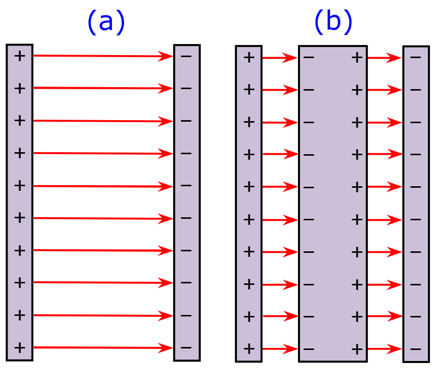
II. Propiedades Eléctricas de la Materia

Estructura Molecular de un Dieléctrico:

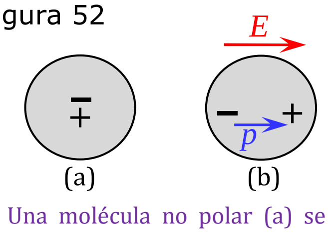
Cuando un cuerpo conductor se coloca dentro de un campo eléctrico, los electrones libres situados dentro de él se mueven de modo que en el interior del conductor el campo se anule y constituya un volumen equipotencial. En la figura 51a se representa el campo eléctrico creado por dos conductores planos y paralelos que poseen cargas iguales y opuestas. Al introducir en el campo un conductor descargado, las cargas libres se reagrupan inmediatamente y el efecto es el de la figura 51b, donde: a) en el espacio comprendido entre el conductor y las láminas, el campo es el mismo que antes de introducir el conductor; b) todas las líneas de campo que se inician sobre la lámina positiva terminan sobre las cargas negativas inducidas en la cara izquierda del conductor; c) un número igual de líneas de campo, que parten de las cargas positivas inducidas sobre la cara derecha del conductor, terminan sobre las cargas negativas de la otra lámina; d) las cargas inducidas en las caras del conductor son iguales y de signo opuesto a las cargas iniciales sobre las láminas; e) las cargas del conductor neutralizan las cargas de las láminas y, por lo tanto, el campo en el interior del conductor es nulo.



(a) CAMPO ELÉCTRICO ENTRE DOS LÁMINAS CARGADAS. (b) CAMPO RESULTANTE CUANDO UN CONDUCTOR SE ENCUENTRA ENTRE DOS LÁMINAS CARGADAS.

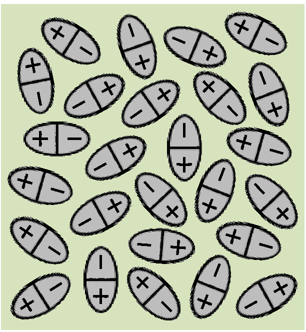
figura 51

figura 52

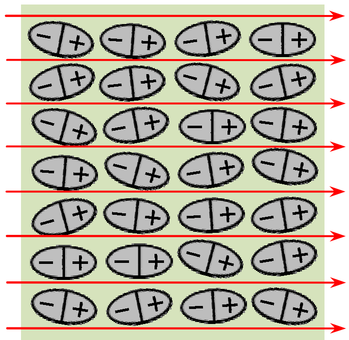


Una molécula no polar (a) se convierte en un dipolo inducido (b) en presencia de un campo exterior.

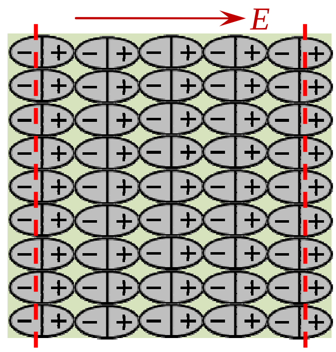
Consideremos ahora el comportamiento de un DIELÉCTRICO *(material no conductor o aislante)* en el mismo campo eléctrico. Las *moléculas de un dieléctrico* pueden clasificarse en *polares* y *no polares*. Una *molécula no polar* es aquella en la cual *el centro de las cargas positivas coincide con el centro de las cargas negativas (figura 52a)*. En una *molécula polar*, llamada *dipolo permanente*, estos centros no coinciden. En presencia de un campo eléctrico, las cargas de una *molécula* *no polar* se desplazan formando un *dipolo inducido* en la dirección del campo *(figura 52b)*. En ausencia de un campo eléctrico, una *molécula* *polar* se orienta al *azar* *(figura 53)*, mientras que en presencia de un



