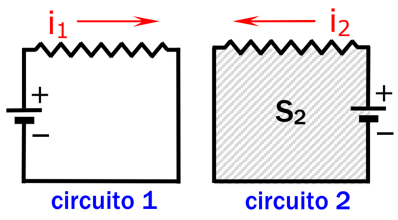
perpendiculares al flujo. Estas corrientes parásitas son muy perjudiciales a causa de la gran cantidad de calor (i^2R) que originan y también a causa del flujo que ellas mismas crean.

En todos los transformadores, las corrientes de Foucault son eliminadas, aunque no completamente, por el empleo de un *núcleo formado por láminas delgadas*. La resistencia eléctrica entre las superficies de las láminas *(debida a una capa de barniz aislante)*, *reduce las corrientes de torbellino a cada lámina individual (figura 151c)*. La longitud de la trayectoria resultante aumenta considerablemente, con el aumento consiguiente de la resistencia. En consecuencia, aunque *la fem inducida no se modifica*, las intensidades y sus efectos caloríficos se reducen al mínimo.

Inductancia Mutua:

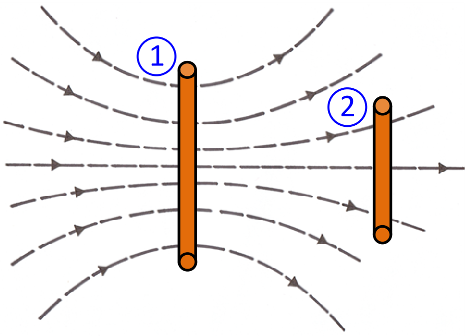


Dos circuitos adyacentes. El campo magnético en S_2 se debe parcialmente a la corriente i_1 y parcialmente a la corriente i_2.

figura 152

Hemos visto que en un circuito fijo se induce una fem cuando aumenta o disminuye el flujo magnético ligado al circuito. Si la variación de flujo es producida por una corriente variable que circula en un segundo circuito, es cómodo expresar la fem inducida en función de esta corriente variable, en vez de utilizar la variación de flujo.

Cuando dos o más circuitos están próximos uno al otro, el flujo magnético que atraviesa uno de ellos depende no sólo de la corriente en el mismo, sino también de la corriente que circula por los circuitos próximos. Por ejemplo, En la figura 152 el campo magnético en S_2 se debe parcialmente a la corriente i_1 y parcialmente a la corriente i_2. Esto quiere decir que el flujo a través de cualquiera de los circuitos es la suma de dos términos, uno proporcional a i_1 y el otro proporcional a i_2.



El flujo creado por la corriente que circula por la bobina (1) atraviesa la bobina (2).

figura 153

La *figura 153* representa la sección de *dos bobinas* de *espiras apretadas* formadas por *hilo conductor*. La corriente que circula por el circuito 1 crea un campo magnético en la forma indicada y una parte de su flujo atraviesa el circuito 2.

Puesto que toda *línea de inducción* es una *línea cerrada*, cada línea que atraviesa el área del *circuito 2* está ligada a este circuito del mismo modo que se encuentran unidos dos eslabones de una misma cadena. Si el circuito contiene N_2 espiras y es Φ el flujo que atraviesa cada espira, el producto $N_2\,\Phi$ es el *flujo total* ligado al *circuito 2*.

Para una *corriente dada* que circula por el *circuito 1*, el *flujo ligado* al *circuito 2* depende de la forma y dimensiones del dispositivo. No obstante, independientemente de éste, la *densidad de flujo* en cada punto del campo es directamente *proporcional* a la *corriente* que circula por el *circuito 1*. Por lo tanto, el *flujo ligado* al *circuito 2* es *proporcional* también a la *corriente* que circula por el *circuito 1*. Puede entonces escribirse:

$$\Phi_{21} = K\, i_1$$

donde Φ_{21}es el *flujo ligado* al *circuito 2* debido a la *corriente* i_1 que circula por el *circuito 1* y K es una *constante de proporcionalidad*.

Si varía i_1, variará también Φ_{21} y aparecerá en el *circuito 2* una *fem* de valor:

$$\varepsilon_2 = -\,N_2\,\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\,N_2\,K\,\frac{di_1}{dt} \qquad (174)$$

Si representamos el producto $N_2\,K$ por una sola *constante* M, tenemos:

$$\boxed{\varepsilon_2 = -\,M\,\frac{di_1}{dt}} \qquad (175)$$

O sea:

$$\boxed{M = -\,\frac{\varepsilon_2}{di_1/dt}} \qquad (176)$$

El factor *M* se denomina *coeficiente de inducción mutua*, *inducción mutua* o *inductancia mutua* de *los dos circuitos*. La unidad SI de inductancia mutua recibe el nombre de *henrio* *(H)* en honor del físico estadounidense Joseph Henry *(1797-1878)*. De acuerdo con la ecuación *(176)*, un *henrio* es igual a *un voltio por amperio por segundo*. *"La inductancia mutua de dos circuitos es un henrio si se induce en uno de los circuitos una fem de un voltio cuando la corriente en el otro varía a razón de un amperio por segundo".*

