

2 Rectificadores no Controlados

2.1 Estructura básica del diodo

El elemento más básico dentro de los rectificadores es el diodo. El diodo es un elemento de estado sólido compuesto por dos elementos semiconductores que entrelazados por una juntura conforman un dispositivo con características útiles para lograr rectificación de señales alternas.

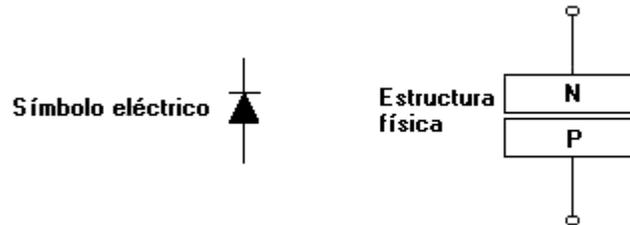


Figura 2.1

El diodo posee dos terminales; ánodo y cátodo, el ánodo está conectado en el terminal tipo p y el n corresponde al terminal cátodo. Algunos elementos semiconductores utilizados habitualmente en la fabricación en elementos de estado sólido son el silicio y el germanio.

En términos simples, podemos decir que el diodo permite el paso de corriente eléctrica en un sólo sentido. Si conectamos el diodo a una batería como muestra la figura, se comportará como un interruptor cerrado y permitirá circulación de corriente en la resistencia cuando el terminal positivo de la batería coincide con el ánodo.

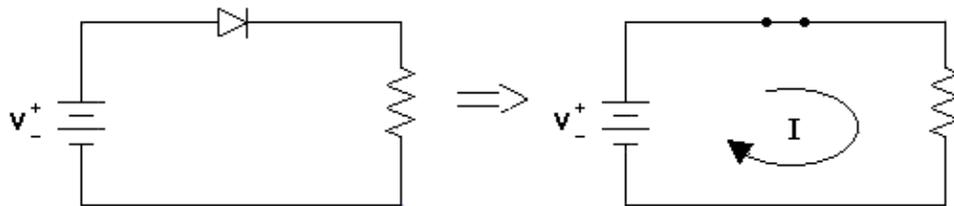


Figura 2.2

En cambio si la polaridad de la batería se invierte, el diodo actuará como un interruptor abierto, ya que está polarizado en forma inversa y no habrá circulación de corriente en el circuito.

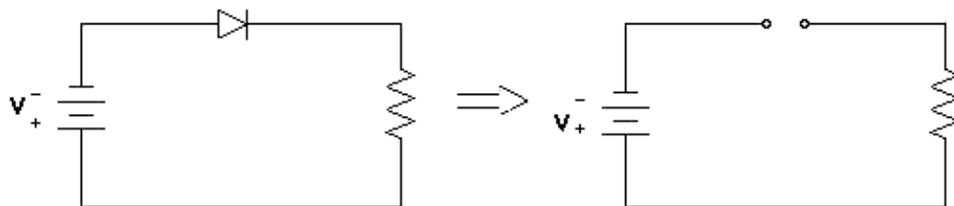


Figura 2.3

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

El diodo es un elemento que no posee características ideales, por tanto se explicarán a continuación algunos puntos a considerar cuando se trabaje con este dispositivo.

El diodo debido a las características físicas de los elementos que lo componen posee una resistencia no lineal en modo de polarización directa y otra en modo de polarización inversa, al decir no lineal nos referimos a que su valor es variable y depende de la corriente circulante.

Además la capa de agotamiento del diodo posee una tensión llamada “potencial de barrera” que es aproximadamente de 0.7 v para diodos de silicio y 0.3 v para diodos de germanio.

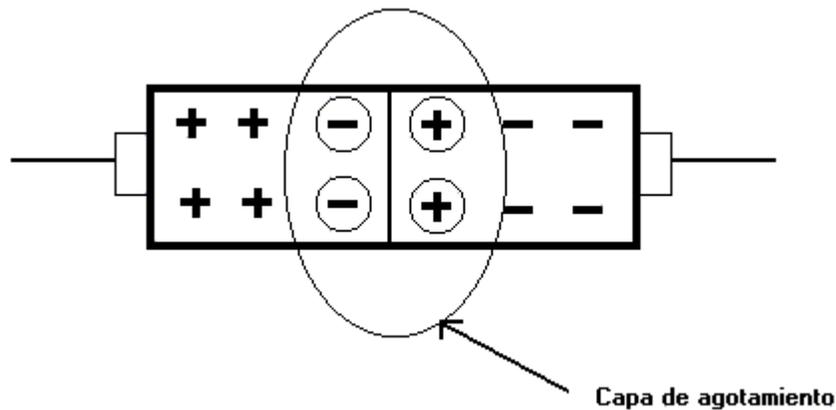


Figura 2.4

Cuando el diodo se polariza en forma directa el potencial de barrera es un nivel de voltaje opuesto al aplicado en el diodo y debe ser superado para lograr la conducción. Podríamos representar estas características en el siguiente circuito.

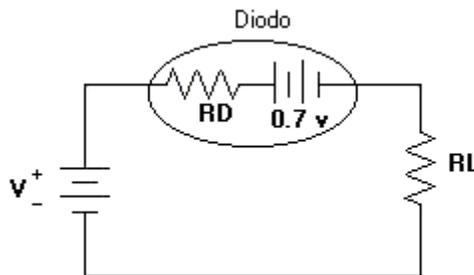


Figura 2.5

Habitualmente los niveles de resistencia y voltaje de barrera que posee el diodo son despreciables en comparación con los elementos principales del circuito y suelen realizarse los estudios de rectificadores sin considerar estos efectos.

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

El diodo también posee una resistencia cuando se polariza en forma inversa, esta es de gran magnitud y no permite el paso de corriente (Salvo una corriente de saturación del orden de los nA). Cuando se incrementa el voltaje de polarización inversa se puede llegar hasta el voltaje de ruptura del dispositivo y en este punto pierde su condición de aislante y se produce una avalancha de electrones, luego la corriente se eleva bruscamente provocando la destrucción del diodo por su excesiva disipación térmica de potencia.

La curva característica del diodo resume en forma gráfica los conceptos explicados anteriormente.

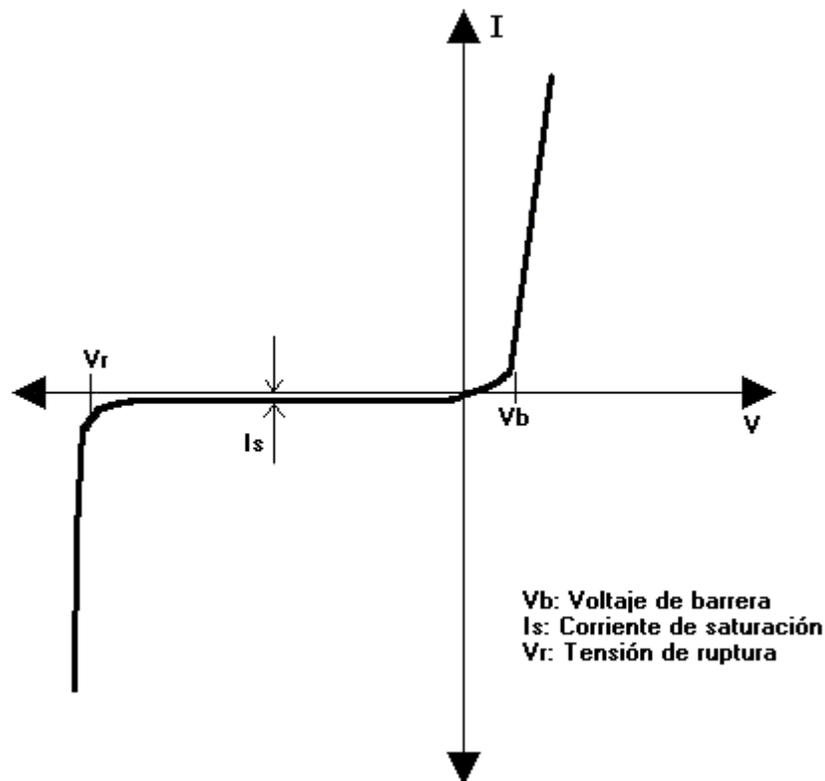


Figura 2.6

Como conclusión, podemos observar que el diodo es un dispositivo con características físicas de gran utilidad, sin embargo no es un elemento ideal ya que en cualesquiera de sus condiciones de operación, ya sea como aislante o como conductor presenta imperfecciones en su funcionamiento ya que no es completamente aislante durante la polarización inversa ni completamente conductor durante la polarización directa.

Todas las características del diodo implican un nivel de pérdida energética cuando se trabaja con circuitos rectificadores.

2.2 Rectificador Media Onda

2.2.1 Análisis para carga R

Anteriormente revisamos las características del diodo y su comportamiento a diferentes tipos de polarización. Ahora si incluimos un diodo en un circuito alimentado por una fuente de corriente alterna, podremos apreciar la utilidad de este elemento para la conversión de señales alternas a señales continuas.

En los siguientes casos estudiados se asume que los diodos son ideales, esto quiere decir, no se considera su caída de tensión ni la corriente de saturación cuando está en modo de bloqueo, también se considerará que el diodo posee una conmutación instantánea.

El rectificador monofásico de media onda es la topología más simple y podremos comprender mejor el funcionamiento del diodo cuando se ve excitado por una señal de CA.

Aunque la siguiente topología no es útil para sistemas de potencia, se usará para explicar en términos simples la variación de la señal de entrada y el comportamiento presentado en diversos tipos de carga.

La figura muestra una carga resistiva alimentada por una fuente de voltaje sinusoidal, durante el semiciclo positivo de la señal alterna, el diodo se polariza en forma directa y sus características físicas lo convierten en un interruptor en estado de conducción, así en la carga ya no habrá una señal alterna sino una señal periódica con una gran componente de CC.