MOLÉCULAS POLARES ORIENTADAS AL AZAR EN AUSENCIA DE UN CAMPO ELÉCTRICO
figura 53



MOLÉCULAS POLARES PARCIALMENTE ALINEADAS CON UN CAMPO ELÉCTRICO
figura 54



DISTRIBUCIÓN DE CARGAS DENTRO DE LAS MOLÉCULAS DE UN DIELÉCTRICO
figura 55

campo eléctrico se orienta en la *dirección del mismo* *(figura 54)* de *modo parcial*, tanto más cuanto mayor es la intensidad del campo *(sólo nos interesa la componente del momento del dipolo $\vec{p}$ en la dirección del campo exterior)*.

Si la polarización es *inducida* *(dieléctrico no polar)* o debida a la alineación de *dipolos permanentes* *(dieléctrico polar)*, la *distribución de cargas* dentro de las *moléculas de un dieléctrico* situado en un *campo exterior* será, en todos los casos, la representada en la *figura 55*. Tanto el *dieléctrico entero* como cualquier *molécula aislada*, se dice que *están polarizados*. En el interior de las dos capas superficiales infinitamente delgadas que indican las dos líneas de trazos rojos *(figura 55)*, hay un exceso de carga, negativa en una capa y positiva en la otra. Estas capas constituyen las *capas superficiales inducidas*. Sin embargo, *las cargas no son libres*, sino que *cada una está ligada a una molécula* que se encuentra en la superficie o próximo a ella; de hecho, se les llama *cargas ligadas* para distinguirlas de las cargas libres. *Dentro* del resto del *dieléctrico* la *carga neta* sigue siendo *nula*. El *estado interior* de un *dieléctrico polarizado* se caracteriza, por tanto, *no por un exceso de carga*, sino por un *desplazamiento relativo de las cargas dentro de él*.

La *figura 56a* representa el campo creado por un par de láminas planas y para-

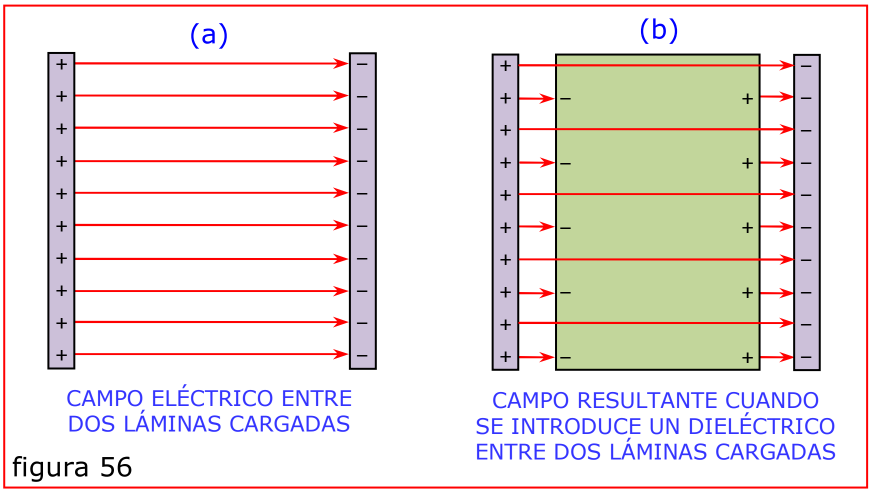
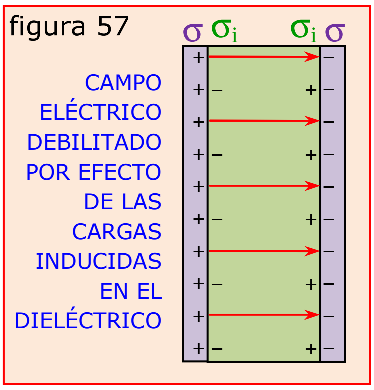


