$v_{BN} = \sqrt{2}V_p \cos(\omega t - 120°)$$

$$v_{CN} = \sqrt{2}V_p \cos(\omega t + 120°)$$

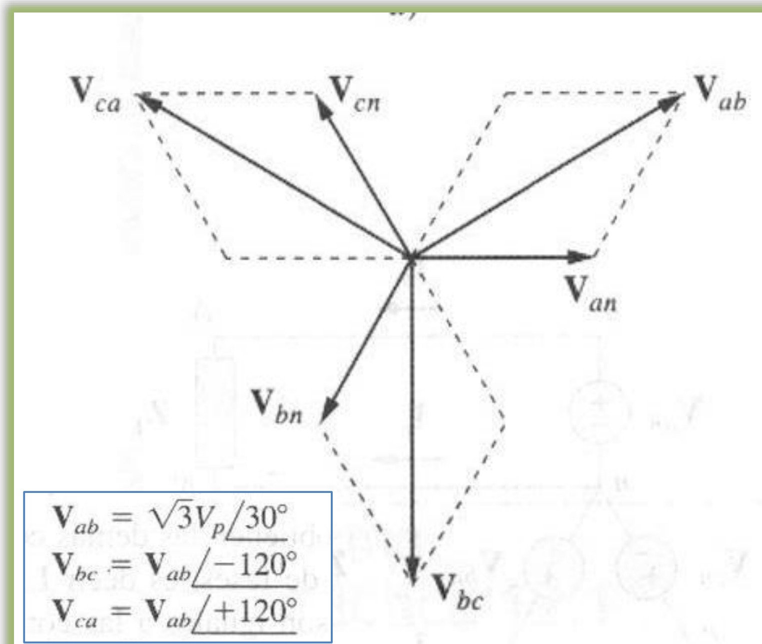


Si el ángulo de impedancia es θ, las intencidades de fase retrasaran respecto de la tensión el ángulo.

$$i_a = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta)$$

$$i_b = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta - 120°)$$

$$i_c = \sqrt{2}I_p \cos(\omega t - \theta + 120°)$$



$\boldsymbol{V_P}$ ***e*** $\boldsymbol{I_P}$ *son valores eficaces y son* las tenciones y corrientes por fase.

$$p = p_a + p_b + p_c = v_{AN}i_a + v_{BN}i_b + v_{CN}i_c$$

$$+ 2V_pI_p[\cos \omega t \cos(\omega t - \theta) \qquad (12$$

$$+ \cos(\omega t - 120°) \cos(\omega t - \theta - 120°)$$

$$+ \cos(\omega t + 120°) \cos(\omega t - \theta + 120°)$$

La aplicación de la identidad trigonométrica

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos (A + B) + \cos (A - B)] \qquad (12$$

da como resultado

$$p = V_pI_p[3 \cos \theta + \cos (2\omega t - \theta) + \cos (2\omega t - \theta - 240°)$$

$$+ \cos (2\omega t - \theta + 240°)$$

$$= V_pI_p[3 \cos \theta + \cos \alpha + \cos \alpha \cos 240° + \text{sen } \alpha \text{ sen } 240°$$

$$+ \cos \alpha \cos 240° - \text{sen } \alpha \text{ sen } 240°] \qquad (12$$

donde $\alpha = 2\omega t - \theta$

$$= V_pI_p\left[3 \cos \theta + \cos \alpha + 2\left(-\frac{1}{2}\right)\cos \alpha\right] = 3V_pI_p \cos \theta$$

$p_t = 3V_P I_P \cos\theta \implies$ *potencia intantanea total*. (*No varia con el tiempo*)

- Las potencias ***Promedio*** por fase, (Activa, Reactiva, Aparente) son las siguientes .

