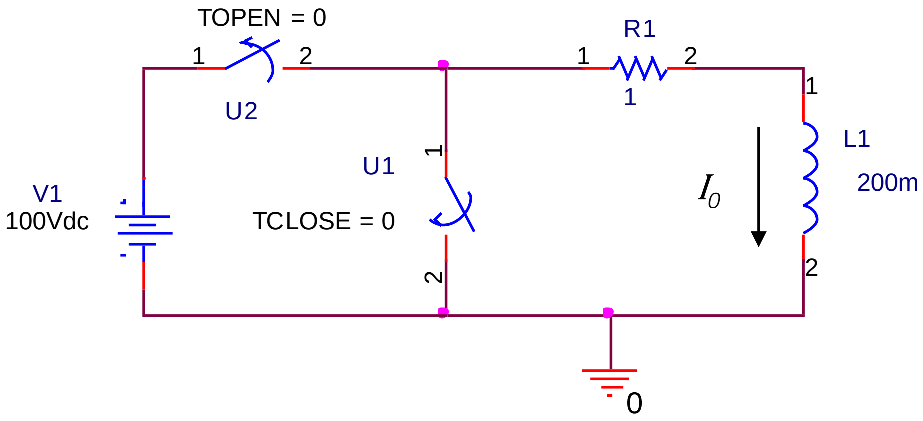
Circuitos de Primer orden sin fuentes

- *CIRCUITO RL SIN FUENTES*



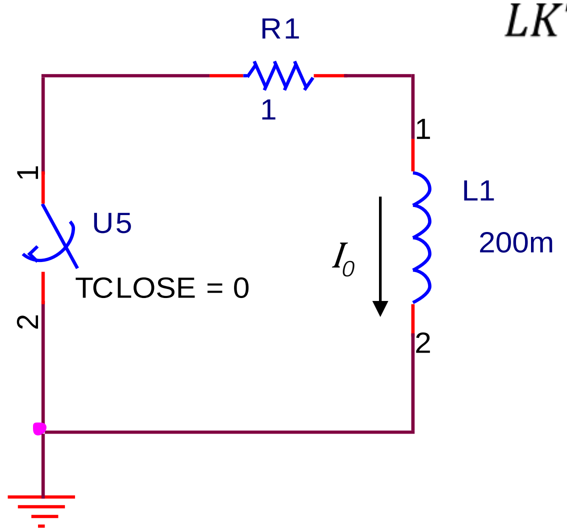
$$W = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Corriente inicial en el Inductor I_0