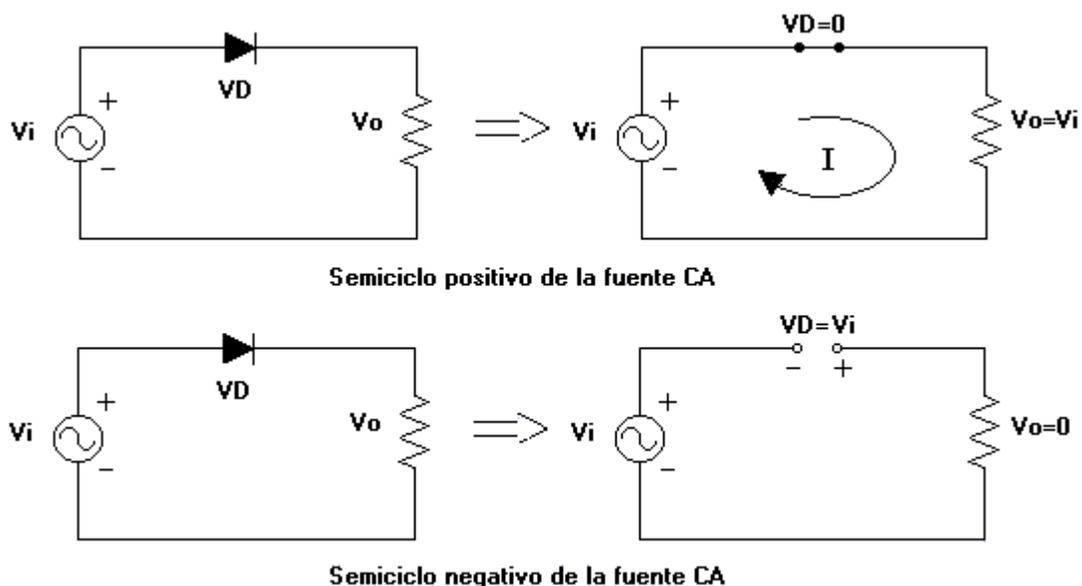


Figura 2.7

La señal de voltaje presente en cada elemento del circuito se grafica a continuación:

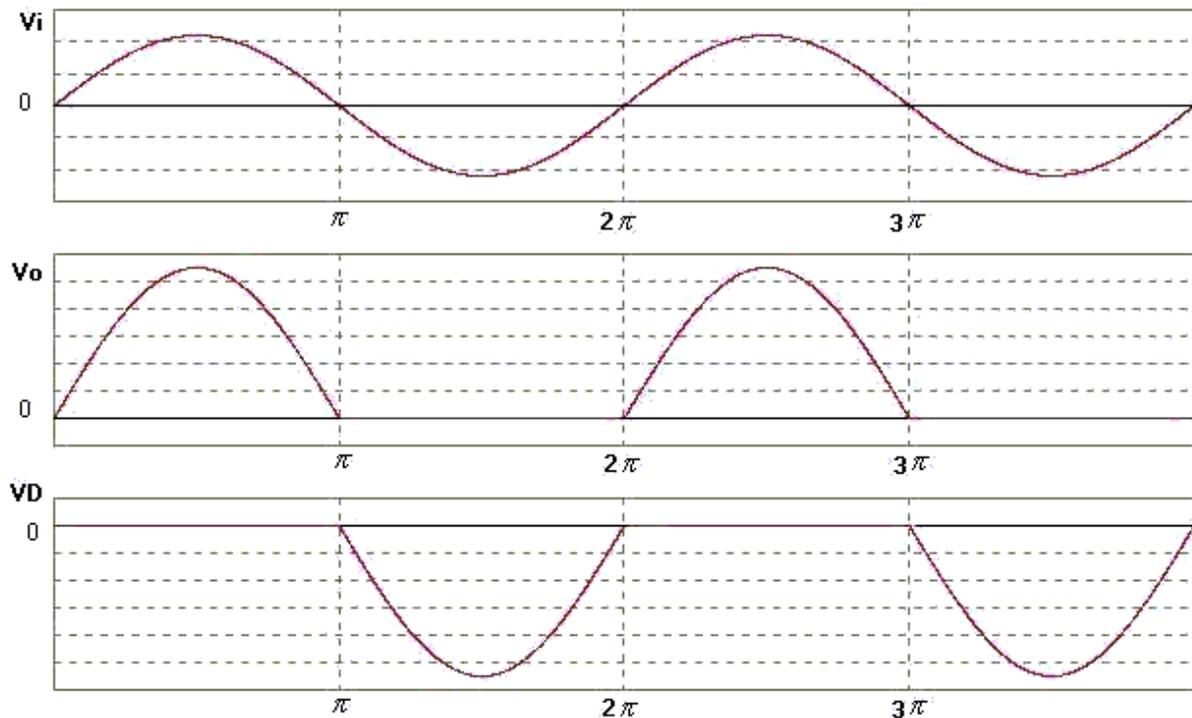


figura 2.8

Para calcular el valor medio de la tensión que recibe la carga, se aplica la expresión general utilizada para funciones periódicas.

$$V_{dc} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \dots \dots \dots (2.1)$$

En nuestro caso vemos que el período de la señal se divide en dos partes; una refleja la tensión sinusoidal de la fuente alimentadora y la otra posee un nivel de voltaje nulo, pues el diodo no permite el paso de corriente por el circuito.

Así la expresión para calcular Vdc queda:

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V_m * \text{Sen } \omega t \quad d\omega t + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} 0 \quad d\omega t$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{2\pi} \int_0^{\pi} \text{Sen } \omega t \quad d\omega t + 0$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{2\pi} \left(-\cos \omega t \right)_0^\pi$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{2\pi} \left(-\cos \pi + \cos 0 \right)$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{\pi} \dots\dots\dots(2.2)$$

Ejemplo 2.1:

Se tiene una fuente de voltaje alterno de 220Vrms alimentando a través de un diodo a una carga R de 50 Ω :

Determine el voltaje medio y corriente media en la carga

Solución

La expresión calculada nos permite obtener el voltaje medio en la carga. La fuente de voltaje posee un valor de tensión efectivo, sin embargo para integrar la señal se utiliza el valor peak de tensión.

El voltaje medio obtenido será:

$$V_m = 220 * \sqrt{2}$$

$$V_{dc} = \frac{220 * \sqrt{2}}{\pi}$$

$$V_{dc} = 99.03(v)$$

La corriente media en la carga se puede obtener fácilmente ya que la carga resistiva implica una corriente con la misma forma de onda que el voltaje resultante.

$$I_{dc} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{V_m}{R} * \text{sen } \omega t \quad d\omega t$$

$$I_{dc} = \frac{V_m}{R\pi}$$

$$I_{dc} = \frac{220\sqrt{2}}{50\pi}$$

$$I_{dc} = 1.98A$$

Factor de Potencia y energía entregada.

Debido a que las señales presentes en el circuito estudiado no son señales sinusoidales, las expresiones habituales para potencia activa y FP pierden validez. Para calcular el factor de potencia del circuito se puede calcular el factor de potencia de distorsión o bien calcular la potencia activa consumida por la carga y establecer la razón entre potencia real y potencia aparente, esta expresión es válida para sistemas no lineales y lineales.

$$FP = \frac{P_{activa}(w)}{P_{aparente}(VA)} \dots\dots\dots(2.3)$$

Para calcular la Potencia activa consumida por la carga, se utiliza la siguiente expresión:

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} \dots\dots\dots(2.4)$$

Dado que conocemos la forma de onda del voltaje en la resistencia, debemos calcular entonces el valor de voltaje efectivo en ella.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T V^2(t) dt}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi V_m^2 * \text{Sen}^2 wt \, dwt + \frac{1}{2\pi} \int_\pi^{2\pi} 0$$

$$V_{rms}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{1 - \text{Cos } 2wt}{2} \right) dwt$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{2} \dots\dots\dots(2.5)$$

La corriente rms se calcula en forma similar:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \frac{V^2(t)}{R} dt}$$

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \frac{V_m^2}{R^2} * \text{Sen}^2 wt \, dwt + \frac{1}{2\pi} \int_\pi^{2\pi} 0$$

$$I_{rms}^2 = \frac{V_m^2}{2\pi R^2} \int_0^\pi \left(\frac{1 - \text{Cos } 2wt}{2} \right) dwt$$

$$I_{rms} = \frac{V_m}{2R} \dots\dots\dots(2.6)$$

Ahora

$$P_{activa} = \frac{V_{rms}^2}{R} = \frac{\left(\frac{V_m}{2}\right)^2}{R} = \frac{V_m^2}{4R}$$

$$P_{aparente} = V_{rms} * I_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} * \frac{V_m}{2R} = \frac{V_m^2}{2\sqrt{2}R}$$

$$FP = \frac{V_m^2}{4R} : \frac{V_m^2}{2\sqrt{2}R} = 0.707$$

Siempre debemos tener presente que el FP corresponde a la razón entre potencia activa consumida por la carga y la potencia aparente que entrega la fuente alimentadora.

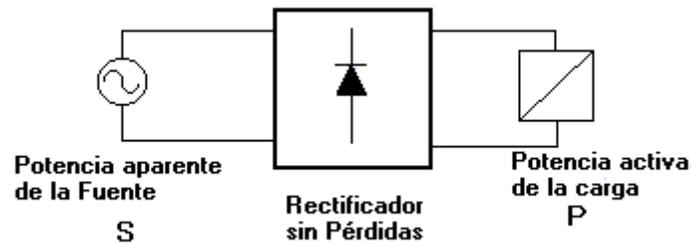


Figura 2.9

$$FP_{sistema} = \frac{P}{S} \dots\dots\dots(2.7)$$

2.2.2 Rectificador media onda Carga Inductiva

Cuando la carga alimentada por el rectificador es puramente inductiva, las formas de onda de las señales cambian de forma significativa. Durante el primer semiciclo la corriente crece desde cero hasta un valor peak dado por $I_p=2*V_p/wL$. Durante dicho semiciclo la energía ha sido transferida desde la fuente de CA al inductor, y $0.5*I_p^2$ watt-seg se han almacenado en su campo magnético. Sin embargo, el diodo no puede interrumpir la corriente circulante cuando la fuente de voltaje invierte su polaridad y seguirá conduciendo durante el semiciclo negativo, en el cual el voltaje de la fuente cambia de polaridad y la energía acumulada por el inductor es devuelta a la red de alimentación. Si el inductor es ideal ($R/L=0$), el diodo conducirá permanentemente y al final de cada ciclo la energía total entregada será cero. Además se observa que el diodo permanece en estado de conducción en todo momento y el voltaje de la carga es idéntico al de la fuente de alimentación con un valor nulo de CC, en cambio el valor medio de la corriente está dado por V_p/L .

