UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

**FACULAD REGIONAL RECONQUISTA**

####  *FUNCIÓN COMPLEJA DE VARIABLE COMPLEJA*

ASIGNATURA :

MATEMÁTICA PARA INGENIERIA ELECTROMECÁNICA

**DOCENTES**: Ing. Norberto Claudio MAGGI

 Ing. Alejandro Folla

****

2022

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

***Repaso con números complejos***

*1)Exprese en forma trigonométrica los siguientes números complejos:*

*a) -8 i c)  e) *

*b) -9 d)  f) -5 + 5 i*

*2) Transforme las siguientes expresiones desde la forma polar a la trigonométrica:*

*a)  c) *

*b)  d) *

*3) Reduce las expresiones algebraicas a números complejos:*

*a) *

*b) *

*4) Resuelve las operaciones indicadas:*

*a) (1-2.i).(3+2.i)2 = b)  c) *

*5) Halle el valor de x e y tal que:*

*(1+2i) .x + (3-5i) .y = 1- 3i*

*6) Halle todos los valores de las siguientes raíces y represéntelos gráficamente:*

*a)  b)  c) *

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

***Repaso con números complejos***

*7) Resuelve las ecuaciones siguientes:*

*a)  b) *

*8) Un aeroplano viaja 150 km en dirección sureste, 100 km en dirección directa al oeste, 225 km hacia erl noreste y después, 200 km hacia el noreste. Determine, analítica y gráficamente, a qué distancia y en qué dirección está el punto de partida. R: 375 km al noreste.*

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

***Regiones en el plano complejo***

*1)Halle la ecuación que define cada relación y represente gráficamente.*

*a)  b)  c) *

*d)  e)  f) *

*g)  h)  i) *

*j)  k)  l) *

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

# *Función compleja de variable compleja*

# *1) Halle la expresión y represente gráficamente los siguientes lugares geométricos:*

*a) Imagen del semiplano y>0 dada por la función w = f(z) = i + z.i*

*b) Imagen de la región x>0 dada por la función w = f(z) = (2+i). z*

*c) Imagen de la región ;  dada por la función w = f(z) =. Z2*

*d) ) Imagen de la región x>0 ; y<0 dada por w = f(z) = 2.z + 1*

# *Funciones elementales en el campo complejo*

1) *Función exponencial* ez = ex+iy ex . (cos y + i . sen y)

*Demostrar las igualdades siguientes:*

a) e2 ± 3 π i= - e2  b) e 3 /4 π i = (-1+i). √2/2

c) e2 + i = 3.99 + 6.19 . i

2*) Hallar las componentes Real e Imaginaria de:*

a)  b) e-3z  c) 

*Exprese la función en su forma binómica.*

*Resuelva la ecuación ez - 2i = 0.*

*Halle todas las raíces de la ecuación ez = 2.i.*

*2) Funciones trigonométricas e hiperbólicas*

*Demostrar las igualdades siguientes:*

a)   b) 

*Usando los valores de las funciones trigonométricas e hiperbólicas reales, calcular:*

*a) cos (1.7 + 1.5 i) b) sen (2 – 2 i)*

*c) cos (1 + 2 i) d) cos (10 i)*

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

# *Funciones elementales en el campo complejo*

*3)* *Función Logaritmo:*

*Demostrar para n = 0, 1, 2, 3, . . . n ; que:*

*a) log 1 = ± 2 n π i b) log √i = (π/4 ± n π i)*

*c) Log (- e i) = 1 – ½ π i d) Log (1 + i) = ½ .ln 2 + π/4*

*e) [(1 + i) i ] = ei . ln √2 – (π/4 ± 2 n π) f) [i -i] = e π/2 ± 2 n π i*

# *Derivación en el campo complejo*

*1)Compruebe que la siguientes funciones son analíticas:*

*a) w = f(z) =  b) w = f(z) = *

*c) w = f(z) =  d) w = f(z) = *

*2) Verifique que las siguientes funciones sean enteras:*

*a) w = f(z) = *

*b) w = f(z) = *

*c) w = f(z) = *

*3) Demuestre que las siguientes funciones son armónicas y halle la expresión de las funciones armónicas conjugadas tal que la función compleja w = f(z) = u(x,y) + i. v(x,y) sea analítica.*

*a) v(x,y) = x.y b) v = -sen x . Shy*

*c) u(x,y) = x . y2  d) u(x,y) y.(x2 +y2)-1*

UTN – UNIDAD ACADEMICA RECONQUISTA

**MATEMATICA PARA INGENIERIA ELECTROMECANICA**

# *Integrales de línea en el campo complejo*

1. *Por aplicación de la integral curvilínea correspondiente, calcule*

*.*

a) w = f(z) = z2  C: Segmento orientado A(0,0) B(1,1)

b) w = f(z) = z2  C: Poligonal A(0,0) B(0,1) C(1,1)

c) w = f(z) = z2  C: y = x2  ; 1 ≤ x ≤ 2

d) w = f(z) = z2  C: Segmento orientado A(1,1) B(2,4)

2) *Calcule  ; con f(z) = x2 + i.y sobre las curvas C :*

 a) La curva y = x

 b) La curva y = x2

*3) Calcule  ; con f(z) = = x – i.y a lo largo de las curvas C :*

1. La parábola y = x2
2. El segmento que une los puntos A(1,1) B(2,4)
3. Discuta ambos resultados.
4. *Teorema de la Integral de Cauchy*

*4) Dada la integral *:

1. Obtenga una cota superior para su valor absoluto en C: 
2. Calcule su valor para C: 

*5) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{z-2}{z^{2}-4z+5}dz$ *a lo largo de:*

1. *C: Circunferencia* $\left|z-1\right|=1$
2. *C: Circunferencia* $\left|z-1-i\right|=1$
3. *C: Circunferencia* $\left|z-1+i\right|=1$
4. *Circunferencia* $\left|z\right|=3$

*6) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{e^{z}}{(z+1)^{2}}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z-1\right|=3$

*7) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{z+1}{z^{3}-2z}dz$ *a lo largo de: a) C:* $\left|z\right|=1$

 *b) C:* $\left|z-2-i\right|=2$

*8) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{1}{\left(z-1\right).(z-2)^{}}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z-i\right|=2^{n}$*; con a) n=0 ; b) n=1 ; n=2*

*9) Demostrar que* $∮\_{}^{}\frac{1}{(z-2-i)^{}}dz=2 π i$ *; con C: rectángulo comprendido por* $0\leq x\leq 3;^{}0\leq y\leq 2$*, recorrido en sentido positivo.*

*10) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{z}{(z-1)^{}}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z\right|=2$

*11) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{e^{z}}{z^{2}}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z\right|=1$

*12) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{z}{z^{2}+1}dz$ *a lo largo de:*

1. *C: Circunferencia* $\left|z-i\right|=1/2$
2. *C: Circunferencia* $\left|z+i\right|=1/2$
3. *C: Circunferencia* $\left|z\right|=2$

*13) Resuelva* $∮\_{}^{}\frac{e^{iz}}{\left(z-2\right)^{}(z+1)}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z\right|=3$*; a) Empleando la descomposición en fracciones simples. B) Aplicando la fórmula de la integral de Cauchy.*

*14) Calcular* $∮\_{}^{}\frac{z.cos⁡(z)}{(z-π/2)^{4}}dz$ *a lo largo de C:* $\left|z\right|= π$*.*