$$i_{L(0^+)} = i_{L(0^-)} = I_0$$

$$i(t)\ para\ un\ valor\ de\ tiempo\ t > 0$$

$$LKT$$



$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

Ecuacion diferencial de primer orden

Cómo solución,
Planteo una
Función exponencial

$$\begin{cases} i(t) = Ae^{st} \\ \dfrac{di}{dt} = sAe^{st} \end{cases}$$

$$R\,Ae^{st} + L\,sAe^{st} = 0$$

$$(R + Ls) = 0 \qquad \boldsymbol{A \neq 0}$$

$$Ae^{st}(R + Ls) = 0$$

$$s = -\frac{R}{L}$$

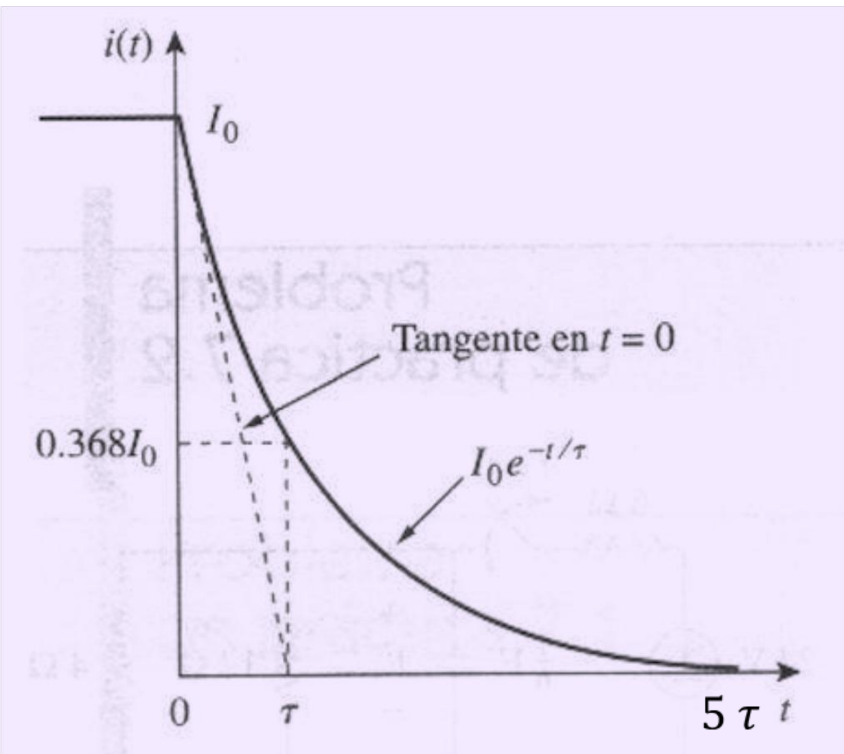
$$i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Para determinar “A” nos fijamos en la condiciones iniciales del circuito para el tiempo t = 0

$$i_{(0)t} = I_0$$

$$i_{(0)t} = I_0 = Ae^{-\frac{R}{L}0} \qquad I_0 = Ae^0 \qquad I_0 = A$$

$$\boxed{i(t) = I_0\, e^{-\frac{R}{L}t}}$$



$$\boxed{i(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\frac{L}{R}}}}$$

$$\boxed{i(t) = I_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$ Constante de tiempo

$$t = \tau$$

$$i(\tau) = I_0\, e^{-1} = \frac{I_0}{e} = 0.36I_0$$

$$i(5\tau) \cong 0 \quad se\ considera\ finalizado\ el\ tiempo\ o\ periodo\ transitorio$$

Ejemplo I

El interruptor del circuito de la figura 7.16 ha estado cerrado mucho tiempo. En $t = 0$, el interruptor se abre. Calcule $i(t)$ para $t > 0$.

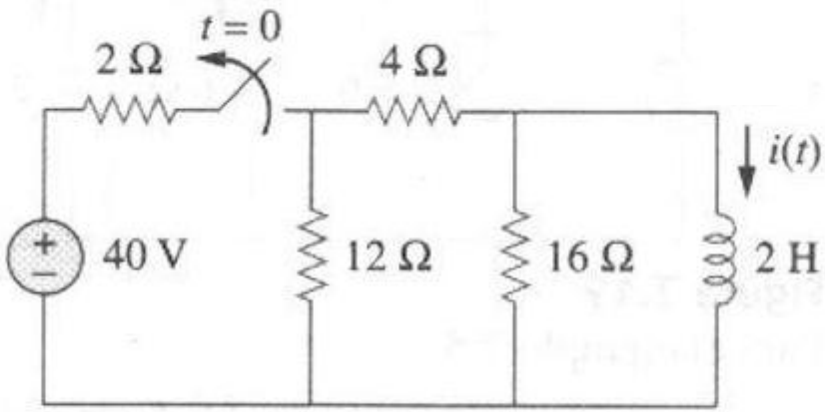


Figura 7.16
Para el ejemplo 7.4.

Ejemplo II

En referencia al circuito de la figura 7.18, halle $i(t)$ para $t > 0$.

Respuesta: $2e^{-2t}$ A, $t > 0$.