A continuación se muestra el circuito y la forma de onda de las señales de interés:

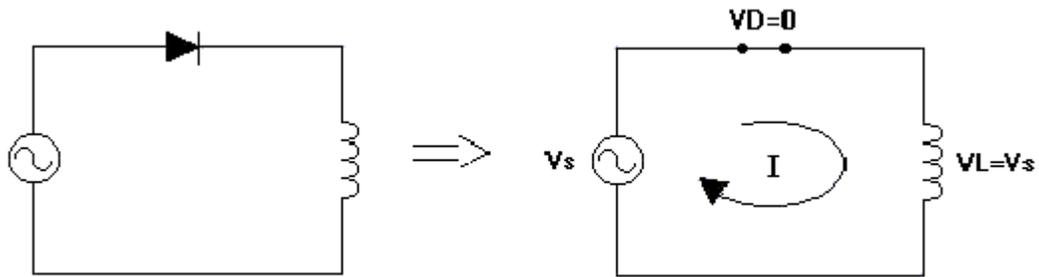


Figura 2.10

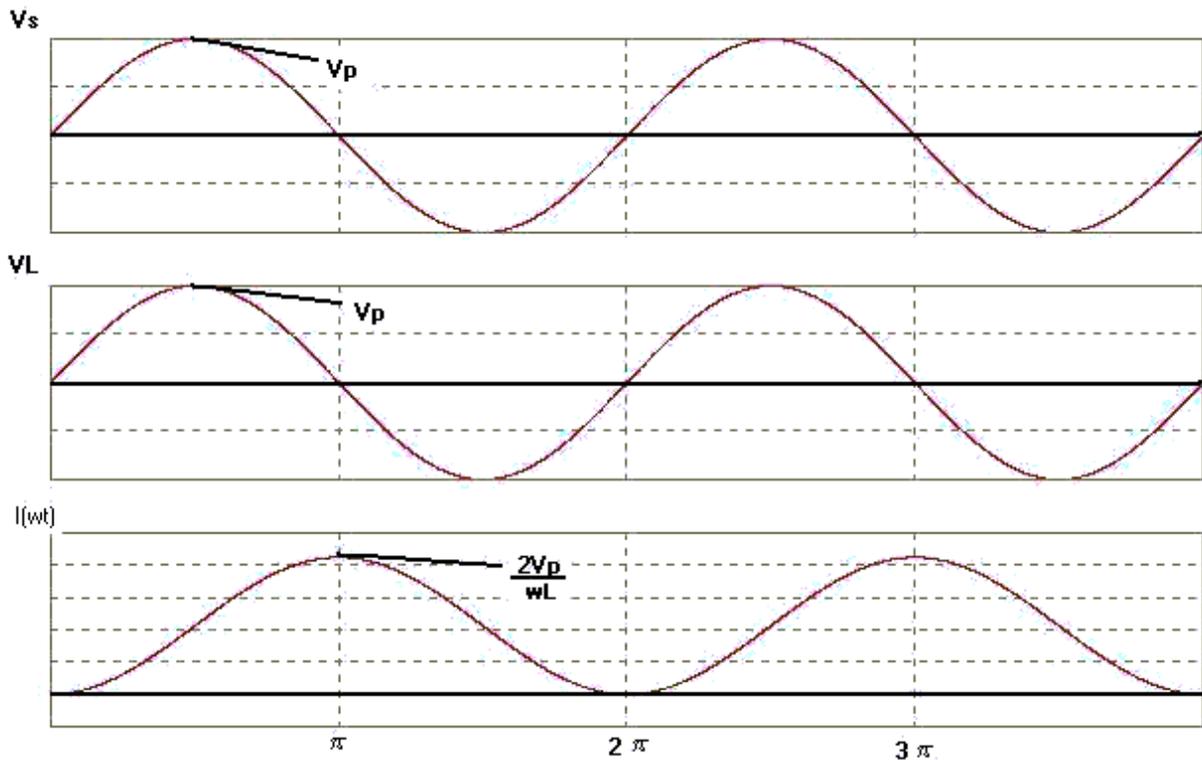


Figura 2.11

2.2.3 Rectificador Media Onda carga R/L

Cuando se tiene una carga con elementos resistivos e inductivos el comportamiento de la corriente tiene una característica diferente. En este caso al final del primer semiciclo, la corriente será menor que la corriente calculada anteriormente debido a la caída de voltaje y a la pérdida de potencia en R. Durante el segundo semiciclo la resistencia continuará disipando energía mientras fluya corriente por el circuito. Dado que la energía retornada a la fuente es distinta a la consumida, la corriente siempre llegará cero antes de concluir el segundo semiciclo. A diferencia de la carga netamente inductiva, ahora el diodo si conmuta a estado de bloqueo pero no lo hace

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

inmediatamente cuando la fuente cambia de polaridad sino cuando la corriente se reduce a cero y deja de forzar la conducción del diodo.

En este caso se observa que la forma de onda del voltaje en la carga depende de la relación R/L , mientras menor sea dicha relación la señal de voltaje tendrá una componente de CC reducida.

Cuando el voltaje instantáneo es positivo al igual que la corriente, la fuente de alimentación entrega energía a la carga y actúa como rectificador. Cuando el voltaje tiene polaridad negativa y la corriente tiene polaridad positiva el flujo de potencia va desde la carga hacia la fuente de alimentación y el circuito actúa como un inversor. Se debe observar que la corriente nunca tendrá polaridad negativa ya que el diodo no permite una circulación de electrones en sentido inverso.

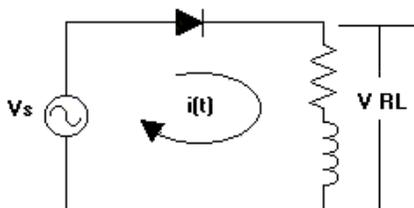


Figura 2.12

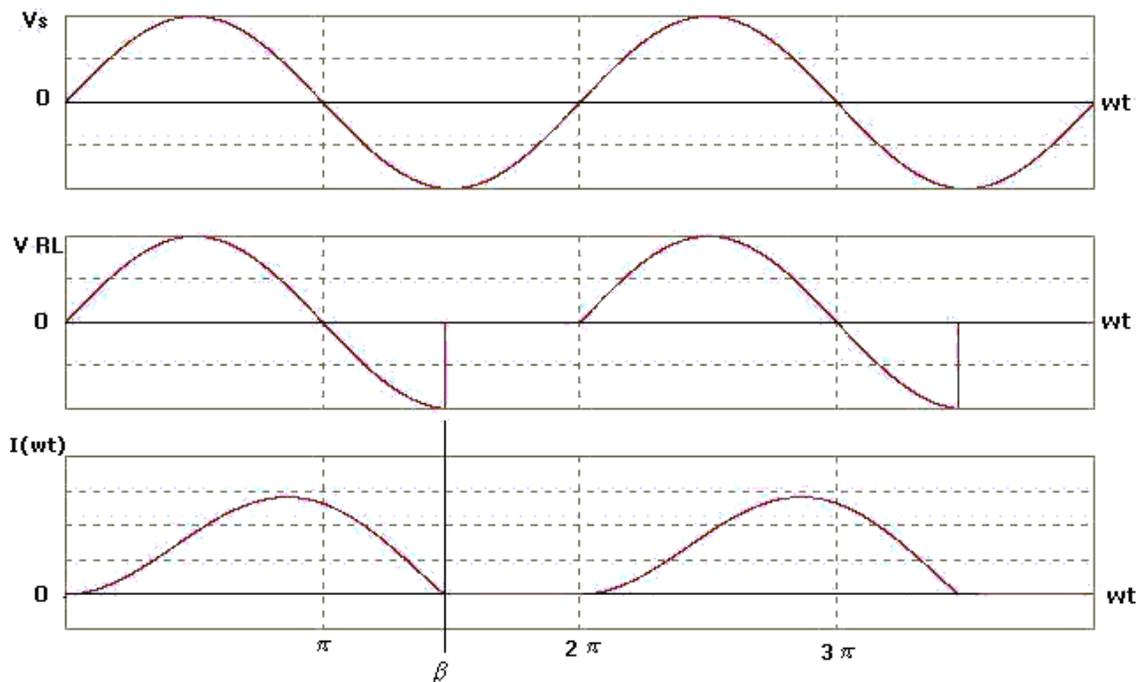


Figura 2.13

Para analizar el comportamiento del circuito en forma matemática, se debe observar que existe un ángulo β . Este es el ángulo de corte de corriente, ángulo en el cual la corriente llega a valor cero y el diodo deja de conducir. La corriente en el circuito se puede determinar haciendo la sumatoria de voltaje de cada elemento que lo compone.

$$\underbrace{L \frac{di}{dt}}_{\text{Voltaje en el Inductor}} + \underbrace{R * i(t)}_{\text{voltaje en la Resistencia}} = \underbrace{V_m * \text{Sen } \omega t}_{\text{Voltaje fuente de alimentación}} \dots\dots\dots(1)$$

Ecuación válida cuando $0 \leq \omega t \leq \beta$

Para encontrar la solución total de la corriente se expresa la ecuación en dos partes. La ecuación homogénea se define como:

$$L \frac{di}{dt} + R * i(t) = 0 \dots\dots\dots(2.8)$$

Ahora estableciendo que podemos expresar la ecuación en términos de ángulo en lugar del tiempo; o sea $\theta = \omega t$, la ecuación nos queda:

$$\omega L \frac{di}{dt} + R * i(t) = 0$$

$$i(\theta) = A * e^{\frac{-R\theta}{\omega L}} \dots\dots\dots(2.9)$$

Resolviendo la ecuación (1) se obtiene la solución particular y nos da la corriente que circularía en el circuito si no estuviera presente el diodo, o sea conduciendo permanentemente. Si sumamos ambas soluciones se obtiene la respuesta real del circuito.