figura 56

lelas que poseen cargas del mismo valor y signo opuesto. La *figura 56b* representa el *campo resultante* luego de introducir un *dieléctrico*. El *campo adicional* creado dentro del dieléctrico por sus cargas superficiales inducidas, es *opuesto* al *campo inicial*; pero dado que las cargas en el dieléctrico no son libres de moverse indefinidamente, *su desplazamiento no continúa hasta un estado tal que el campo inducido iguale al campo inicial*. *El campo dentro del dieléctrico está debilitado*, pero *no anulado*. Algunas de las *líneas de campo* que salen de la lámina positiva, *penetran en el dieléctrico*; otras terminan en las *cargas inducidas* sobre las *caras de este dieléctrico*.

Susceptibilidad y Permitividades Específica y Relativa:

figura 57


En la *figura 57* están representados el campo eléctrico entre un par de láminas que poseen cargas opuestas y las *cargas inducidas sobre las superficies de un dieléctrico* contiguo a las láminas. Despreciando el efecto de los bordes, la *densidad superficial de las cargas inducidas* sobre el dieléctrico será uniforme por razones de simetría. Se representa por σ_i la *carga inducida por unidad de superficie* y por σ la *carga por unidad de superficie de las láminas*. La primera es la *carga ligada* y la segunda es la *carga libre*.

Las *cargas inducidas* *neutralizan* una parte de las cargas libres y reducen la densidad superficial efectiva de σ a $(\sigma - \sigma_i)$. El *campo eléctrico resultante* dentro del dieléctrico es, por lo tanto:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma_i) = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma - \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma_i \qquad (58)$$

El *primer término* representa la *componente del campo* debido a las *cargas libres* localizadas en las *láminas*. El *segundo término*, de *sentido contrario*, es el *campo creado por las cargas inducidas*.

Puesto que las *cargas inducidas* son originadas por el campo *E*, el valor de las mismas dependerá de éste y también del material que forme el dieléctrico. *La razón de la densidad de carga inducida σ_i a la intensidad E del campo eléctrico resultante*, se denomina *SUSCEPTIBILIDAD ELÉCTRICA* *del material* y se representa por η:

$$\eta = \frac{\sigma_i}{E} \quad ; \quad \sigma_i = \eta E \qquad (59)$$

NOTA: Más adelante, al considerar el tema "Polarización", veremos una definición más general de η.

Cuanto mayor es la susceptibilidad de un material, tanto mayor es la carga inducida en un campo dado. A temperatura constante y en campos no demasiado elevados, la susceptibilidad de un material es constante e independiente de E. Es decir, la densidad superficial de carga inducida es proporcional al campo resultante.

Las *dimensiones de la susceptibilidad* son las de una densidad superficial de carga dividida por una intensidad de campo eléctrico: $(C/m^2)/(N/C) = C^2/N.m^2$

En función de la susceptibilidad, la ecuación *(58)* se convierte en:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma - \frac{1}{\varepsilon_0}\eta E$$

O sea:

$$E = \frac{\sigma}{\left(1 + \frac{\eta}{\varepsilon_0}\right)\varepsilon_0} \qquad (60)$$

Representamos el término entre paréntesis por el símbolo *K*:

$$\boxed{K = 1 + \frac{\eta}{\varepsilon_0}} \qquad (61)$$

La ecuación *(60)* se convierte entonces en:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{K\,\varepsilon_0}} \qquad (62)$$

El producto $K\,\varepsilon_0$ se denomina PERMITIVIDAD ESPECÍFICA *del dieléctrico* y se representa por ε:

$$\boxed{\varepsilon = K\,\varepsilon_0} \qquad (63)$$

En el vacío, donde $\eta = 0$, es $K = 1$ y $\varepsilon = \varepsilon_0$.