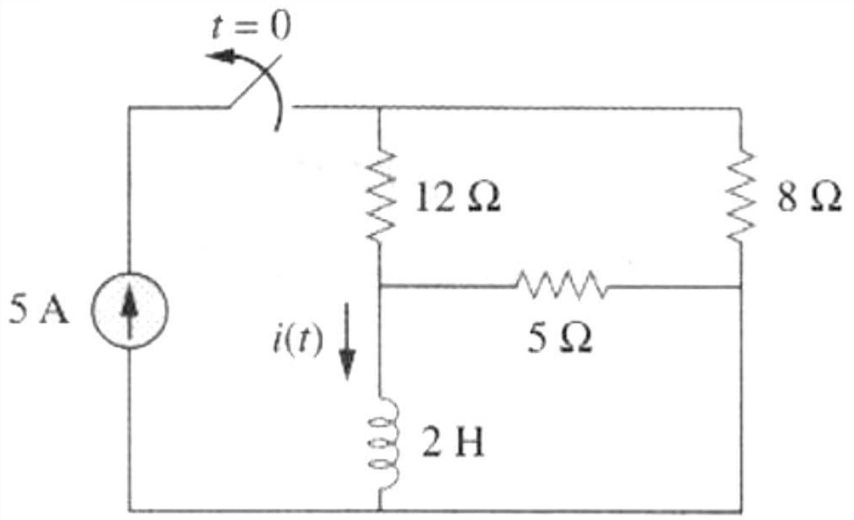
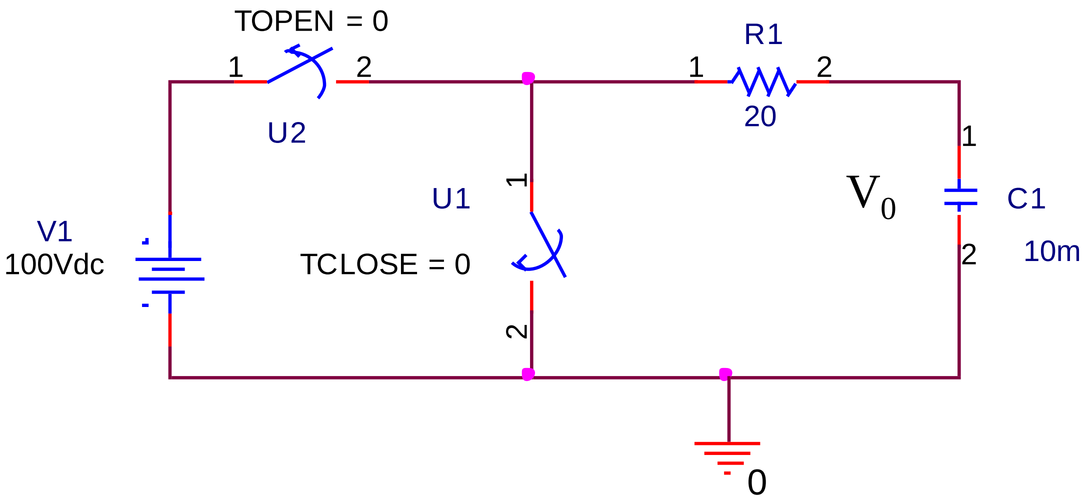


Figura 7.18
Para el problema de práctica 7.4.

CIRCUITO RC SIN FUENTES

Circuito utilizado para crear las condiciones iniciales

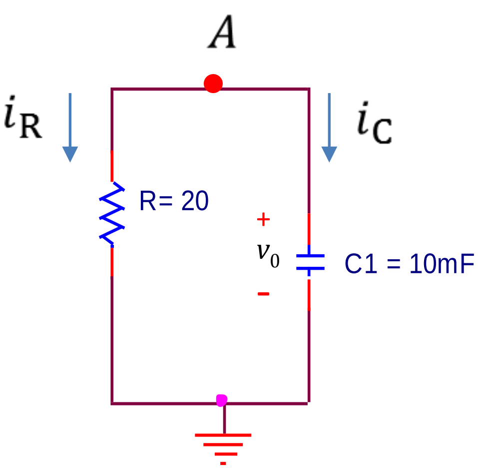


$$W = \frac{1}{2} C V_0^2$$

Tensión Inicial en el capacitor

$$v_{c(0^+)} = v_{c(0^-)} = V_0$$

$$v(t)\ para\ un\ valor\ de\ tiempo\ t > 0$$



$$i_R + i_C = 0$$

Aplicando LIK, al nodo "A"

$$\frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt} = 0$$

Ecuacion diferencial de primer orden

Cómo solución, Planteo una Función exponencial

$$\begin{cases} v(t) = Ae^{st} \\ \dfrac{dv}{dt} = sAe^{st} \end{cases}$$

$$\frac{v}{R} + C\frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{Ae^{st}}{R} + CsAe^{st} = 0 \rightarrow Ae^{st}\left(\frac{1}{R} + Cs\right) = 0$$