La solución particular queda:

$$i(\theta) = \frac{V_m}{Z} * \text{Sen}(\omega t - \alpha) \dots\dots\dots(2.10)$$

donde:

$$\alpha = \text{Tg}^{-1}\left(\frac{\omega L}{R}\right) \dots\dots\dots(2.11)$$

$$Z = \sqrt{(\omega L)^2 + R^2} \dots\dots\dots(2.12)$$

La suma de ambas soluciones nos entrega la siguiente expresión:

$$i(\theta) = A * e^{\frac{-R\theta}{\omega L}} + \frac{Vm}{Z} \text{Sen}(\theta - \alpha) \dots\dots\dots(2.13)$$

Como la corriente es cero al comienzo, la condición inicial $i(0) = 0$, así podemos determinar el valor de la constante A.

$$0 = A * e^0 + \frac{Vm}{Z} \text{Sen}(-\alpha)$$

$$A = \frac{Vm}{Z} \text{Sen}\alpha \dots\dots\dots(2.14)$$

Al final la expresión general de la corriente queda:

$$i(\theta) = \frac{Vm}{Z} \text{Sen}\alpha * e^{\frac{-R\theta}{\omega L}} + \frac{Vm}{Z} \text{Sen}(\theta - \alpha) \dots\dots\dots(2.15)$$

Ecuación válida cuando $0 \leq \omega t \leq \beta$

2.2.4 Carga R/L Con diodo volante

Para evitar los efectos de corte de corriente y forzar la conducción del diodo, se utiliza un diodo “volante” o de bifurcación. Este elemento se pone como retorno para la corriente circulante en el circuito y así permitir que el diodo conmute cuando la fuente de CA cambia de polaridad, así se mejora el voltaje CC en la carga eliminando la parte de semiciclo negativo que hace crecer el voltaje medio obtenido.

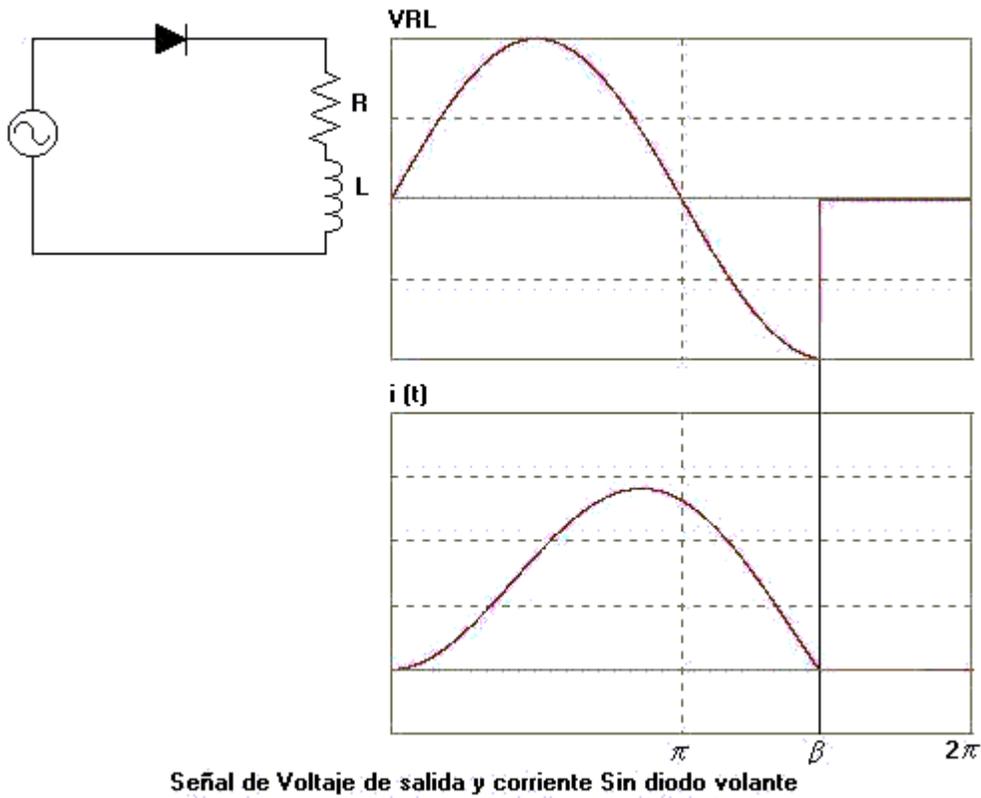


figura 2.14

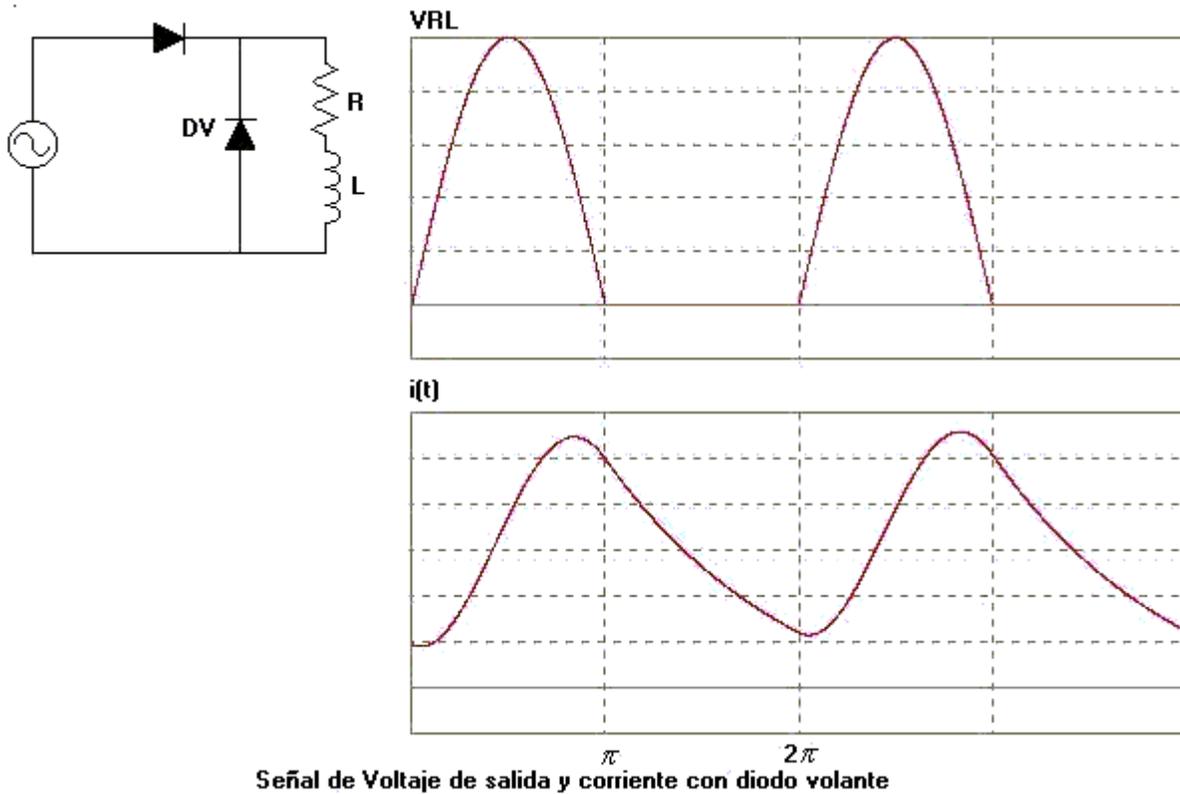


figura 2.15

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Se observa que el valor de corte de corriente “ β ” depende de los parámetros de la carga, mientras mayor sea la inductancia en la carga más se retrasará el ángulo de corte de corriente, reduciendo así el voltaje medio que entregamos a la carga. En el circuito con diodo volante, el voltaje medio entregado será fijo independiente de la relación R/L.

Funcionamiento del circuito

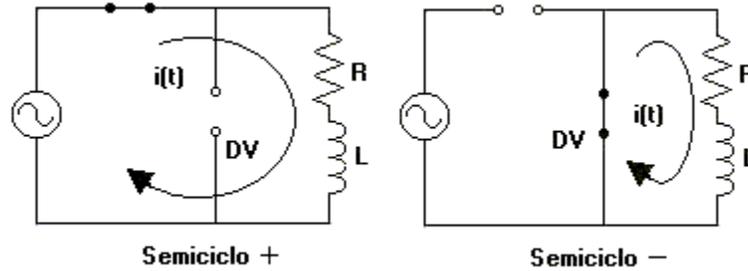


figura 2.16

Durante el semicyclo positivo el Diodo volante está polarizado inverso y no afecta el funcionamiento del circuito, cuando se polariza directo conduce, aislando de esta forma la fuente de alimentación. Notar que el sentido de la corriente no se ve afectado y sigue su ruta natural, la polaridad de voltaje en la carga tampoco cambia.

Para el voltaje de salida la señal puede expresarse en términos de serie de Fourier de la siguiente forma:

$$v(t) = \frac{V_m}{\pi} + \frac{V_m}{2} \text{Sen } \omega t - \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2V_m}{(n^2 - 1)\pi} \text{Cos } n\omega t \quad \dots(2.16)$$

En este caso el comportamiento de la corriente y potencia consumida en la carga se puede calcular por superposición Este método se aplica descomponiendo la señal no sinusoidal aplicada en múltiples fuentes de voltaje sinusoidal de diferente magnitud y frecuencia, además de su componente de CC. Calculando la corriente que fluye para cada fuente de alimentación y estableciendo la sumatoria entre ellas se llega a la corriente deseada.