La magnitud K *(también se representa por ε_r)* se denomina PERMITIVIDAD RELATIVA *del dieléctrico* y la ecuación *(61)* puede considerarse como su definición *(es muy común que se la llame CONSTANTE DIELÉCTRICA, lo cual no resulta muy acertado, ya que puede depender de la temperatura y del campo eléctrico)*. La *permitividad relativa* es un *número abstracto*, puesto que η/ε_0 y $\varepsilon/\varepsilon_0$ también lo son *(las unidades del numerador y el denominador son iguales en ambos casos: $C^2/N.m^2$)*.

Las *propiedades dieléctricas* de una sustancia están completamente determinadas *si se conoce una cualquiera* de las tres magnitudes η, K y ε, que están ligadas por las siguientes ecuaciones:

$$K = 1 + \frac{\eta}{\varepsilon_0} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$
$$\varepsilon = \varepsilon_0\,K = \varepsilon_0 + \eta \qquad (64)$$
$$\eta = \varepsilon_0\,(K-1) = \varepsilon - \varepsilon_0$$

La *única razón* de introducir estas tres magnitudes es *simplificar* la forma de *ciertas ecuaciones* usuales. En la *tabla* de la página siguiente figuran algunos valores típicos de K, especificados a *temperatura ambiente* y *presión normal*.

Ejercicio Nº 34: La susceptibilidad eléctrica de una sustancia es 35,4 x 10^{-12} C^2/Nm^2. ¿Cuáles son los valores de la permitividad relativa y de la permitividad específica para dicha sustancia?

$$K = 1 + (\eta/\varepsilon_0) = 1 + (35{,}4\times10^{-12}/8{,}85\times10^{-12}) = 5$$
$$\varepsilon = K\,\varepsilon_0 = 5\times 8{,}85\times10^{-12} = 44{,}25\times10^{-12}\ C^2/Nm^2$$

Ejercicio Nº 35: Dos láminas conductoras paralelas de 1 m^2 de superficie, reciben cargas iguales y opuestas de 30 μC cada una. Un dieléctrico de permitividad específica igual a 15 x 10^{-12} C^2/Nm^2, ocupa el espacio comprendido entre ambas láminas. Calcular: a) el campo eléctrico resultante en el dieléctrico; b) la densidad superficial de carga inducida sobre las caras del mismo; c) la componente del campo resultante en el dieléctrico debida a la carga libre; d) la componente debida a la carga inducida.

a) $\sigma = q/A = (30 \times 10^{-6}\ C\,)/(1\,m^2) = 30 \times 10^{-6}\ \ C/m^2$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{30 \times 10^{-6}}{15 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^6\ \ V/m\ \ (\text{ó } N/C)$$

b) $\sigma_i = \eta\, E = (\varepsilon - \varepsilon_0)\, E = (15 \times 10^{-12} - \ 8{,}85 \times 10^{-12})\ 2 \times 10^6 = 12{,}3 \times 10^{-6}\ \ C/m^2$

c) $$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{30 \times 10^{-6}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 3{,}39 \times 10^6\ \ V/m$$

d) $$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_0} = \frac{12{,}3 \times 10^{-6}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 1{,}39 \times 10^6\ \ V/m$$

El campo eléctrico resultante es $E = E_0 - E_i = 2 \times 10^6\ \ V/m$, que coincide con la solución hallada en a).

PERMITIVIDAD RELATIVA DE ALGUNAS SUSTANCIAS					
MATERIAL	ε_r	MATERIAL	ε_r	MATERIAL	ε_r
Vacío	1	Cuarzo	4,5	Polietileno	2,25
Aire (1 atm)	1,0006	Mármol	8	Porcelana	7
Aire (100 atm)	1,06	Mica	5,4	PVC	3,4
Aceite transform.	2,5	Neopreno	6,7	Resina fenólica	8
Agua (pura)	80	Nylon	3,4	Silicio	12
Bakelita	3,6	Papel	3,5	Teflón	2,1
Caucho	4	Poliamida	5	Titanato estroncio	233
Cerámica titania	130	Poliestireno	2,56	Vidrio	5,6

Generalización del Teorema de Gauss. Desplazamiento:

La figura 58 representa un dieléctrico entre dos láminas con cargas iguales y opuestas, en donde una superficie de Gauss está indicada por una línea de trazos que atraviesa parte del dieléctrico.