Puede demostrarse que se obtiene la misma inductancia mutua cualquiera que sea el circuito que se tome como punto de partida [$M = -\,\varepsilon_1/(di_2/dt)$]. Además, de *(174)* puede deducirse otra expresión para la inductancia mutua:

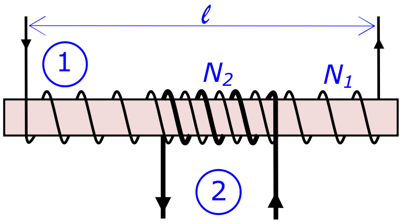
$$\boxed{M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1}} \qquad (177)$$

Según hemos dicho en el párrafo anterior, se tendrá también $M = N_1 \Phi_{12}/i_2$.

"La inductancia mutua entre dos circuitos es un henrio si al circular por uno cualquiera de ellos una corriente de un amperio, el flujo que atraviesa el otro es un weber-vuelta".

La *inductancia mutua* será *grande* cuando los circuitos estén dispuestos de modo tal que *una parte importante del flujo creado por la corriente que circule por uno de ellos atraviese el otro* *(por ejemplo, cuando ambos se encuentren devanados sobre el mismo núcleo de hierro)*.

Ejercicio Nº 106: Un largo solenoide de longitud ℓ, sección *A* y N_1 espiras, lleva devanado en su centro una pequeña bobina de N_2 espiras, como indica la figura. Calcular: a) la inducción mutua de ambos circuitos; b) la fem inducida en el circuito *2* cuando la corriente en el circuito *1* varía a razón de *10 A/s*.



a) *La corriente i_1 que circula por el circuito 1, crea un campo en el centro del solenoide:*
$$B = \mu_0 \frac{N_1 i_1}{l}$$

El flujo a través de la sección central es:
$$\Phi = B\,A = \mu_0 \frac{A\,N_1 i_1}{l}$$

Y dado que todo este flujo atraviesa la bobina 2:

$$\mathrm{M} = \frac{N_2\,\Phi_{21}}{i_1} = \mu_0 \frac{A\,N_1 N_2}{l}$$

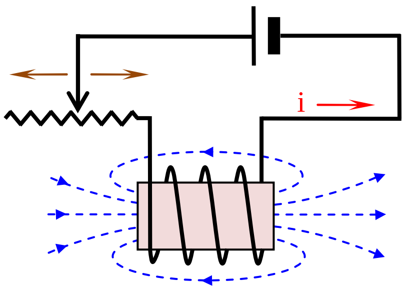
Si N_1 = 1.000 espiras, N_2 = 20 espiras, A = $10^{-3}\,m^2$ y l = 1 m:

$$\mathrm{M} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^{-3} \times 1.000 \times 20}{1} = 25{,}1 \times 10^{-6}\,H$$

b) $$\varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt} = -25{,}1 \times 10^{-6} \times 10 = -251 \times 10^{-6}\,V$$

Autoinducción:

Anteriormente hemos considerado que el flujo magnético ligado al circuito en el cual se induce una fem, era creado por algún agente exterior. Pero siempre que circula una corriente por un circuito, la misma crea un campo que está ligado a su propio circuito y que varía cuando lo hace la corriente. En consecuencia, *en cualquier circuito que transporte una corriente variable, se induce una fem a causa de la variación de su propio campo*. Esta fem se denomina fuerza electromotriz de autoinducción. Por ejemplo, la *figura 154* representa esquemáticamente una bobina de *N* espiras conectada en serie con un generador de corriente continua y un reóstato. Cuando el *contacto deslizante* del reóstato se mueve hacia un lado o hacia otro, el *flujo* que atraviesa la espira *varía* e induce una fem en el circuito. Como en el caso de la inductancia mutua, es cómodo referir la fem inducida a la corriente variable, en lugar de utilizar la variación de flujo.



