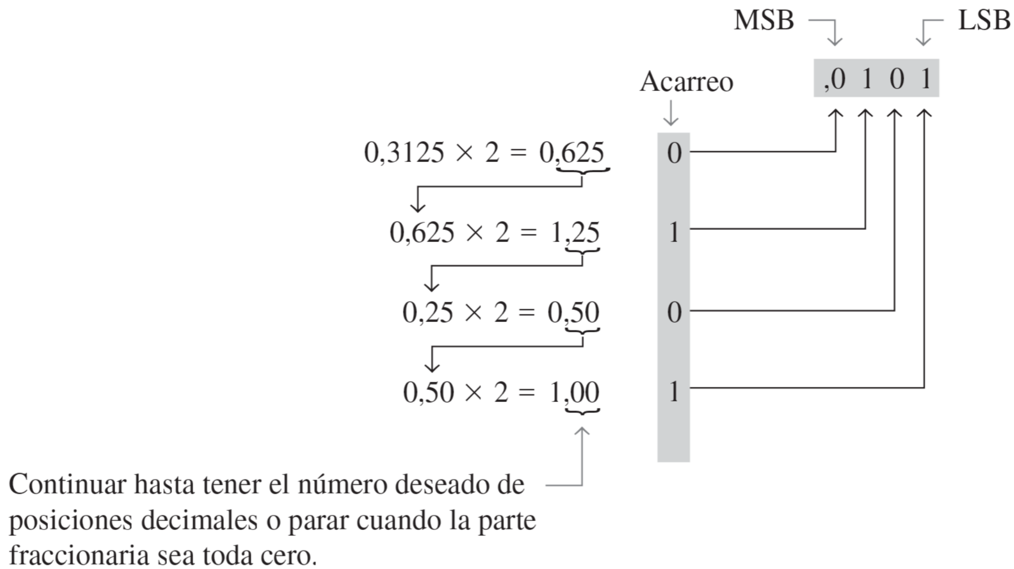
número binario. El primer acarreo que se obtiene es el MSB y el último acarreo es el LSB. Este procedimiento se ilustra como sigue:



REVISIÓN DE LA SECCIÓN 2.3

1. Convertir a binario cada uno de los números decimales siguientes utilizando el método de la suma de pesos:
   (a) 23 **(b)** 57 **(c)** 45,5
2. Convertir a binario cada uno de los números decimales siguientes utilizando el método de las divisiones sucesivas por 2 (multiplicaciones sucesivas por dos para números fraccionarios):
   (a) 14 **(b)** 21 **(c)** 0,375

2.4 ARITMÉTICA BINARIA

La aritmética binaria es esencial en todas las computadoras digitales y en muchos otros tipos de sistemas digitales. Para entender los sistemas digitales, es necesario conocer los fundamentos de la suma, la resta, la multiplicación y la división binarias. En esta sección se proporciona una introducción que será ampliada en las secciones siguientes.

Después de completar esta sección, el lector deberá ser capaz de:

■ Sumar números binarios. ■ Restar números binarios. ■ Multiplicar números binarios. ■ Dividir números binarios.

Suma binaria

Las cuatro reglas básicas para sumar dígitos binarios son:

0 + 0 = 0	Suma 0 con acarreo 0
0 + 1 = 1	Suma 1 con acarreo 0
1 + 0 = 1	Suma 1 con acarreo 0
1 + 1 = 10	Suma 0 con acarreo 1

▲ *Recuerde, en binario 1+ 1 = 10, no 2.*

Observe que las tres primeras reglas dan lugar a un resultado de un solo bit y la cuarta regla, la suma de dos 1s, da lugar a 2 en binario (10). Cuando se suman números binarios, teniendo en cuenta la última regla se obtiene en la columna dada la suma de 0 y un acarreo de 1 que pasa a la siguiente columna de la izquierda, tal y como se muestra en la siguiente suma de 11 + 1:

$$
\begin{array}{rrr}
\text{Acarreo} & \text{Acarreo} & \\
1 & 1 & \\
0 & 1 & 1 \\
+\,0 & 0 & 1 \\
\hline
1 & 0 & 0
\end{array}
$$

En la columna de la derecha 1 + 1 = 0 con acarreo 1, que pasa a la siguiente columna de la izquierda. En la columna central, 1 + 1 + 0 = 0 con acarreo 1, que pasa a la siguiente columna de la izquierda. Y en la columna de la izquierda, 1 + 0 + 0 = 1.

Cuando existe un acarreo igual a 1, se produce una situación en la que se deben sumar tres bits (un bit de cada uno de los números y un bit de acarreo). Esta situación se ilustra como sigue:

Bits de acarreo

1 + 0 + 0 = 01	Suma de 1 con acarreo 0
1 + 1 + 0 = 10	Suma de 0 con acarreo 1
1 + 0 + 1 = 10	Suma de 0 con acarreo 1
1 + 1 + 1 = 11	Suma de 1 con acarreo 1

EJEMPLO 2.7

Sumar los siguientes números binarios:

(a) 11 + 11 **(b)** 100 + 10 **(c)** 111 + 11 **(d)** 110 + 100

Solución La suma decimal equivalente también se muestra como referencia.

$$
\textbf{(a)}\ \begin{array}{r} 11 \\ \underline{+11} \\ \mathbf{110} \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{+3} \\ 6 \end{array}
\qquad
\textbf{(b)}\ \begin{array}{r} 100 \\ \underline{+10} \\ \mathbf{110} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \underline{+2} \\ 6 \end{array}
\qquad
\textbf{(c)}\ \begin{array}{r} 111 \\ \underline{+11} \\ \mathbf{1010} \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \underline{+3} \\ 10 \end{array}
\qquad
\textbf{(d)}\ \begin{array}{r} 110 \\ \underline{+100} \\ \mathbf{1010} \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \underline{+4} \\ 10 \end{array}
$$

Problema relacionado Sumar 1111 y 1100.