Se representan por σ la *densidad superficial de carga* sobre las láminas y por σ_i la *densidad superficial de carga inducida* sobre las caras del dieléctrico. Las

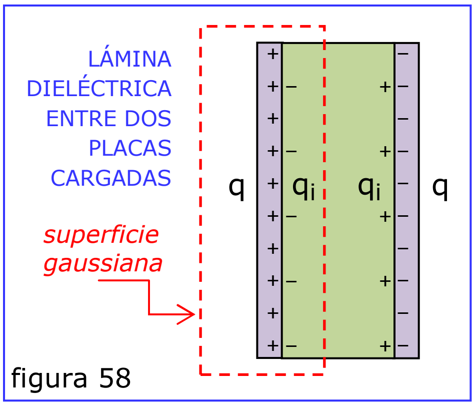


figura 58

cantidades correspondientes de carga son $q = \sigma A$ y $q_i = \sigma_i A$, siendo A el área de las láminas. El *campo dentro del dieléctrico* es:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma - \sigma_i) = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{1}{A}(q - q_i)$$

Por tanto:

$$EA = \frac{1}{\varepsilon_0}(q - q_i)$$

Pero el producto EA es el *flujo total* que atraviesa hacia afuera la superficie de Gauss, puesto que el campo es nulo en todos los puntos de dicha superficie situados fuera del dieléctrico. El término $(q - q_i)$ es la *carga neta encerrada* en el interior de la superficie, es decir la suma algebraica de las *cargas libres* y de las *cargas inducidas*. Para poner de manifiesto explícitamente este resultado, escribimos la ecuación *(29)* *(pág. 36)* de la *Ley de Gauss* en la forma siguiente:

$$\varepsilon_0 \oint E\cos\phi\, dA = q + q_i \qquad (65)$$

Por otra parte, según la ecuación *(62)*:

$$E = \frac{\sigma}{K\,\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{q}{A}$$

y por tanto:

$$(\varepsilon E) \times A = q \qquad (66)$$

El *producto* εE en un punto cualquiera de un *dieléctrico*, se denomina *DESPLAZAMIENTO* *en el punto* y se representa por D:

$$\boxed{D = \varepsilon E} \qquad (67)$$

Como ε se mide en C^2/Nm^2 y E en N/C, la unidad de Desplazamiento es C/m^2 *(igual que para densidad superficial de carga)*.

El *desplazamiento* D es una *magnitud vectorial* cuya *dirección* en cada punto es la *misma* que la del *campo eléctrico* E, pero cuyo *módulo* es ε *veces* el de dicho *campo*.

Como el campo eléctrico, el desplazamiento puede representarse por líneas llamadas líneas de desplazamiento. La tangente a estas líneas en cada punto, tiene la dirección del desplazamiento.

La ecuación *(66)* toma ahora la forma:

$$\boxed{D\,A = q} \qquad (68)$$

Pero el producto DA es proporcional al *flujo eléctrico* que atraviesa hacia afuera la *superficie gaussiana* en la *figura 58* y q es la *carga libre* dentro de dicha superficie. Podemos entonces generalizar esta relación conforme a la ecuación *(65)* y establecer que: *la integral de superficie de la componente normal de D extendida a una superficie cerrada es igual a la carga libre encerrada por la superficie*:

$$\boxed{\oint D\cos\phi\; dA = Q_{enc.libre}} \qquad (69)$$

que es la *Ley de Gauss en un dieléctrico*.