Cuando la corriente varía, el flujo también lo hace y aparece una fem inducida en el circuito.

figura 154

Como la *densidad de flujo* en un punto cualquiera es directamente *proporcional* a la *intensidad de la corriente* que lo produce *(excepto si hay presencia de sustancias ferromagnéticas)*, el *flujo* resulta entonces *proporcional* también a la *intensidad*. De acuerdo a esto, podemos escribir:

$$\Phi = K\, i$$

Donde K es un factor que depende de la forma, dimensiones, etc. del circuito y es *constante* para un circuito dado. Si el circuito tiene *N espiras* y todo el flujo atraviesa cada espira, se deduce:

$$\varepsilon = -N\,\frac{d\Phi}{dt} = -N\,K\,\frac{di}{dt} \qquad (178)$$

Si representamos el producto $N\,K$ por una sola constante L, tenemos:

$$\boxed{\varepsilon = -L\,\frac{di}{dt}} \qquad (179)$$

O sea:

$$L = -\frac{\varepsilon}{di/dt} \qquad (180)$$

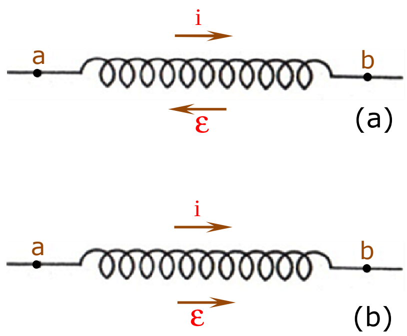
El factor *L* se denomina *coeficiente de autoinducción*, *autoinducción* o *inductancia* del circuito. *"La inductancia de un circuito es un henrio si se induce en el circuito una fem de un voltio cuando la corriente en el mismo varía a razón de un amperio por segundo".*

Como en el caso de la inductancia mutua, de *(178)* puede deducirse otra expresión para la inductancia:

$$L = \frac{N\Phi}{i} \qquad (181)$$

"La inductancia de un circuito es un henrio si una intensidad de corriente de un amperio produce en el circuito un flujo ligado de un weber-vuelta".

Un circuito o una parte de circuito que se comporta de este modo, se representa generalmente por el símbolo 



(a) Si i aumenta, ε es opuesta a i.
(b) Si i disminuye, ε e i son del mismo sentido.
figura 155

El *sentido* de la *fem de autoinducción* se encuentra mediante la *ley de Lenz*. La causa de la fem es un aumento o disminución de la intensidad de corriente. Si la intensidad de la *corriente aumenta*, el *sentido de la fem* inducida es *opuesto* al de la *corriente*. Si la *corriente disminuye*, la *fem* y la *corriente* son del *mismo sentido*. En la *figura 155a*, i aumenta $(di/dt > 0)$, ε es opuesta a i y el punto *a* está a un potencial *superior* al de *b*. En la *figura 155b*, i disminuye $(di/dt < 0)$, ε e i son del mismo sentido y *b* está a un potencial *superior* al de *a* *(siendo R = 0)*.

La diferencia de potencial entre los extremos de una resistencia, depende de la corriente $(V_{ab} = i\,R)$. *La diferencia de potencial entre los extremos de una inductancia, depende de la velocidad de variación de la corriente* $(V_{ab} = -L\;di/dt)$.

De acuerdo a lo expuesto, queda en claro que la fem inducida se opone a la variación de la corriente y no a la corriente misma.

Ejercicio Nº 107: Un arrollamiento toroidal tiene *1 m* de longitud media, *10 cm²* de sección y *1.000 espiras*. Calcular: a) la inductancia; b) el valor y sentido de la fem autoinducida, cuando la corriente en la bobina aumenta a razón de *10 A/s*.

a) *La densidad de flujo dentro del volumen encerrado por el arrollamiento es:* $B = \mu_0 \frac{N\,i}{l}$

y el flujo: $\Phi = B\,A = \mu_0 \frac{A\,N\,i}{l}$

Y dado que todo el flujo atraviesa cada espira:

$$L = \frac{N\,\Phi}{i} = \mu_0 \frac{A\,N^2}{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times \frac{10^{-3} \times 10^{6}}{1} = 1{,}26 \times 10^{-3}\ H$$

b) $$\varepsilon = -L\frac{di}{dt} = -1{,}26 \times 10^{-3} \times 10 = -12{,}6 \times 10^{-3}\ V$$

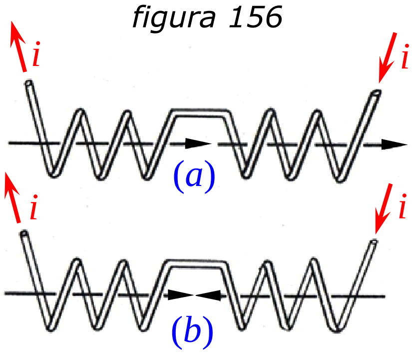
Puesto que la corriente está aumentando, el sentido de esta fem es opuesto al de la corriente.

Asociación de Inductancias:

Las *inductancias* se pueden conectar en *serie*, en *paralelo* o formando *redes* más complicadas. La *inductancia equivalente* a cualquier red se define como *"la razón de la fem total inducida entre los bornes de la red, a la derivada respecto al tiempo de la corriente que origina dicha fem"*. Nosotros sólo veremos inductancias en *serie*.