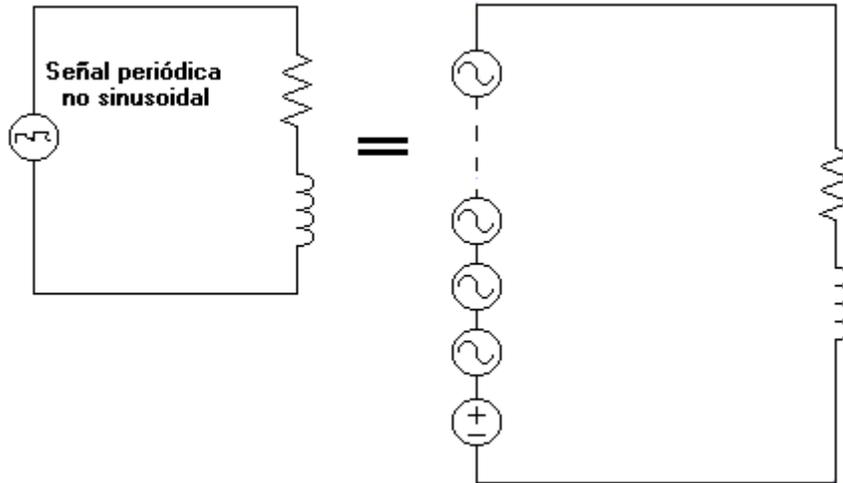


Figura 2.17

Ejemplo 2.2:

Una fuente de voltaje sinusoidal de amplitud 200v y frecuencia 50 hz. a través de un rectificador de media onda con diodo volante, alimenta una carga con los siguientes parámetros:

$$R = 3\Omega$$

$$L = 15 \text{ mH}$$

Determinar:

- Voltaje y corriente media en la carga
- Una expresión para voltaje y corriente instantánea en la carga.
- Potencia activa consumida por la carga.

Solución:

- Dado que la señal de voltaje es de media onda y la carga inductiva no modifica la señal de voltaje de salida por la presencia del diodo volante, el voltaje medio se calcula así:

$$V_o = \frac{V_m}{\pi} = \frac{200}{3.14} = 63.66\text{v}$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

La corriente media se calcula:

$$I_o = \frac{V_m}{\pi R} = \frac{200}{3.14 * 3} = 21.22 A$$

- b) La expresión para corriente y voltaje instantáneos se determinan con la serie de Fourier correspondiente al caso de rectificador media onda:

$$\omega = 2 * \pi * 50 = 314.159 \frac{rad}{seg}$$

Reemplazando los términos en la sumatoria de Fourier:

$$v(t) = 63.66 + 100 \text{Sen}314.159t - 42.44 \text{Cos}628.318t - 8.4882 \text{Cos}1256.63t - 3.6378 \text{Cos}1884.95t - 2.021 \text{Cos}2513.27t - 1.2861 \text{Cos}3141.59t$$

Dado que la impedancia cambia para cada una de las fuentes de alimentación en que se descompone la señal inicial, se calculará el valor de corriente para cada fuente de alimentación para cada frecuencia:

$$I_n = \frac{V_n}{\sqrt{R^2 + (2\pi * f * n * L)^2}} \dots\dots\dots(2.17)$$

Así la expresión de corriente instantánea quedará:

$$i(t) = 21.22 + 17.9 \text{Sen}314.159t - 4.294 \text{Cos}628.318t - 0.44 \text{Cos}1256.63t - 0.127 \text{Cos}1884.95t - 0.0534 \text{Cos}2513.27t - 0.02724 \text{Cos}3141.59t$$

- c) Para determinar la potencia real absorbida por la carga y dado que la inductancia no consume energía activa, se obtiene el valor efectivo de corriente que circula por la resistencia.

$$I_{rms} = \sqrt{21.22^2 + \frac{17.9^2}{2} + \frac{4.294^2}{2} + \frac{0.44^2}{2} + \frac{0.1279^2}{2} + \frac{0.0534^2}{2} + \frac{0.02724^2}{2}}$$

$$I_{rms} = 24.89 A$$

$$P_{act} = 24.89^2 * 3 = 1859 w$$

2.2.5 Rectificador Media onda y otras cargas

También podemos realizar un análisis breve cuando tenemos otros elementos involucrados en un rectificador: Tales elementos pueden ser un condensador o una fuente de tensión continua pudiendo presentarse esta cuando el rectificador alimenta un cargador de baterías o un motor CC.

Podremos observar que al haber un condensador este tiende a elevar la tensión de salida, disminuyendo el rizado o sea la brecha entre tensión máxima y mínima de la forma de onda de voltaje en la carga. También se puede ver que la corriente circulante en el diodo aparece con pulsos más angostos debido a que el voltaje mantenido por el condensador polariza inversamente al diodo antes de que la fuente de alimentación cambie de polaridad.

Si el condensador ubicado en el circuito se utiliza como filtro para obtener un valor de voltaje CC mayor, se debe cuidar que el valor de capacitancia no exceda un nivel determinado, ya que mientras mayor sea el valor del condensador filtro, mayor serán los niveles de corriente peak que circulan por el diodo (I_D) y que son demandados a la fuente.

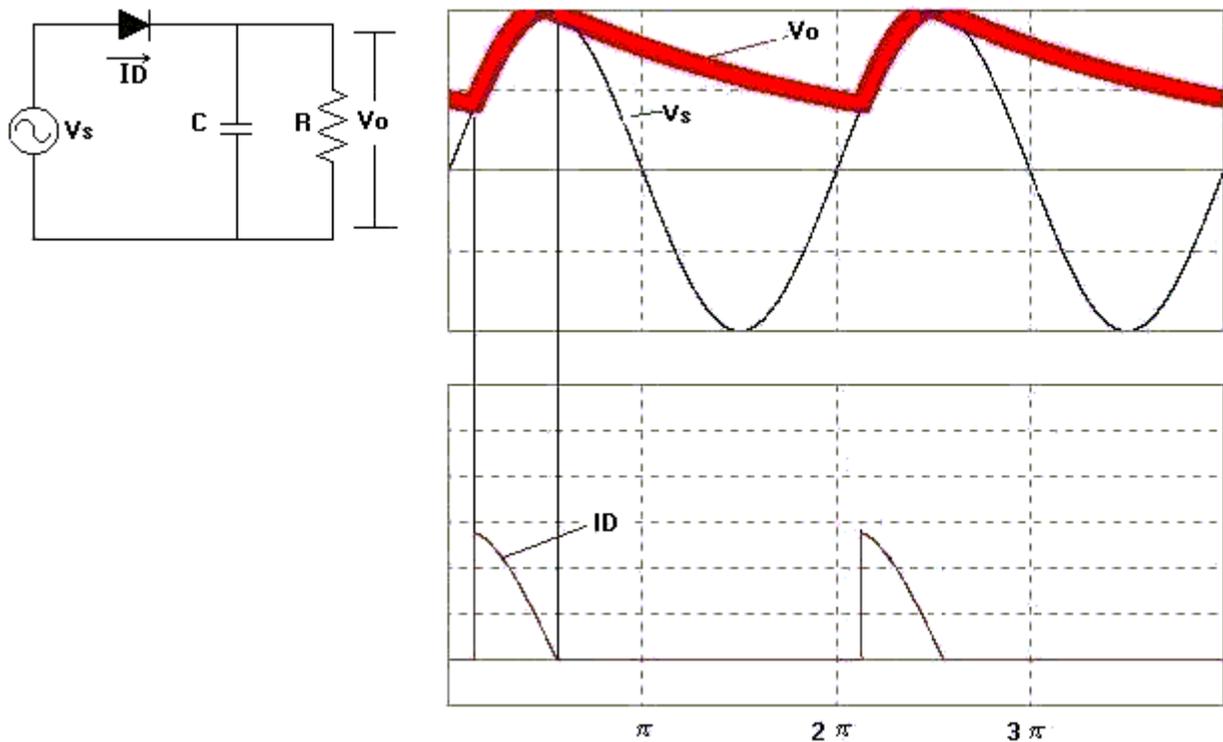


Figura 2.18

Cuando la carga es una batería o un motor CC, se tendrá una fuente con nivel de voltaje constante y la fuente de alimentación CA deberá elevar su voltaje por encima de la tensión en la carga para que el diodo entre en conducción. Esto también reduce la duración de los pulsos de corriente ya que por el diodo sólo circulará corriente cuando el voltaje aplicado lo polarice en forma directa.