En forma vectorial:

$$\boxed{\oint \vec{D}\,.\,d\vec{A} = Q_{enc.libre}}$$

También:

$$\boxed{\oint K\,\vec{E}\,.\,d\vec{A} = \frac{Q_{enc.libre}}{\varepsilon_0}}$$

Aplicando la ecuación (69), podemos determinar el comportamiento del campo eléctrico en el caso de la figura 59, donde se representa un par de láminas paralelas con cargas de signos opuestos y entre las cuales se encuentran dos dieléctricos distintos. La línea de trazos indica una superficie de Gauss.

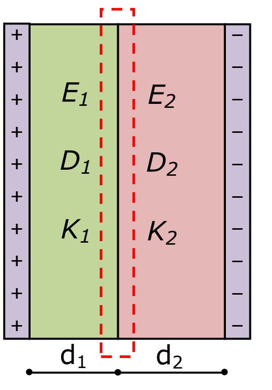


figura 59

Puesto que la carga libre dentro de la superficie es nula y el sentido de D es de izquierda a derecha en cada dieléctrico, es:

$$\int D\cos\emptyset\; dA = -D_1 A + D_2 A = 0$$

O sea que $\boxed{D_1 = D_2}$. *El desplazamiento es, por consiguiente, el mismo en cada dieléctrico. De las ecuaciones (67) y (63) deducimos:* $\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_0\,K_1\,E_1 = \varepsilon_0\,K_2\,E_2$

De donde:

$$\boxed{\frac{E_1}{E_2} = \frac{K_2}{K_1}} \qquad (70)$$

Es decir, los campos eléctricos son inversamente proporcionales a las correspondientes permitividades relativas.

Ejercicio Nº 36: Calculemos de nuevo el campo eléctrico resultante en el interior del dieléctrico del ejercicio anterior *(nº 35)*, utilizando el concepto de *desplazamiento*.

Aplicando el teorema de Gauss a una superficie cerrada que rodee a una cualquiera de las láminas y atraviese el dieléctrico *(como en la figura 58)*, se obtiene:

$$\int D\cos\emptyset\, dA = D\,A = q \qquad de\ donde\ \Rightarrow \qquad \boxed{D = \frac{q}{A} = \sigma} = 30\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

Luego: $$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{30\times10^{-6}}{15\times10^{-12}} = 2\times10^{6}\ \ V/m$$

Ejercicio Nº 37: Dos láminas conductoras paralelas, separadas una distancia de 5 mm, reciben densidades superficiales de carga iguales y opuestas de 20 $\mu C/m^2$. El espacio comprendido entre las láminas está ocupado por dos capas de dieléctrico, una de 2 mm de espesor y otra de 3 mm de espesor; la primera tiene una permitividad relativa K_1 = 3 y la segunda K_2 = 4. Calcular: a) la intensidad del campo eléctrico en cada dieléctrico; b) el desplazamiento en cada uno; c) la densidad superficial de carga inducida sobre cada dieléctrico.

a) $$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma}{K_1\varepsilon_0} = \frac{20\times10^{-6}}{3\times8{,}85\times10^{-12}} = 7{,}53\times10^{5}\ \ V/m$$

$$E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_2} = \frac{\sigma}{K_2\varepsilon_0} = \frac{20\times10^{-6}}{4\times8{,}85\times10^{-12}} = 5{,}65\times10^{5}\ \ V/m$$

b) $$D_1 = D_2 = \sigma = 20\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

$$Verificación:$$

$$D_1 = \varepsilon_1\, E_1 = (3\times8{,}85\times10^{-12})(7{,}53\times10^{5}) = 20\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

$$D_2 = \varepsilon_2\, E_2 = (4\times8{,}85\times10^{-12})(5{,}65\times10^{5}) = 20\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

c) $$\eta_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_0 = (3\times8{,}85\times10^{-12}) - (8{,}85\times10^{-12}) = 1{,}770\times10^{-11}\ \ C^2/Nm^2$$

$$\eta_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_0 = (4\times8{,}85\times10^{-12}) - (8{,}85\times10^{-12}) = 2{,}655\times10^{-11}\ \ C^2/Nm^2$$