Consideremos el caso especial de *dos bobinas* cuyas *inductancias* son L_1 y L_2, la *inductancia mutua* es M y se encuentran conectadas en *serie*. Supongamos que estas bobinas están colocadas como se indica en la *figura 156a*, de modo que *el flujo que atraviesa cada una, debido a la corriente que circula por la otra, tiene la misma dirección que el flujo debido a la corriente de la propia bobina*. Entonces, si la *corriente varía*, ambas *fuerzas electromotrices*, de *autoinducción* y de *inducción mutua*, tendrán el mismo sentido:

figura 156



DOS INDUCTANCIAS EN SERIE
(a) flujos del mismo sentido
(b) flujos de sentido opuesto

$$fem\ bobina\ 1\ =\ fem\ autoinducida\ +\ fem\ de\ inducción\ mutua$$

$$fem\ bobina\ 1\ =\ L_1\ \frac{di}{dt}\ +\ M\ \frac{di}{dt}$$

$$fem\ bobina\ 2\ =\ L_2\ \frac{di}{dt}\ +\ M\ \frac{di}{dt}$$

$$fem\ neta\ =\ (L_1\ +\ L_2\ +\ 2\ M)\ \frac{di}{dt}$$

En virtud de su definición, la *inductancia equivalente* es:

$$\boxed{L\ =\ L_1\ +\ L_2\ +\ 2\ M} \qquad (182)$$

Si una de las bobinas está invertida *(figura 156b)*, de modo que el flujo que atraviesa cada una debido a la corriente que circula por la otra tiene sentido opuesto al flujo de la propia bobina, las *fuerzas electromotrices* de *auto-inducción* y de *inducción mutua* tendrán en cada bobina sentidos opuestos. Operando igual que antes, obtenemos:

$$\boxed{L\ =\ L_1\ +\ L_2\ -\ 2\ M} \qquad (183)$$

Evidentemente, si ninguna fracción del flujo ligado a una bobina atraviesa la otra, la inductancia mutua es nula y la inductancia equivalente es simplemente la suma de las inductancias de ambas bobinas.

Si ambas bobinas están devanadas sobre el *mismo núcleo de hierro*, como sucede en un *transformador*, o si estando las *espiras muy próximas*, una bobina se encuentra a continuación de la otra, *todo el flujo creado por una de ellas atraviesa prácticamente a todas las espiras de la otra*. En tal caso:

siendo $$L_1 = \frac{N_1 \Phi_1}{i_1} \quad ; \quad L_2 = \frac{N_2 \Phi_2}{i_2}$$

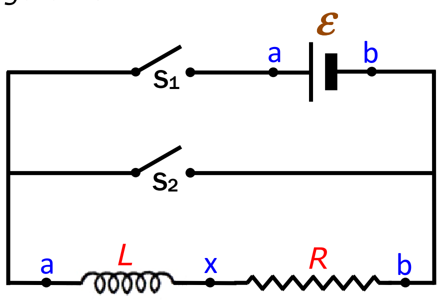
y $$M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{N_1 \Phi_2}{i_2} \quad ; \quad M = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_1}{i_1}$$

Multiplicando estas ecuaciones y reagrupando: $$M^2 = \frac{N_1 \Phi_1}{i_1} \times \frac{N_2 \Phi_2}{i_2} = L_1\ L_2$$

Consecuentemente: $$\boxed{M\ =\ \sqrt{L_1\ L_2}} \qquad (184)$$

Circuito con Inductancia y Resistencia:

figura 157



Circuito que contiene en serie una inductancia y una resistencia

Una inductancia por la cual circula una corriente que aumenta de intensidad, se convierte en un generador de fem cuyo sentido es opuesto al de la corriente. Como consecuencia de esta fuerza contraelectromotriz, la intensidad de la corriente en un circuito inductivo no alcanzará su valor final en el instante mismo de cerrar el circuito, sino que aumentará en una proporción que dependerá de la inductancia y la resistencia del mismo.

La *figura 157* representa una *inductancia sin resistencia* en serie con una *resistencia no inductiva*, una batería de *fem* ε y resistencia interior despreciable y un *interruptor* S_1 *(la función de S_2 se comentará más adelante)*. Sea i la *intensidad* de la corriente en el circuito y di/dt su *derivada*, un cierto instante después de cerrar el interruptor S_1. La *diferencia de potencial* entre los extremos de la *inductancia* es:

$$V_{ax} = L\,\frac{di}{dt}$$

y la *diferencia de potencial* entre los bornes de la *resistencia* será: $V_{xb} = i\,R$

Dado que $\varepsilon = V_{ax} + V_{xb}$, se deduce que $\varepsilon = L\,\dfrac{di}{dt} + i\,R$

de donde: $\dfrac{\varepsilon}{R} = \dfrac{L}{R}\,\dfrac{di}{dt} + i$ *(185)* y $\dfrac{di}{(\varepsilon/R) - i} = \dfrac{R}{L}\,dt$