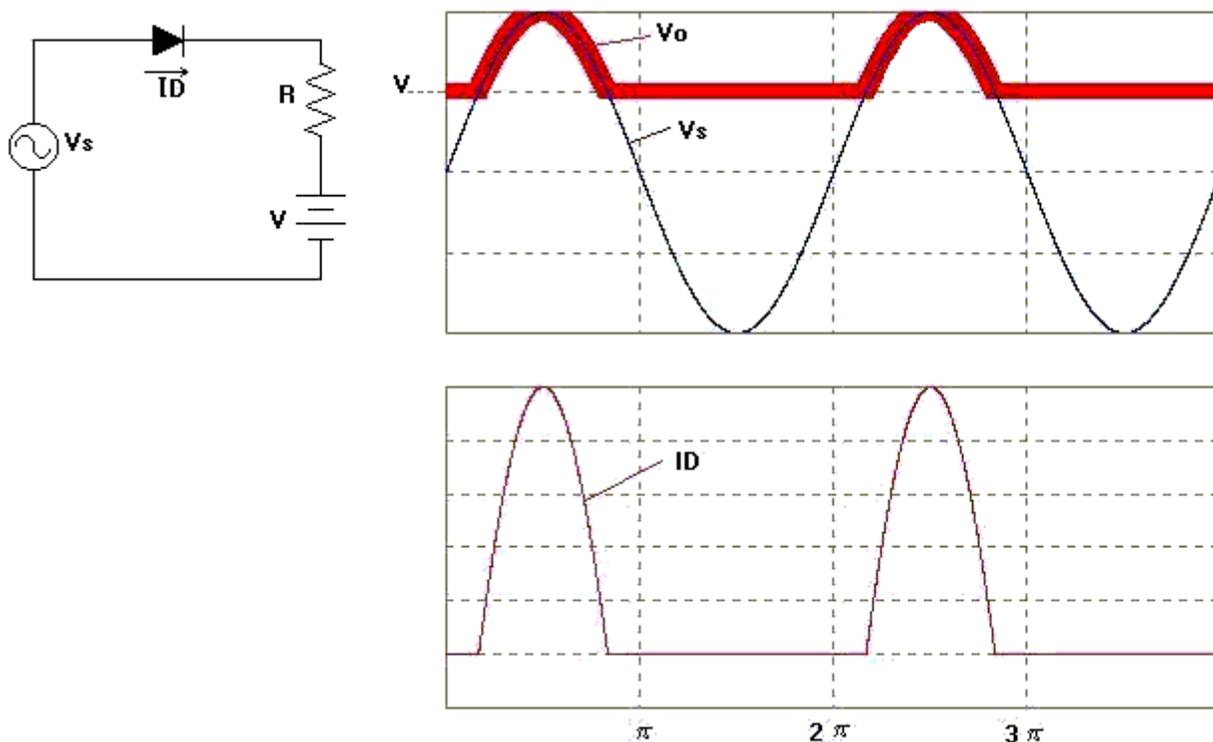


Figura 2.19

2.3 Rectificador de onda completa

2.3.1 Rectificador tipo puente

Los rectificadores de onda completa sirven para rectificar una señal de CA y convertirla en una señal de CC con un valor medio mayor al obtenido en los rectificadores de media onda. También tienen la ventaja en cuanto a corriente suministrada por alguna fuente de alimentación, para los rectificadores de onda completa la corriente entregada por el generador es una señal alterna sin valor medio, esto es una ventaja si la fuente entrega la energía a través de un transformador, ya que la componente de CC es indeseable ya que causa un aumento en cuanto a pérdidas y calentamiento en el transformador.

2.3.2 Análisis para carga R

El primer circuito a analizar será para carga resistiva

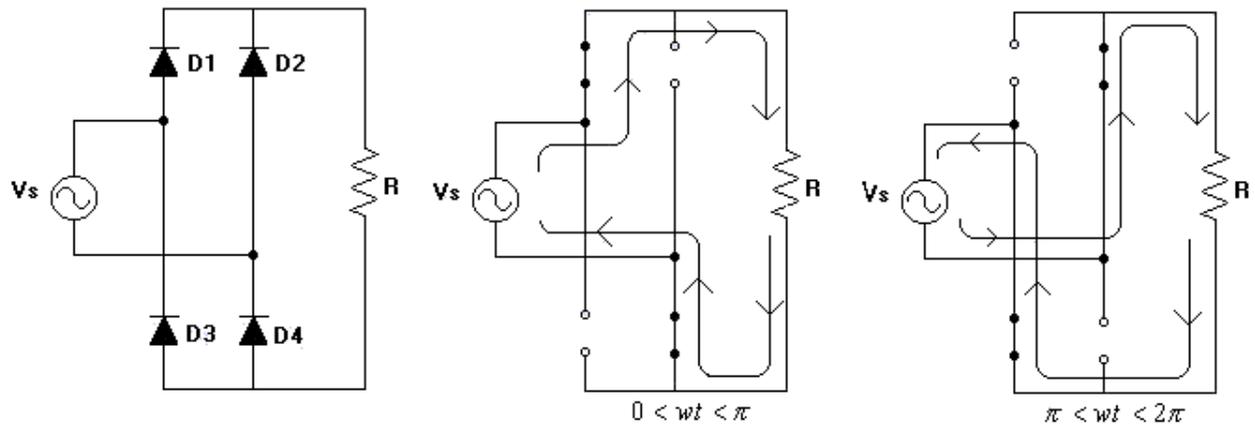


Figura 2.20

Analizando el estado de los diodos según el voltaje de polarización que recibe cada uno, vemos que para el semiciclo positivo de la señal de voltaje de entrada los diodos D1 y D4 quedan con polarización directa, en cambio los diodos D2 y D3 están polarizados en forma inversa, así en carga se refleja el voltaje de entrada. Cuando se supera el ángulo π , la fuente cambia su polaridad y los diodos cambian todos de estado, los que conducían entran en estado de bloqueo y los que diodos D2 y D3 conducen. Así el voltaje en la carga nuevamente refleja la tensión de la fuente pero con polaridad inversa, la carga no cambia su polaridad ya que siempre la tensión aplicada a ella es positiva. La corriente que circula por la fuente de alimentación es alterna, observemos el flujo de la corriente hacia la carga sale desde ambos extremos de la fuente y va alternando su recorrido en cada semiciclo.

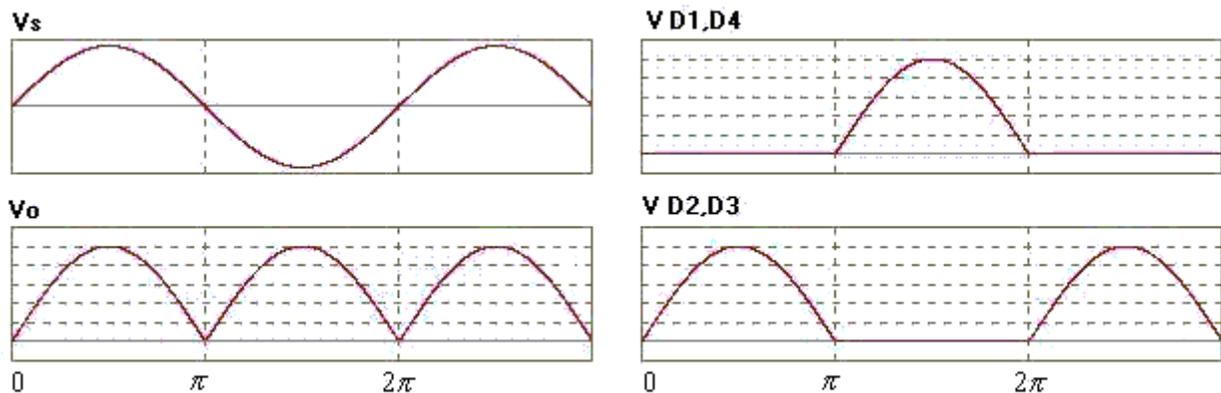


Figura 2.21

El voltaje medio se calcula en la carga de la siguiente forma: tomando en cuenta que ahora el período de la señal es el doble que en el caso media onda, el período es π .

$$V_{dc} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m * \text{Sen } \omega t \quad d\omega t$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{\pi} (-\text{Cos} \omega t) \Big|_0^{\pi}$$

$$V_{dc} = \frac{V_m}{\pi} (-\text{Cos} \pi + \text{Cos} 0)$$

$$V_{dc} = \frac{2V_m}{\pi} \dots\dots\dots(2.18)$$

Cuando un diodo está en estado de bloqueo, el voltaje que aparece en sus terminales ánodo-cátodo es el voltaje que se le ha aplicado, en nuestro caso cuando uno de los diodos tiene polarización inversa queda en paralelo con la fuente de alimentación y la tensión en sus terminales se refleja la señal de la fuente.

Dado que la carga es netamente resistiva, la señal de corriente en la carga es idéntica al voltaje aplicado. La corriente de la fuente, la corriente de carga y la corriente que circula por los diodos, será graficada a continuación:

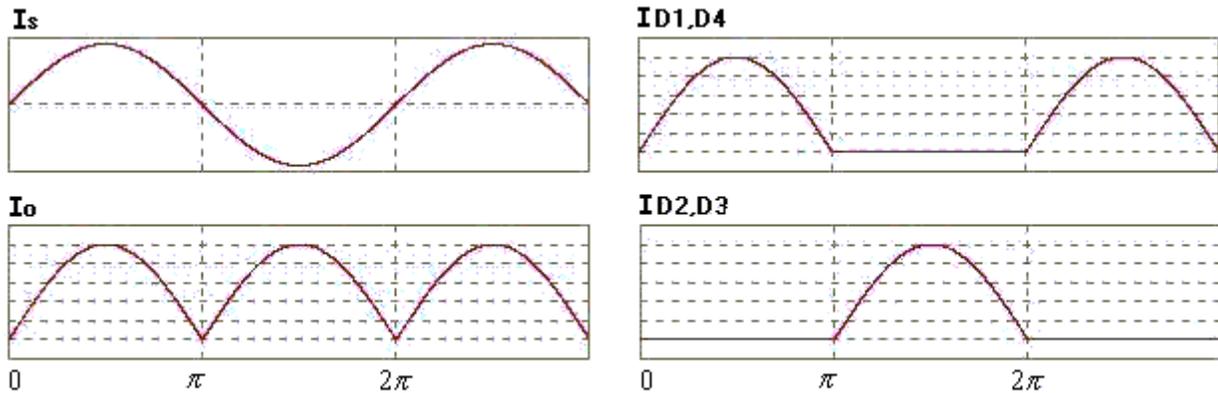


Figura 2.22

2.3.3 Cálculo FP del circuito

Es necesario para conocer el factor de potencia, calcular la potencia activa en la carga y la potencia aparente que se exige a la fuente de excitación.

$$P_{activa} = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} V_m^2 \text{Sen}^2 wt \, dwt}$$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \dots\dots\dots(2.19)$$

Así la potencia activa consumida por la carga se expresa de la siguiente forma:

$$P_{activa} = \frac{V_m^2}{2R} \dots\dots\dots(2.20)$$

Para calcular la potencia aparente entregada por la fuente, simplemente calculamos el producto entre su tensión eficaz y la corriente efectiva que circula por ella. Recordemos que ambas magnitudes son sinusoidales y su valor efectivo se obtiene fácilmente:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

$$I_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}R}$$

$$S = \frac{V_m}{\sqrt{2}} * \frac{V_m}{\sqrt{2}R} = \frac{V_m^2}{2R} \dots\dots\dots(2.21)$$

Entonces calculando la razón entre potencia activa consumida por la carga y la potencia aparente que se exige a la fuente se obtiene el factor de potencia total del sistema.