Resta binaria

Las cuatro reglas básicas para la resta de números binarios son:

0 − 0 = 0	
1 − 1 = 0	
1 − 0 = 1	
10 − 1 = 1	0 − 1 con acarreo negativo de 1

▲ *Recuerde, en binario, 10 − 1 = 1, no 9.*

Cuando se restan números, algunas veces se genera un acarreo negativo que pasa a la siguiente columna de la izquierda. En binario, sólo se produce un acarreo negativo cuando se intenta restar 1 de 0. En este caso, cuando se acarrea un 1 a la siguiente columna de la izquierda, en la columna que se está restando se genera un 10, y entonces debe aplicarse la última de las cuatro reglas enumeradas. Los Ejemplos 2.8 y 2.9 ilustran la resta binaria y se muestra también la resta decimal equivalente.

EJEMPLO 2.8

Realizar las siguientes restas binarias:

(a) 11 − 01 **(b)** 11 − 10

Solución

$$\textbf{(a)}\quad \begin{array}{r} 11 \\ \underline{-01} \\ \mathbf{10} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{-1} \\ 2 \end{array} \qquad\qquad \textbf{(b)}\quad \begin{array}{r} 11 \\ \underline{-10} \\ \mathbf{01} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ \underline{-2} \\ 1 \end{array}$$

En este ejemplo no se han generado acarreos negativos. El número binario 01 es el mismo que el 1.

Problema relacionado Restar 100 de 111.

EJEMPLO 2.9

Restar 011 de 101.

Solución

$$\begin{array}{r} 101 \\ \underline{-011} \\ \mathbf{010} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \underline{-3} \\ 2 \end{array}$$

Examinemos detalladamente cómo se ha obtenido la resta de los dos números binarios, ya que es necesario un acarreo negativo. Empezamos por la columna de la derecha.

Columna izquierda:
Cuando se accarea un 1,
queda 0, luego 0 − 0 = 0.

Columna central:
Acarreo negativo de 1 de la columna siguiente que da lugar a 10 en esta columna, luego 10 − 1 = 1.

$$\begin{array}{r} \overset{0}{\cancel{1}}\,{}^{1}0\,1 \\ \underline{-0\,1\,1} \\ 0\,1\,0 \end{array}$$

Columna derecha:
1 − 1 = 0

Problema relacionado Restar 101 de 110.

Multiplicación binaria

Las cuatro reglas básicas de la multiplicación de bits son las siguientes:

$0 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$1 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$

▲ *La multiplicación binaria de dos bits es igual que la multiplicación de los dígitos decimales 0 y 1.*

La multiplicación con números binarios se realiza de la misma forma que con números decimales. Se realizan los productos parciales, desplazando cada producto parcial sucesivo una posición hacia la izquierda, y sumando luego todos los productos parciales. El Ejemplo 2.10 ilustra el procedimiento; se muestran las multiplicaciones decimales equivalente por referencia.

EJEMPLO 2.10

Realizar las siguientes multiplicaciones binarias:

(a) 11 × 11 **(b)** 101 × 111

Solución

(a)

$$\begin{array}{lr}
 & 11 \\
 & \times\ 11 \\ \hline
\text{Productos} & 11 \\
\text{parciales} & +\ 11 \\ \hline
 & \mathbf{1001}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
3 \\
\times\ 3 \\ \hline
9
\end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{lr}
 & 111 \\
 & \times\ 101 \\ \hline
\text{Productos} & 111 \\
\text{parciales} & 000 \\
 & +\ 111 \\ \hline
 & \mathbf{100011}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
7 \\
\times 5 \\ \hline
35
\end{array}$$

Problema relacionado Multiplicar 1101 × 1010.

División binaria

▲ *Puede utilizarse una calculadora para realizar operaciones aritméticas con números binarios siempre y cuando no se exceda la capacidad de la calculadora.*

La división binaria sigue el mismo procedimiento que la división decimal, como ilustra el Ejemplo 2.11. También se facilitan las divisiones decimales equivalentes.

EJEMPLO 2.11

Realizar las siguientes divisiones binarias:

(a) 110 ÷ 11 **(b)** 110 ÷ 10

Solución

(a)

$$\begin{array}{r}
\mathbf{10} \\ \hline
11)110 \\
11 \\ \hline
000
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
2 \\ \hline
3)6 \\
6 \\ \hline
0
\end{array}$$

(b)

$$\begin{array}{r}
\mathbf{11} \\ \hline
10)110 \\
10 \\ \hline
10 \\
10 \\ \hline
00
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
3 \\ \hline
2)6 \\
6 \\ \hline
0
\end{array}$$

Problema relacionado Dividir 1100 entre 100.