$$\sigma_{1_i} = \eta_1\, E_1 = (1{,}770\times10^{-11})\left(7{,}53\times10^{5}\right) = 13{,}33\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

$$\sigma_{2_i} = \eta_2\, E_2 = (2{,}655\times10^{-11})\left(5{,}65\times10^{5}\right) = 15{,}00\times10^{-6}\ \ C/m^2$$

$$Verificación\ de\ E_1\ y\ E_2:$$

$$E = E_0 - E_i = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma-\sigma_i}{\varepsilon_0}\ \begin{cases} E_1 = \dfrac{(20\times10^{-6})-(13{,}33\times10^{-6})}{8{,}85\times10^{-12}} = 7{,}53\times10^{5}\ \ V/m \\[2ex] E_2 = \dfrac{(20\times10^{-6})-(15{,}00\times10^{-6})}{8{,}85\times10^{-12}} = 5{,}65\times10^{5}\ \ V/m \end{cases}$$

Polarización. Relación entre los Vectores D, E y P:

Hemos visto que las *cargas superficiales* aparecen como resultado de la *polarización* u *orientación* de las *moléculas del dieléctrico*, de modo que se trata en realidad de un *fenómeno de volumen* y no meramente de un fenómeno superficial.

El *momento dipolar* de una *molécula polarizada* se define como el *producto* de una de sus *cargas* (q) por la *distancia* (l) que las separa. Para simplificar, supongamos que todas las moléculas polarizadas de un dieléctrico tienen el *mismo* momento dipolar $q\,l$ y que hay *n* de estas *moléculas* por unidad de volumen, todas ellas *alineadas* en el mismo sentido. Entonces, el *grado de polarización* se medirá por el producto del momento dipolar de cada molécula por el número de ellas por unidad de volumen, o sea el *momento dipolar por unidad de volumen*. Este producto se denomina POLARIZACIÓN *del dieléctrico* y se representa por *P*:

$$P = n\,q\,l$$

La polarización puede expresarse de otro modo. Sea q_i la *carga inducida* en cada superficie de una *lámina polarizada* de *área A* y *espesor d*. Considerando la lámina entera como un *gran dipolo*, su momento dipolar es $q_i d$ y *su* momento dipolar por unidad de volumen o *polarización* *P* será:

$$P = \frac{q_i\,d}{A\,d} = \frac{q_i}{A} = \sigma_i$$

O sea que, el *momento dipolar por unidad de volumen* *es igual* (en este caso especial) a la *densidad superficial de carga inducida*. *Si se desea considerar la influencia del campo como fenómeno superficial, lo definiremos en función de σ_i; pero si lo consideramos como fenómeno de volumen, se definirá en función del momento dipolar por unidad de volumen. Ambos son numéricamente iguales y se expresan como carga por unidad de superficie.*

La *susceptibilidad eléctrica* se definió anteriormente como $\eta = \sigma_i/E$. Puesto que la polarización y la densidad de carga inducida son iguales, se puede definir también la SUSCEPTIBILIDAD como *razón de la polarización P a la intensidad E del campo eléctrico resultante*:

$$\eta = \frac{P}{E} \qquad ; \qquad P = \eta\, E \qquad (71)$$

La ecuación (71) constituye la definición correcta de susceptibilidad eléctrica, en lugar de la anterior ecuación (59).

En el caso especial considerado de una lámina plana de material dieléctrico intercalada en un campo eléctrico perpendicular a sus caras, la polarización es constante a través del dieléctrico e igual numéricamente a la densidad superficial de carga inducida.

En casos más generales la carga inducida puede no estar enteramente confinada en las superficies del dieléctrico y la polarización variará de un punto al otro. La susceptibilidad eléctrica se define entonces, en cualquier punto, como la razón de la polarización en dicho punto a la intensidad del campo eléctrico en el mismo.

Aquellas sustancias cuyas moléculas son dipolos permanentes presentan una variación de la susceptibilidad con la temperatura, mientras que las sustancias no polares no la presentan.