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{\frac{V_m^2}{2R}}{\frac{V_m^2}{2R}} = 1$$

2.3.4 Rectificador de onda completa tipo puente carga R/L

Dado que para una carga de tipo inductiva la forma de onda de corriente contiene armónicos, no podemos realizar el análisis de la misma forma que en la carga tipo R. Por esta razón se trabajará con el teorema de superposición y la serie de Fourier de la señal de voltaje que llega a la carga

Dicha señal de voltaje, corresponde a una señal de onda completa rectificadas por el puente de diodos y se expresará su valor instantáneo por la siguiente sumatoria de Fourier:

$$V(wt) = V_o + \sum_{n=2,4,\dots}^{\infty} V_n \text{Cos}(nwt + \pi) \dots \dots \dots (2.22)$$

Donde V_o es la componente de CC dada por: $V_o = \frac{2V_m}{\pi}$

La magnitud de cada señal armónica de voltaje está dada por:

$$V_n = \frac{2V_m}{\pi} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) \dots \dots \dots (2.23)$$

Así la expresión final para el voltaje de salida queda:

$$V(wt) = \frac{2V_m}{\pi} + \frac{2V_m}{\pi} \left(\frac{2}{3} \right) \text{Cos}(2wt + \pi) + \frac{2V_m}{\pi} \left(\frac{2}{15} \right) \text{Cos}(4wt + \pi) + \frac{2V_m}{\pi} \left(\frac{2}{35} \right) \text{Cos}(6wt + \pi) + \dots$$

Luego la expresión de la corriente en la carga quedará expresada como sigue:

$$i(wt) = \frac{0.636V_m}{R} + \frac{0.424V_m}{\sqrt{R^2 + (2wL)^2}} \text{Cos}(2wt + \pi) + \frac{0.084V_m}{\sqrt{R^2 + (4wL)^2}} \text{Cos}(4wt + \pi) + \frac{0.0363V_m}{\sqrt{R^2 + (6wL)^2}} \text{Cos}(6wt + \pi) + \dots$$

De la expresión obtenida para la corriente, se ve claramente que si la inductancia tiene un valor elevado, las componentes armónicas desaparecen y la señal de corriente sólo posee un valor continuo dado por:

$$I_o = \frac{0.636 * V_m}{R} \dots \dots \dots (2.24)$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

A partir de ahora para cargas altamente inductivas, se considerará una corriente sin rizado, así se simplifican los cálculos para obtener valores efectivos y para cálculos de factor de potencia. El siguiente circuito muestra un rectificador monofásico de onda completa alimentando una carga RL.

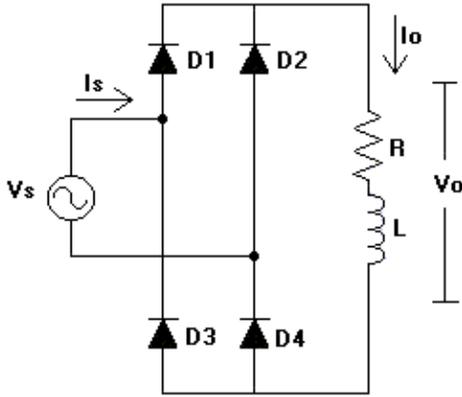
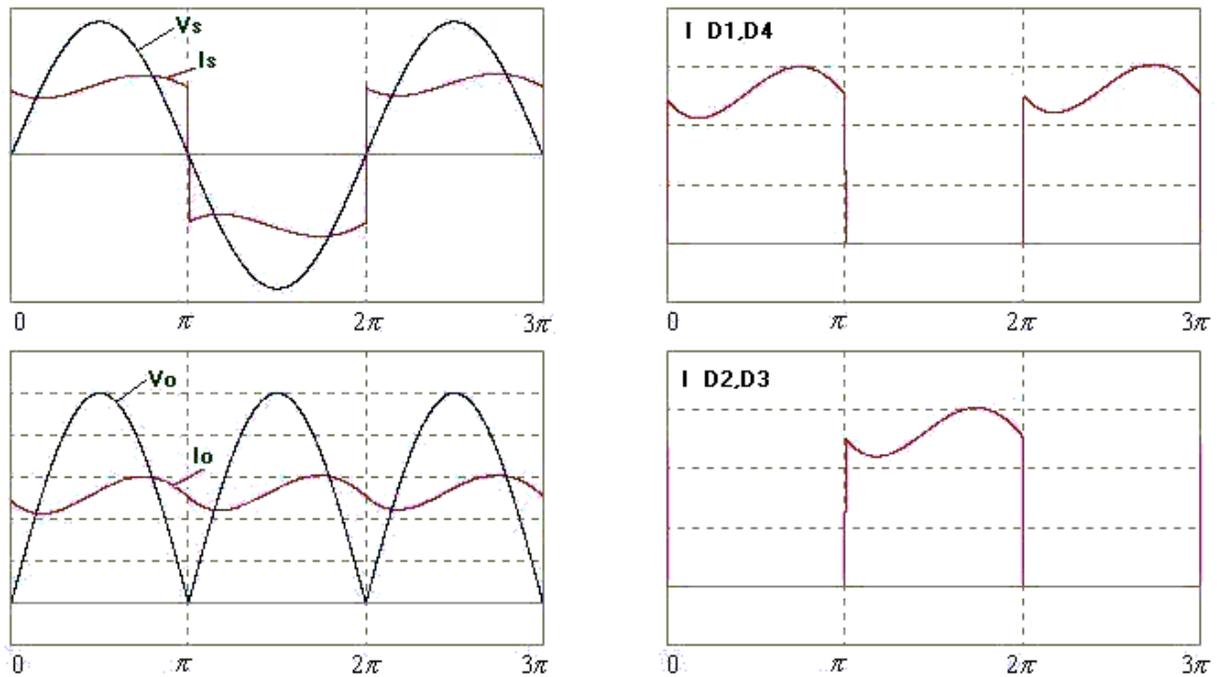


Figura 2.23

La forma de onda del voltaje de salida, corriente en la carga y la señal de corriente en la entrada del circuito se grafica a continuación. También se incluye la corriente que circula por cada par de diodos que conforman el puente rectificador.



Formas de onda para carga RL

Figura 2.24

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Como ya se mencionó anteriormente, la corriente que circula por la carga es prácticamente una corriente continua cuando la inductancia en la carga es de gran magnitud, así las componentes de corriente alterna de la señal de corriente desaparecen y su magnitud de corriente es constante. Con este supuesto una carga altamente inductiva se representa como una fuente de corriente continua de magnitud invariable. El rectificador con carga fuente de corriente aparece en la figura siguiente:

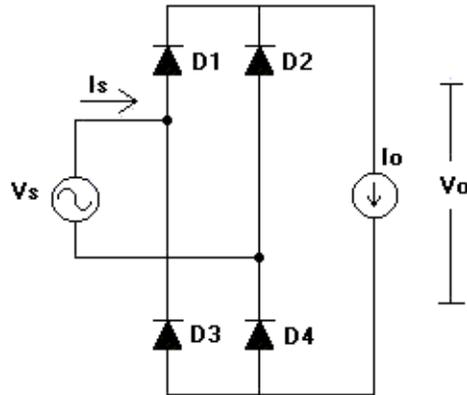
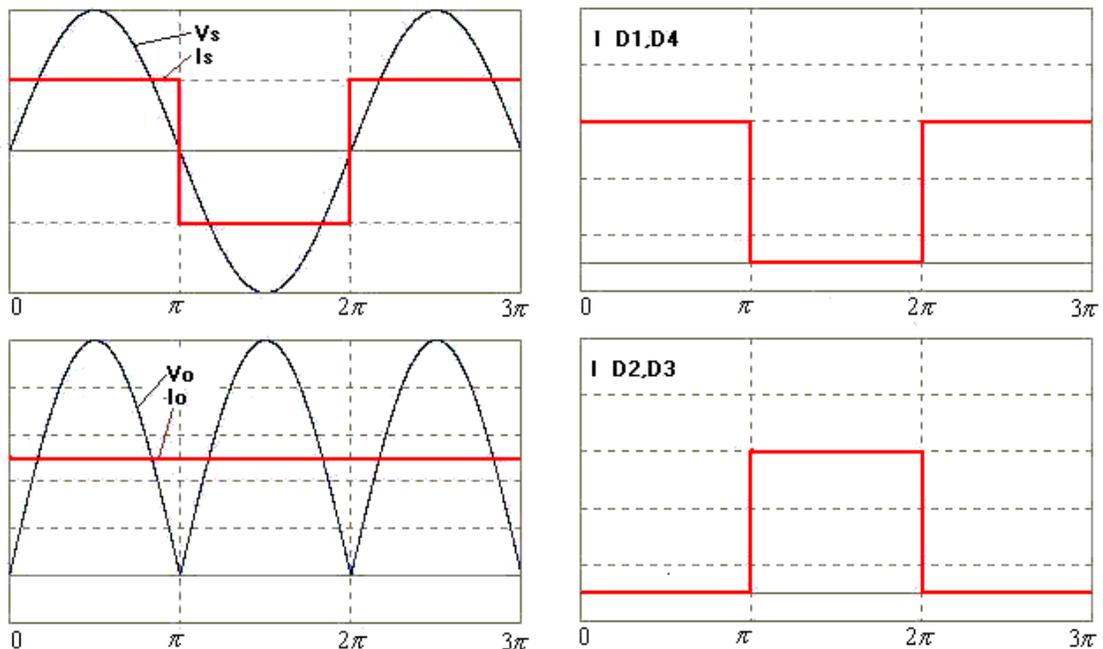


figura 2.25

Se grafica a continuación las formas de onda para corriente de entrada, salida y las corrientes en los diodos para cada semiciclo de conducción:



Formas de onda con carga RL cuando $L \rightarrow \infty$

figura 2.26

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Ejemplo 2.3

Se tiene un circuito rectificador de onda completa tipo puente, la fuente de voltaje entrega una tensión sinusoidal de 50 Hz y 220 V rms. La carga está compuesta por una resistencia de $6\ \Omega$ y una inductancia de 40mH.