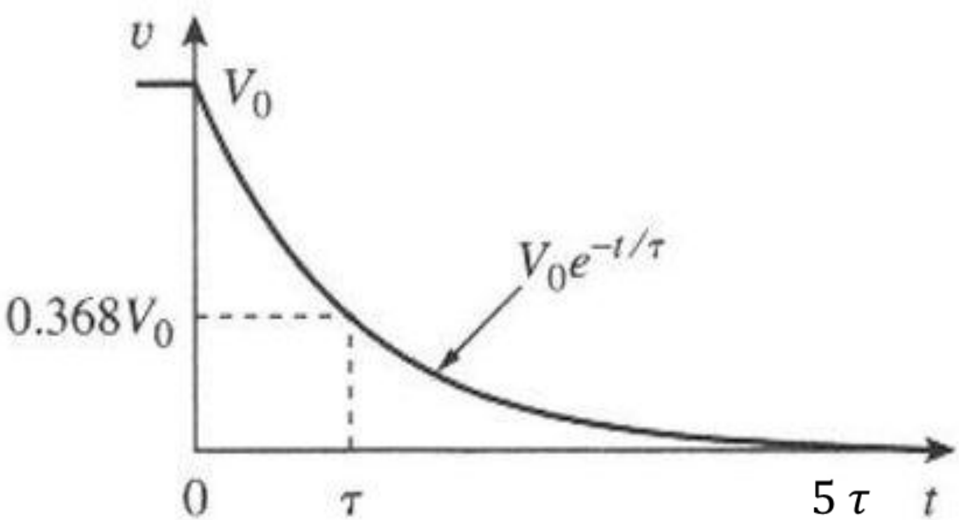
$$A \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{R} + Cs\right) = 0 \Rightarrow s = -\frac{1}{RC}$$

$$v(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

* Para determinar "A" nos fijamos en la condiciones iniciales del circuito para el tiempo t = 0

$$v(0) = V_0 = Ae^{-\frac{0}{RC}} \rightarrow V_0 = Ae^0 \rightarrow V_0 = A \longrightarrow \boxed{v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}}$$



$\tau = \mathrm{RC}$ Constante de tiempo

$$\boxed{v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

$$t = \tau$$

$$v(\tau) = V_0\, e^{-1} = \frac{V_0}{e} = 0.36V_0$$

$v(5\tau) \cong 0$ *se considera finalizado el tiempo o periodo transitorio*

Ejemplo I

En la figura 7.5, sea $v_C(0) = 15$ V. Halle v_C, v_x e i_x para $t > 0$.

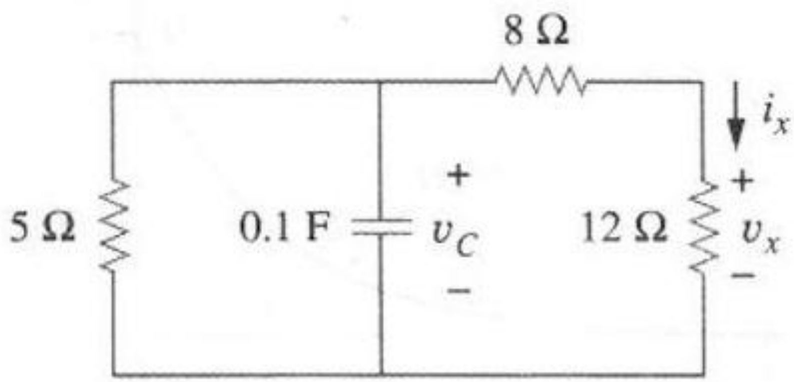


Figura 7.5
Para el ejemplo 7.1.

Ejemplo II

Remítase al circuito de la figura 7.7. Sea que $v_C(0) = 30$ V. Determine v_C, v_x e i_o para $t \geq 0$.

Respuesta: $30e^{-0.25t}$ V, $10e^{-0.25t}$ V, $-2.5e^{-0.25t}$ A.