Como $i = 0$ para $t = 0$, integramos como sigue: $\displaystyle\int_0^i \frac{di}{(\varepsilon/R) - i} = \frac{R}{L}\int_0^t dt$

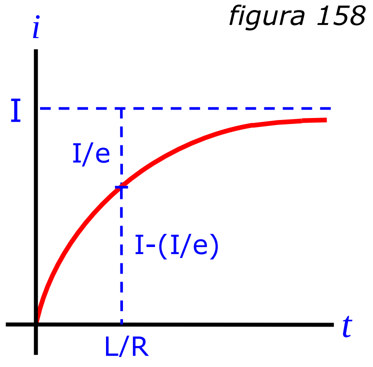
y obtenemos: $-\,ln\,\dfrac{(\varepsilon/R) - i}{\varepsilon/R} = \dfrac{R}{L}\,t$ y $(\varepsilon/R) - i = (\varepsilon/R)\,e^{-(R/L)\,t}$

Finalmente:

$$\boxed{i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-(R/L)\,t}\right)} \qquad (186)$$

Puesto que $(\varepsilon/R) = I$ es igual a la *corriente final* en el circuito:

$$\boxed{i = I\left(1 - e^{-(R/L)\,t}\right)} \qquad (187)$$



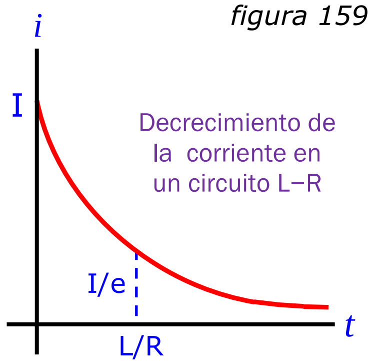
Establecimiento de la corriente en un circuito L−R

Cuando t aumenta, el término exponencial $e^{-(R/L)\,t}$ tiende hacia cero y la corriente tiende hacia su valor final estacionario $I = (\varepsilon/R)$. O sea que la corriente final no depende de la inductancia y es la misma que si hubiese una resistencia pura conectada a una fuente de fem ε. La figura 158 es una representación gráfica de la ecuación (187). La corriente instantánea i crece al principio rápidamente, después aumenta con más lentitud y, por fin, se aproxima asintóticamente al valor final $I = (\varepsilon/R)$. Se define la constante de tiempo del circuito como el tiempo para el cual $(R/L)\,t = 1$, o sea:

$$\boxed{t = L/R}$$

Cuando $t = L/R \;\Rightarrow\; i = \mathrm{I} - (\mathrm{I/e}) \cong 0{,}63\, I$, o sea el 63 % de I, aproximadamente.

Para un circuito con una resistencia dada, este tiempo es tanto mayor cuanto más grande es la inductancia. Así, aunque la gráfica que representa i en función de t tiene la misma forma general cualquiera que sea la inductancia, la corriente crece rápidamente hasta su valor final si L es pequeño y lentamente si L es grande.

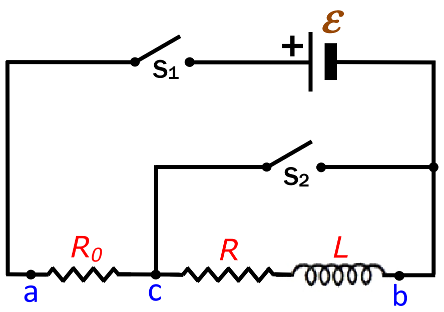


Decrecimiento de la corriente en un circuito L−R

Si hay una corriente constante I en el circuito de la *figura 157* y cerramos el interruptor S_2 *(abriendo simultáneamente el S_1 para desconectar la fuente y evitar dañar la misma)*, la corriente no se reduce instantáneamente a cero, sino que *decrece gradualmente* tal como se representa en la figura *159*, cuya curva es exactamente la inversa de la correspondiente a la figura *158*. La ecuación de esta curva, que puede obtenerse también a partir de la ecuación *(185)*, es:

$$\boxed{i = I\; e^{-(R/L)\,t}} \qquad (188)$$

En este caso, la constante de tiempo L/R es *el tiempo necesario para que la intensidad de la corriente disminuya hasta el 37 % (I/e) de su valor original*.