Resulta útil obtener una relación que exprese la *polarización P* de un dieléctrico en función del *desplazamiento D* y de la *intensidad E del campo eléctrico* en el mismo. De las ecuaciones *(67)* y *(64)* se deduce:

$$D = \varepsilon\, E = (\varepsilon_0 + \eta)\, E = \varepsilon_0\, E + \eta\, E = \varepsilon_0\, E + P$$

$$\boxed{D = \varepsilon_0\, E + P} \qquad (72)$$

La ecuación (72) constituye una definición del desplazamiento más general que la ecuación (67). Si un dieléctrico es anisótropo (propiedades físicas variables con la dirección)*, la permitividad ε no puede representarse por un simple número y la ecuación (67) carece de significado. El Desplazamiento D y la intensidad E del campo eléctrico en tal dieléctrico tienen, en general, direcciones distintas. Pero la ecuación (72) se aplica en todos los casos, teniendo en cuenta que ha de considerarse como una ecuación vectorial:*

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0\, \vec{E} + \vec{P}} \qquad (73)$$

Ejercicio Nº 38: Calculemos nuevamente el desplazamiento en cada dieléctrico del ejercicio anterior *(nº 37)*, utilizando el concepto de *polarización*.

Ambos dieléctricos están constituidos por una lámina plana intercalada en un campo eléctrico perpendicular a sus caras. En este caso especial, tendremos:

$$P_1 = \sigma_{1_i} = 13{,}33 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

$$P_2 = \sigma_{2_i} = 15{,}00 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

$$D_1 = \varepsilon_0\, E_1 + P_1 = (8{,}85 \times 10^{-12})(7{,}53 \times 10^5) + 13{,}33 \times 10^{-6} = 20 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

$$D_2 = \varepsilon_0\, E_2 + P_2 = (8{,}85 \times 10^{-12})(5{,}65 \times 10^5) + 15{,}00 \times 10^{-6} = 20 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

$$Se\ verifica\ que:\quad D_1 = D_2 = \sigma = 20 \times 10^{-6}\ C/m^2$$

Ejercicio Nº 39: Dos láminas conductoras con cargas opuestas tienen numéricamente la misma densidad superficial de carga. Están separadas por un dieléctrico de 5 mm de espesor y permitividad relativa K = 3. La intensidad del campo eléctrico resultante en el dieléctrico es de 10^6 V/m. Calcular: a) el desplazamiento en el dieléctrico; b) la densidad superficial de carga libre sobre las láminas conductoras; c) la polarización del dieléctrico; d) la densidad superficial de carga inducida sobre el dieléctrico; e) la componente de la intensidad del campo eléctrico debida a la carga libre; f) la componente de la intensidad del campo eléctrico debida a la carga inducida.

a) $D = \varepsilon\, E = K\, \varepsilon_0\, E = 3 \times (8{,}85 \times 10^{-12})(10^6) = 26{,}55 \times 10^{-6}\ C/m^2$

b) $\sigma = K\, \varepsilon_0\, E = \varepsilon\, E = D = 26{,}55 \times 10^{-6}\ C/m^2$

c) $\eta = \varepsilon_0\,(K-1) = (8{,}85 \times 10^{-12}) \times 2 = 1{,}77 \times 10^{-11}\ C^2/Nm^2$

$P = \eta\, E = (1{,}77 \times 10^{-11})(10^6) = 1{,}77 \times 10^{-5}\ C/m^2$

d) $\sigma_i = \eta\, E = P = 1{,}77 \times 10^{-5}\ C/m^2\ \ (caso\ especial\ indicado\ en\ el\ problema\ anterior)$

e) $E_0 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} = \dfrac{26{,}55 \times 10^{-6}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 3 \times 10^6\ V/m$

f) $E_i = \dfrac{\sigma_i}{\varepsilon_0} = \dfrac{1{,}77 \times 10^{-5}}{8{,}85 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^6\ V/m$

$$Verificación:\quad E = E_0 - E_i = (3 \times 10^6\ ) - (2 \times 10^6\ ) = 10^6\ V/m$$