$$\boxed{P_p = V_p I_p \cos\theta}$$

$$\boxed{Q_p = V_p I_p \operatorname{sen}\theta}$$

$$\boxed{S_p = V_p I_p}$$

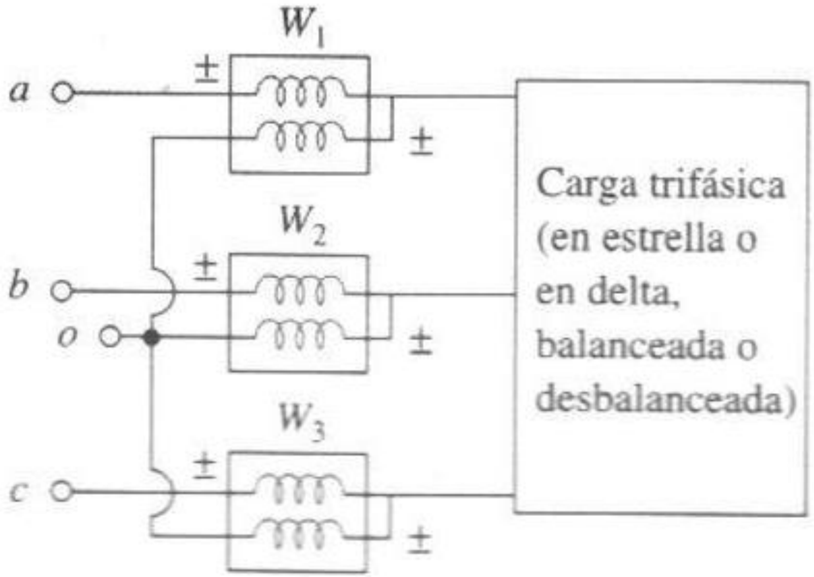
$$\boxed{\mathbf{S}_p = P_p + JQ_p = \mathbf{V}_p \mathbf{I}_p^*}$$

- Las potencias promedio totales, (Activa, Reactiva, Aparente) son las siguientes.

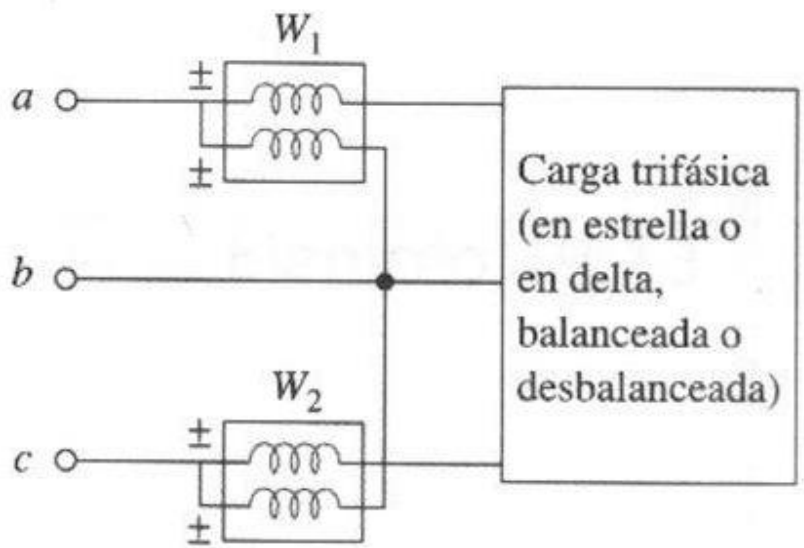
$$\boxed{P = P_a + P_b + P_c = 3P_p = 3V_p I_p \cos\theta = \sqrt{3} V_L I_L \cos\theta}$$

$$\boxed{Q = 3V_p I_p \operatorname{sen}\theta = 3Q_p = \sqrt{3} V_L I_L \operatorname{sen}\theta}$$

$$\boxed{\mathbf{S} = 3\mathbf{S}_p = 3\mathbf{V}_p \mathbf{I}_p^* = 3I_p^2 \mathbf{Z}_p = \frac{3V_p^2}{\mathbf{Z}_p^*}}$$



$$P_T = P_1 + P_2 + P_3$$



$$P_T = P_1 + P_2$$

Fuentes: Teoría y Problemas de Circuitos Eléctricos, Joseph Edminister, Primera Edición.
Fundamentos de Circuitos Eléctricos, Charles Alexander – Matthew Sadiku, Tercera Edición.