Ejercicio Nº 108: Una inductancia de resistencia $R = 150\ \Omega$ y coeficiente de autoinducción $L = 4\ H$, en serie con una resistencia no inductiva $R_0 = 50\ \Omega$, se conecta a una diferencia de potencial constante $\varepsilon = 36\ V$ *(ver figura)*. **a)** Inmediatamente después de cerrar s_1, ¿cuáles son la corriente i a través de R_0 y las diferencias de potencial v_{ac} y v_{cb}? **b)** Cuando s_1 ha permanecido cerrado mucho tiempo y la corriente ha alcanzado su valor estable final, ¿cuáles son los valores de i, v_{ac} y v_{cb}? **c)** Determinar las expresiones de i, v_{ac} y v_{cb} en función del tiempo t, a partir del momento en que se cerró s_1. Sus resultados deben concordar con el inciso a) cuando $t = 0$ y con el inciso b) cuando $t \to \infty$.

a) $i_0 = 0 \quad ; \quad v_{ac} = 0 \quad ; \quad v_{cb} = 36\ V$

$(inmediatamente\ después\ de\ cerrar\ s_1, el\ inductor\ se\ opone\ a\ la\ circulación\ de\ la\ corriente)$

b) $$i_0 = \frac{\varepsilon}{R_0 + R} = \frac{36\ V}{50\ \Omega + 150\ \Omega} = 0{,}18\ A$$

$$v_{ac} = i_0\ R_0 = 0{,}18\ A \times 50\ \Omega = 9\ \mathrm{V} \quad ; \quad v_{cb} = \varepsilon - v_{ac} = 36\ V - 9\ V = 27\ V$$

c) $$i(t) = \frac{\varepsilon}{R_{total}}\left(1 - e^{-(R_{total}/L)\,t}\right) = 0{,}18\ A\left(1 - e^{-(50\ s^{-1})\,t}\right)$$

$$v_{ac}(t) = i(t)\ R_0 = 9\ V\left(1 - e^{-(50\ s^{-1})\,t}\right)$$

$$v_{cb}(t) = \varepsilon - i(t)\ R_0 = 36\ V - 9\ V\left(1 - e^{-(50\ s^{-1})\,t}\right) = 9\ V\left(3 + e^{-(50\ s^{-1})\,t}\right)$$

Ejercicio Nº 109: En el ejercicio anterior, una vez que la corriente ha alcanzado su valor estable final, se cierra el interruptor s_2 y queda el inductor en cortocircuito. **a)** Inmediatamente después de cerrar s_2, ¿cuáles son las diferencias de potencial v_{ac} y v_{cb}, y cuáles las corrientes a través de R_0, R y s_2? **b)** Mucho tiempo después de que se haya cerrado s_2, ¿cuáles serán los valores del inciso anterior? **c)** Determinar las expresiones de las corrientes a través de R_0, R y s_2 en función del tiempo t, a partir del momento en que se cerró s_2. Sus resultados deben concordar con el inciso a) cuando $t = 0$ y con el inciso b) cuando $t \to \infty$.

a) $i = 0{,}18\ A$ *(inmediatamente después de cerrar S_2, el inductor mantiene la corriente previa)*

Aplicando las reglas de Kirchhoff a la malla externa:

$$\varepsilon + \varepsilon_L - i\ R - i_0\ R_0 = 36\ V + (0{,}18 \times 150) - (0{,}18 \times 150) - (i_0 \times 50) = 0$$

$$i_0 = \frac{36\ V}{50\ \Omega} = 0{,}72\ A \quad ; \quad v_{ac} = 0{,}72\ A \times 50\ \Omega = 36\ \mathrm{V} \quad ; \quad v_{cb} = 0$$

$$i_{S_2} = i_0 - i = 0{,}72\ A - 0{,}18\ A = 0{,}54\ A$$

b) $v_{ac} = 36\ V \quad ; \quad v_{cb} = 0$

$$i_0 = \frac{\varepsilon}{R_0} = \frac{36\ V}{50\ \Omega} = 0{,}72\ A \quad ; \quad i_R = 0 \quad ; \quad i_{S_2} = 0{,}72\ A$$

c) $i_0 = 0{,}72\ A \quad ; \quad i_R(t) = \dfrac{\varepsilon}{R_{total}}\ e^{-(R/L)\,t} = (0{,}18\ A)\ e^{-(37{,}5\ s^{-1})\,t}$

$$i_{S_2}(t) = 0{,}72\ A\ - (0{,}18\ A)\ e^{-(37{,}5\ s^{-1})\,t} = (0{,}18\ A)\left(4 - e^{-(37{,}5\ s^{-1})\,t}\right)$$

Energía Asociada a una Inductancia:

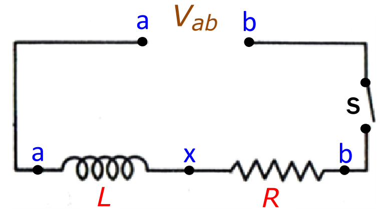


figura 160

Cuando se cierra el interruptor de la *figura 160*, la *corriente* en el circuito *aumenta* desde *cero* hasta un *valor final* V_{ab}/R. En el *instante* en que la corriente es i y *crece* en la proporción di/dt, tenemos:
$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xb} = L\ \frac{di}{dt} + R\ i$$