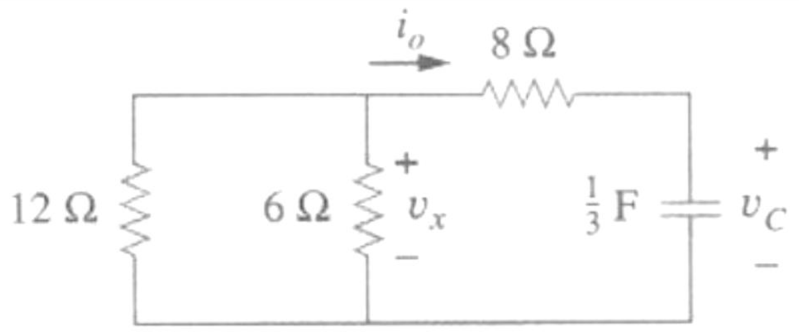


Figura 7.7
Para el problema de práctica 7.1.

Circuitos de Primer orden sin fuentes

Circuito en estado estable t < 0

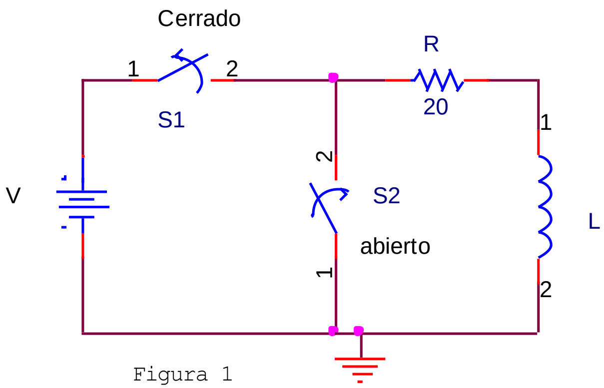


Figura 1

Circuito para t = 0, se abre S1 y se cierra S2

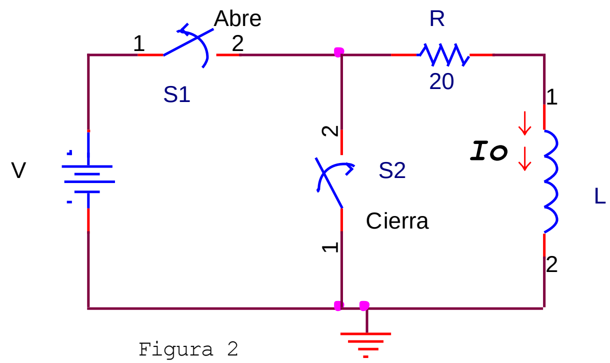


Figura 2

t > 0

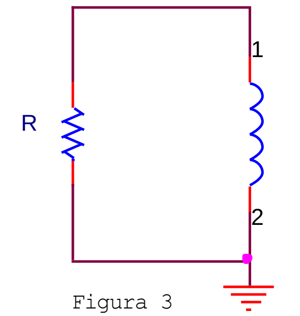


Figura 3

Circuito en estado estable t < 0

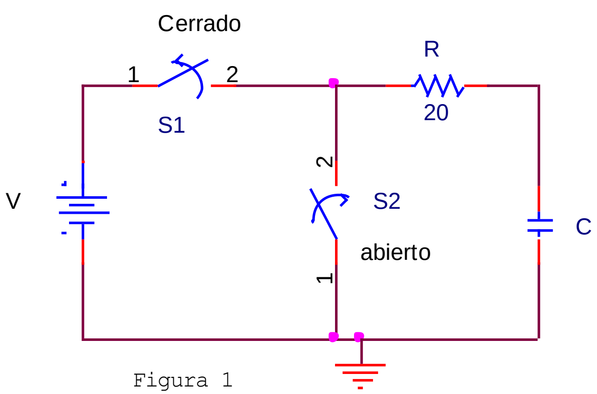


Figura 1

Circuito para t = 0, se abre S1 y se cierra S2

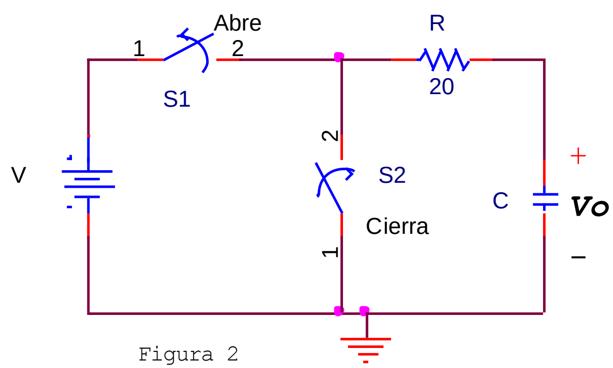


Figura 2

t > 0

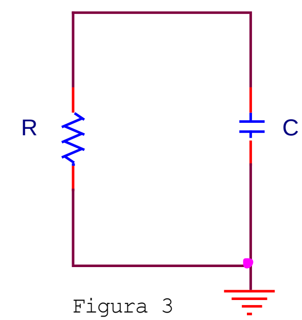


Figura 3

- Procedimiento propuesto para el análisis

I. Se determinan las condiciones iniciales en el elemento que almacena energía, para un tiempo **t < 0**, *(es decir circuito ene estado estable, antes de producirse algún cambio, por ej.: por apertura a cierre de un interruptor).