Por consiguiente, la *potencia suministrada* al circuito en este *instante* es:

$$P = i\ V_{ab} \qquad o\ sea\ \Rightarrow \qquad P = L\ i\ \frac{di}{dt} + R\ i^2 \qquad (189)$$

El término $R\ i^2$ es la potencia suministrada a la *resistencia* *(o sea la cantidad de calor desarrollada en la misma)*. El término $L\ i\ (di/dt)$ es la potencia suministrada a la *inductancia*. *En consecuencia, se suministra energía a la inductancia mientras la corriente está aumentando. Cuando la corriente ha alcanzado su valor final estacionario,* $(di/dt) = 0$ *y cesa el suministro de potencia a la inductancia. La energía que ha sido suministrada a la inductancia se utiliza para establecer el campo magnético que rodea a ésta, quedando almacenada en dicho campo como energía potencial. Si se abre el interruptor, desaparece el campo magnético y la energía pasa nuevamente al circuito. Esta energía cedida es la que mantiene el arco que se observa a veces cuando se abre un interruptor en un circuito inductivo.*

Según la ecuación *(189)*, la *potencia instantánea* suministrada a la *inductancia* es:

$$P = \frac{dW}{dt} = L\,i\,\frac{di}{dt}$$

Por tanto: $dW = L\,i\,di$ y $W = \int dW = \int_0^I L\,i\,di$

Finalmente:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} L\,I^2} \qquad (190)$$

W es la energía suministrada mientras la corriente aumenta desde cero hasta I. Se cede la misma cantidad de energía cuando la corriente desciende a cero.
En la figura 160 se han representado la inductancia y la resistencia del circuito como unidades independientes. El mismo estudio se aplica a una bobina de resistencia R e inductancia L.

Ejercicio Nº 110: Un inductor que tiene un coeficiente de autoinducción de *12 H* y una resistencia de *180 Ω*, conduce una corriente de *0,3 A* cuando se lo conecta a una fuente de energía eléctrica de corriente continua. a) ¿Cuál es la energía almacenada en el campo magnético? b) ¿Con qué velocidad se desprende energía térmica en el inductor? c) ¿Significa su respuesta al inciso anterior que la energía de campo magnético disminuye con el tiempo?

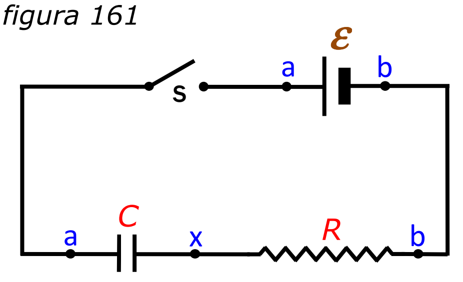
a) $W = \frac{1}{2} L\,I^2 = \frac{1}{2}(12\,H)(0{,}3\,A)^2 = 0{,}54\,J$

b) $P = R\,I^2 = 180\,\Omega\,(0{,}3\,A)^2 = 16{,}2\,W\ (16{,}2\,J/s)$

c) No. Energía magnética y energía térmica son independientes.
Mientras la corriente es continua, la energía magnética es constante.

Circuito con Capacidad y Resistencia:

figura 161



Circuito que contiene en serie una capacidad y una resistencia

Cuando se cierra el interruptor s de la figura 161, la carga del capacitor no aumenta instantáneamente hasta su valor final, sino que tiende hacia ese valor del mismo modo que lo hace la intensidad de la corriente en un circuito que contiene inductancia y resistencia.
Representemos por q la carga del capacitor un cierto instante después de cerrar el interruptor y por i la intensidad de la corriente en el circuito en dicho momento.

Se tienen las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon = V_{ax} + V_{xb} = \frac{q}{C} + R\,i = \frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt}$$

de donde:

$$C\,\varepsilon = R\,C\,\frac{dq}{dt} + q$$

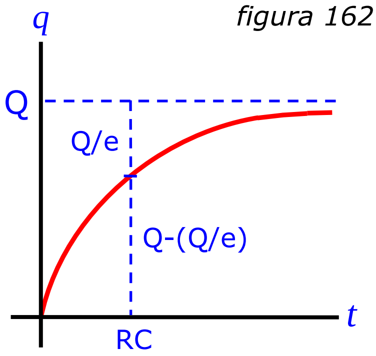
Esta ecuación tiene exactamente la misma forma que la ecuación *(185)*. Por consiguiente, tiene la misma solución:

$$\boxed{q = C\,\varepsilon\,(1 - e^{-t/RC})} \qquad (191)$$

Puesto que $C\,\varepsilon = Q$ es igual a la *carga final* del capacitor:

$$\boxed{q = Q\,(1 - e^{-t/RC})} \qquad (192)$$

figura 162



Carga de un capacitor a través de una resistencia

La figura 162 es la representación gráfica de esta ecuación. La carga se aproxima asintóticamente a su valor final y se requiere un tiempo infinito para que el condensador quede completamente cargado. La constante de tiempo del circuito es igual a RC, siendo ésta el tiempo necesario para que la carga del capacitor aumente hasta el 63 % de Q.