* ***I_0*** *Valor de la corriente en el Inductor ;* ***V_0*** *Valor de la tensión en el Capacitor. Figura 1*

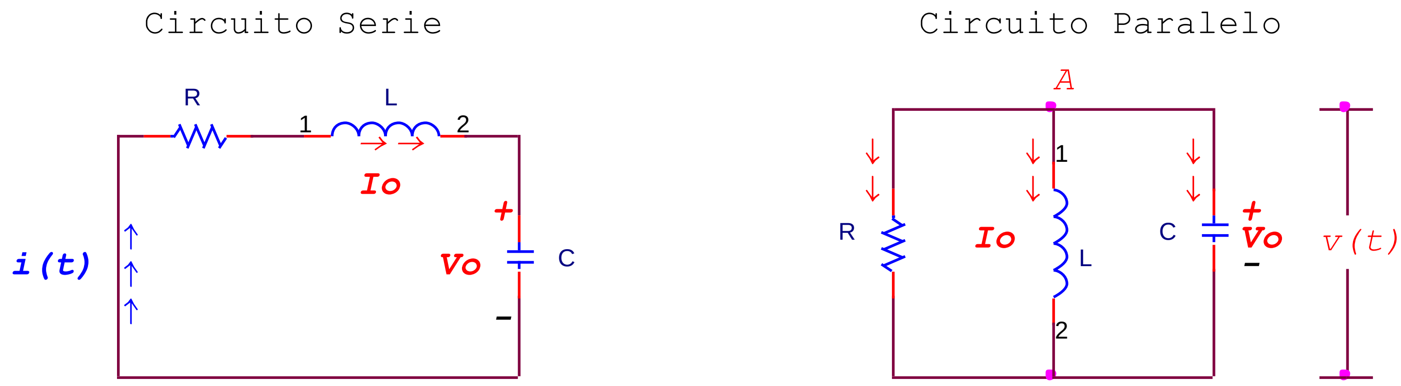
I. Una vez obtenidas las condiciones iniciales, se realizan las aperturas y cierres de los interruptores, se redibuja el circuito, prestando atención en la dirección de la corriente a través del inductor y de la polaridad de la tensión a bornes del capacitor. Esto se analiza para un tiempo **t = 0.** *Figura 2*

II. Aplicamos las Leyes de Kirchhoff al circuito , según sea el caso, ***tensión (LVK) o corriente (LCK).*** Se escribe la ecuación luego la ecuación diferencial, se propone como solución una función exponencial.

III. Se analiza la ecuación característica y se determina “s”, luego con la condición inicial se determina el valor de la constante “A”, evaluando la ecuación diferencial en el tiempo ***t=0.***

IV. Se escribe la ecuación *i(t)* o *v(t)* con los valores obtenidos de “s” y “A” que es el respuesta buscada. *Figura 3*

Circuitos de Segundo orden sin fuentes



- Procedimiento propuesto para el análisis

I. Se determinan las condiciones iniciales en los elemento que almacenas energía, para un tiempo **t < 0**, *(es decir circuito en estado estable), antes de producirse algún cambio, por ej.: por apertura a cierre de un interruptor).* I_0 *Valor de la corriente en el Inductor ;* V_0 *Valor de la tensión en el Capacitor.*

II. Una vez obtenidas las condiciones iniciales, se realizan las aperturas y cierres de los interruptores, se redibuja el circuito, prestando atención en la dirección de la corriente a través del inductor y de la polaridad de la tensión a bornes del capacitor. Esto se analiza para un tiempo **t = 0.**

III. Aplicamos las Leyes de Kirchhoff al circuito , según sea el caso, ***tensión (LVK) o corriente (LCK).*** Se escribe la ecuación diferencial.

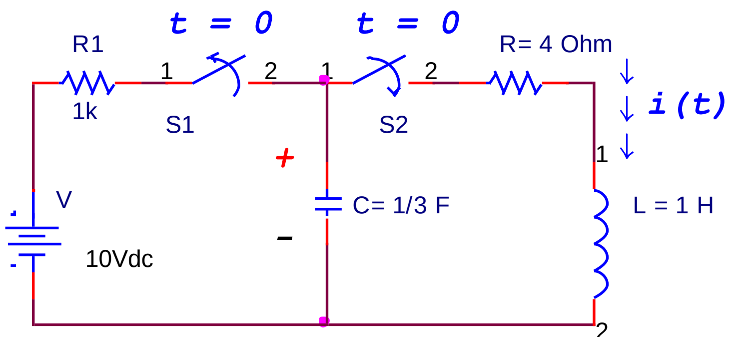
IV. Analizamos la ecuación característica, se determinan y comparan los valores de α *y* ω_0, se escribe la ecuación *i(t)* o *v(t).*

V. Determinamos los valores de las constantes y de sus raíces, teniendo en cuenta los valores iniciales, evaluando tanto la función como su derivada respecto al tiempo, para un tiempo **t = 0.**

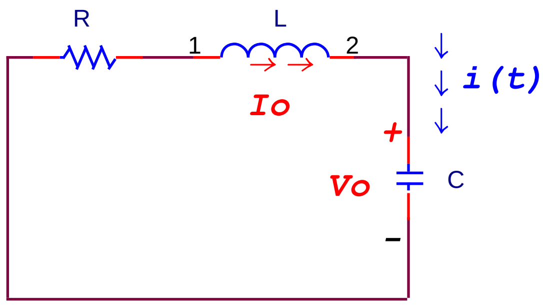
VI. Se escribe la ecuación *i(t)* o *v(t)* .

Circuitos de Segundo orden sin fuentes

Circuito 1, en estado estable
para t < 0 , S1 esta cerrado
y S2 abierto.



Circuito 2, en t = 0 , S1
se abre y S2 se cierra.
Ahora analizamos para t > 0



- Procedimiento propuesto para el análisis

I. Se determinan las condiciones iniciales en los elemento que almacenas energía, para un tiempo **t < 0**, *(es decir circuito en estado estable), antes de producirse algún cambio, por ej.: por apertura a cierre de un interruptor).*

II. I_0 *Valor de la corriente en el Inductor ;* V_0 *Valor de la tensión en el Capacitor.*

III. Una vez obtenidas las condiciones iniciales, se realizan las aperturas y cierres de los interruptores, se redibuja el circuito, prestando atención en la dirección de la corriente a través del inductor y de la polaridad de la tensión a bornes del capacitor. Esto se analiza para un tiempo **t = 0.**

IV. Aplicamos las Leyes de Kirchhoff al circuito , según sea el caso, ***tensión (LVK) o corriente (LCK).*** Se escribe la ecuación diferencial.

V. Analizamos la ecuación característica, se determinan y comparan los valores de α y ω_0, se escribe la ecuación *i(t)* o *v(t)*.

VI. Determinamos los valores de las constantes y de sus raíces, teniendo en cuenta los valores iniciales, evaluando tanto la función como su derivada respecto al tiempo, para un tiempo **t = 0.**

VII. Se escribe la ecuación *i(t)* o *v(t)* .