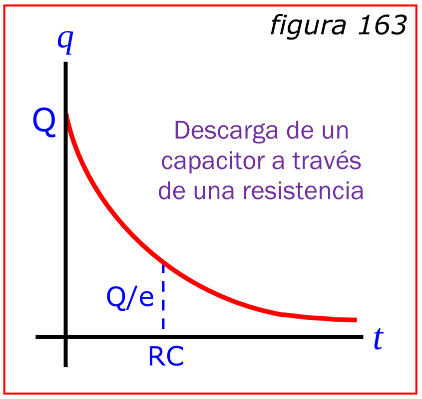
Cuando RC es pequeña, el capacitor se carga rápidamente; cuanto más grande es RC, tanto más tiempo toma el proceso de carga.

Dado que $i = dq/dt$, la ecuación que da la corriente de carga puede obtenerse a partir de la ecuación (192) por diferenciación. Se encuentra:

$$\boxed{i = I\,e^{-t/RC}} \qquad (193)$$

La corriente de carga inicial (para t = 0) es la misma que si el circuito sólo tuviese la resistencia R y luego disminuye exponencialmente en la misma forma que aumenta la carga, descendiendo a un valor igual a 1/e de su valor inicial después de transcurrido un tiempo igual a la constante de tiempo.

Si se desconecta la batería estando el capacitor cargado y se conectan entre sí los bornes *a* y *b*, es fácil demostrar que *la carga disminuye con el tiempo* como se representa en la *figura 163*, de acuerdo con la ecuación:



$$\boxed{q = Q\, e^{-t/RC}} \qquad (194)$$

La corriente de descarga viene dada por:

$$\boxed{i = -I\, e^{-t/RC}} \qquad (195)$$

Las curvas de las figuras 162 y 163, representan también la variación de la diferencia de potencial entre las armaduras del capacitor, ya que esta diferencia de potencial es proporcional a la carga.

Ejercicio Nº 111: Un capacitor de 4,6 μF que inicialmente está sin carga, se conecta en serie con un resistor de 7,5 $k\Omega$ y una fuente de fem con ε = 125 V y resistencia interna insignificante. Inmediatamente después de cerrar el circuito, ¿cuál es: a) la caída de tensión entre los extremos del capacitor, b) la caída de tensión entre los extremos del resistor, c) la carga del capacitor, d) la corriente a través del resistor? e) Mucho tiempo después de haber cerrado el circuito, ¿cuáles son los cuatro valores anteriores?

a) Inmediatamente después de cerrar el circuito no hay tensión sobre el capacitor, ya que todavía no tiene carga alguna.

b) Toda la tensión de la fuente queda aplicada sobre el resistor, así que:
$V_R = \varepsilon = 125\ V$.

c) No hay carga sobre el capacitor.

d) $i_R = \varepsilon / R_{total} = 125\ V / 7.500\ \Omega = 0{,}0167\ A$

e) $V_C = 125\ V$; $V_R = 0$; $i_R = 0$

$q = C\, V_C = (4{,}6 \times 10^{-6}\ F)\,(125\ V) = 5{,}75 \times 10^{-4}\ C$

Ejercicio Nº 112: Se conecta un capacitor de 12 μF, a través de un resistor de 1 $M\Omega$, a una diferencia de potencial constante de 60 V. a) Calcular la carga del capacitor a los 5 s después de establecer la conexión. b) Calcular la corriente de carga en el mismo instante.

a) $$RC = (1 \times 10^6 \Omega)(12 \times 10^{-6} F) = 12\ s$$

$$q = C\,\varepsilon\,(1 - e^{-t/RC}) = (12 \times 10^{-6}\ F)(60\ V)\left(1 - e^{-(5\,s/12\,s)}\right) = 2{,}45 \times 10^{-4}\ C$$

b) $$i = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-t/RC} = \frac{60\ V}{1 \times 10^6\ M\Omega}\, e^{-(5\,s/12\,s)} = 3{,}95 \times 10^{-5}\ A$$

Ejercicio Nº 113: Se carga un capacitor a un potencial de 12 *V* y luego se lo conecta a un voltímetro con una resistencia interna de 3,4 $M\Omega$. Al cabo de un tiempo de 4 *s*, la lectura del voltímetro es de 3 V. ¿Cuál es la capacidad?

$$q = Q\, e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad v\, C = VC\, e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad v\ = V\, e^{-t/RC}$$

$$v = V\, e^{-t/RC} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{t}{R\, ln\,(v_0/v)} = \frac{4\ s}{(3{,}4 \times 10^6 \Omega)[ln\,(12/3)]} = 84{,}9\ \ \mu F$$

☆