- Determine el voltaje medio en la carga.
- Calcule corriente media en la carga.
- Determine una expresión para voltaje instantáneo en la carga.
- Determine una expresión de corriente instantánea en la carga.
- Calcular potencia activa consumida por la carga.
- Factor de potencia del sistema.
- Repita e) y f) para una carga altamente inductiva.

Solución:

- El voltaje medio se determina con la expresión obtenida al integrar la señal de salida por el período de dicha señal, que fue determinada anteriormente:

$$V_o = \frac{2 * \sqrt{2} * 220}{\pi} = 198.07v$$

- La corriente media corresponde a:

$$I_o = \frac{2 * \sqrt{2} * 220}{\pi * 6} = 33.011A$$

- Calculando las componentes armónicas del voltaje de salida mediante la expresión (2)

$$V_n = \frac{2 * \sqrt{2} * 220}{\pi} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

$$\begin{aligned}V_o &= 198.07 \\V_2 &= 132.046 \\V_4 &= 26.404 \\V_6 &= 11.318 \\V_8 &= 6.288 \\V_{10} &= 4.001 \\V_{12} &= 2.77\end{aligned}$$

La expresión final para la tensión de salida quedará:

$$V(\omega t) = 198.07 + 132.04\cos(628.318t + \pi) + 26.409\cos(1256.637t + \pi) + 11.318\cos(1884.45t + \pi) + \dots$$

d) La magnitud de la corriente para cada componente armónica, se calcula así:

$$I_n = \frac{V_n}{\sqrt{R^2 + (2\pi * 50 * n * 0.04)^2}}$$

$$\begin{aligned}I_o &= 33.011 \\I_2 &= 5.11 \\I_4 &= 0.5217 \\I_6 &= 0.149 \\I_8 &= 0.0624 \\I_{10} &= 0.0318 \\I_{12} &= 0.0183\end{aligned}$$

$$i(\omega t) = 33.011 + 5.11\cos(628.318t + \pi) + 0.5217\cos(1256.637t + \pi) + 0.149\cos(1884.45t + \pi) + \dots$$

e) Para calcular la potencia disipada en R, se calculará la corriente efectiva que circula por la carga:

$$I_{rms} = \sqrt{33.011^2 + \frac{5.11^2}{2} + \frac{0.5217^2}{2} + \frac{0.149^2}{2} + \frac{0.0624^2}{2} + \frac{0.0318^2}{2} + \frac{0.0183^2}{2}}$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

$$I_{rms} = 33.21A$$

$$P_{act} = 33.21^2 * 6 = 6617.4w$$

f) Dado que la corriente efectiva es la misma en ambos lados del rectificador:

$$S = 33.21 * 220 = 7306VA$$

$$FP = \frac{6617.4}{7306} = 0.9057$$

g) En el caso de carga altamente inductiva el análisis es más sencillo ya que se prescinde de las componentes armónicas y se asume señal continua en el lado de la carga.

La señal de voltaje no se ve afectada por la carga inductiva, por tanto el voltaje medio permanece igual.

$$V_o = 198.07v$$

La corriente no tiene componentes de CA y se considera netamente continua.

$$I_o = 33.011A$$

La potencia activa se puede calcular ahora como:

$$P_{act} = V_o * I_o = 198.07 * 33.011 = 6538.48w$$

La expresión usada anteriormente también es válida para cálculo de potencia real:

$$P_{act} = I_o^2 * R = 33.011^2 * 6 = 6538.35w$$

Para calcular el FP, obtendremos la potencia aparente con el valor de corriente I_{rms} circulante en la fuente. La señal de corriente es una onda cuadrada, alterna y con todos los armónicos impares.

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_o^2 dwt + \frac{1}{2\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (-I_o)^2 dwt}$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_o^2}{2\pi} (\pi - 0) + \frac{I_o^2}{2\pi} (2\pi - \pi)$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_o^2 \pi}{2\pi} + \frac{I_o^2 \pi}{2\pi}$$

$$I_{rms} = I_o$$

Así calculando el factor de potencia con la potencia aparente exigida a la fuente de alimentación:

$$I_{rms} = 33.011A$$

$$S = 33.011 * 220 = 7262.42$$

$$FP = \frac{6538.48}{7262.42} = 0.9$$

Observación:

Para una carga altamente inductiva, el factor de potencia obtenido siempre da como resultado 0.9. Cuando la carga resistiva el factor de potencia es unitario, así podemos ver que el rango de variación está entre 0.9 y 1.

$$\text{Para } L \longrightarrow 0 \quad FP \approx 1$$

$$\text{Para } L \longrightarrow \infty \quad FP \approx 0.9$$

2.4 Rectificador Onda completa usando transformador de TAP central

La topología que analizaremos a continuación corresponde a un rectificador de onda completa, pero con varias diferencias respecto al visto anteriormente.

En este caso en lugar de tener cuatro diodos, tenemos sólo dos, conduciendo sólo uno de ellos para cada semiciclo. Esto es una ventaja si consideramos que en el rectificador tipo puente la corriente debe pasar por dos diodos antes de llegar hasta la carga, siendo mayor el nivel de pérdidas de potencia en caso de grandes magnitudes de corriente.

La operación de este rectificador requiere un transformador con el lado secundario fraccionado en dos devanados de igual número de espiras, que actuarán como dos fuentes de voltaje polarizando ambos diodos para cada semiciclo de la señal sinusoidal de entrada. Así podemos alimentar una carga en todo momento a través de un diodo u otro y con la misma polaridad. La siguiente figura muestra la configuración del rectificador con el transformador de TAP central. Estableciendo que:

$$\frac{V_S}{V_{S1}} = \frac{V_S}{V_{S2}} = 1 \dots\dots\dots(2.25)$$

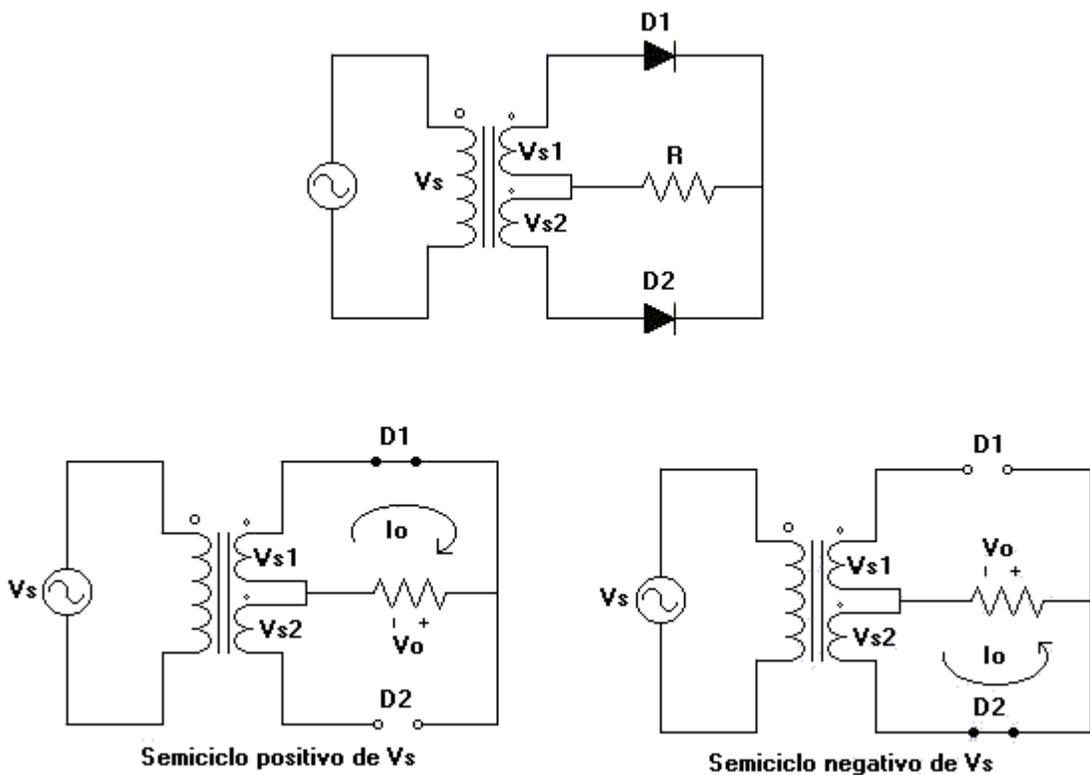


Figura 2.27

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Se observa que cuando un diodo está polarizado en forma inversa, el voltaje que aparece en sus extremos corresponde a $V_s + V_o$, cuando la fuente V_s está en su semiciclo positivo, el diodo en estado “off” es D2 y su tensión de bloqueo es $V_{s2} + V_o$, vale decir que el diodo recibe una tensión peak correspondiente al doble de tensión peak que la carga, esto es una consideración importante si pensamos trabajar con niveles de tensión elevados.

A continuación se grafica las formas de onda para las señales del voltaje de entrada y voltaje en la carga.

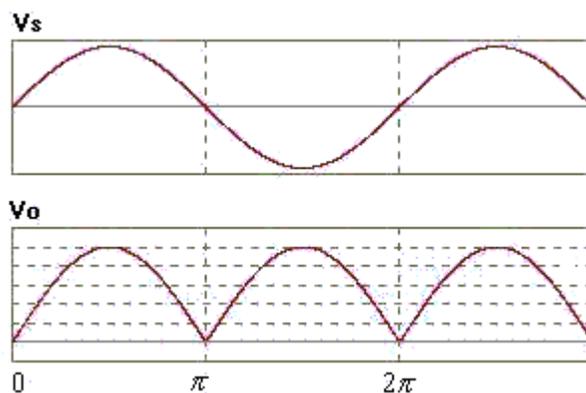


Figura 2.28

La siguiente gráfica muestra la tensión de entrada como referencia para observar el voltaje que aparece en los terminales de un diodo cuando está en condición de bloqueo.

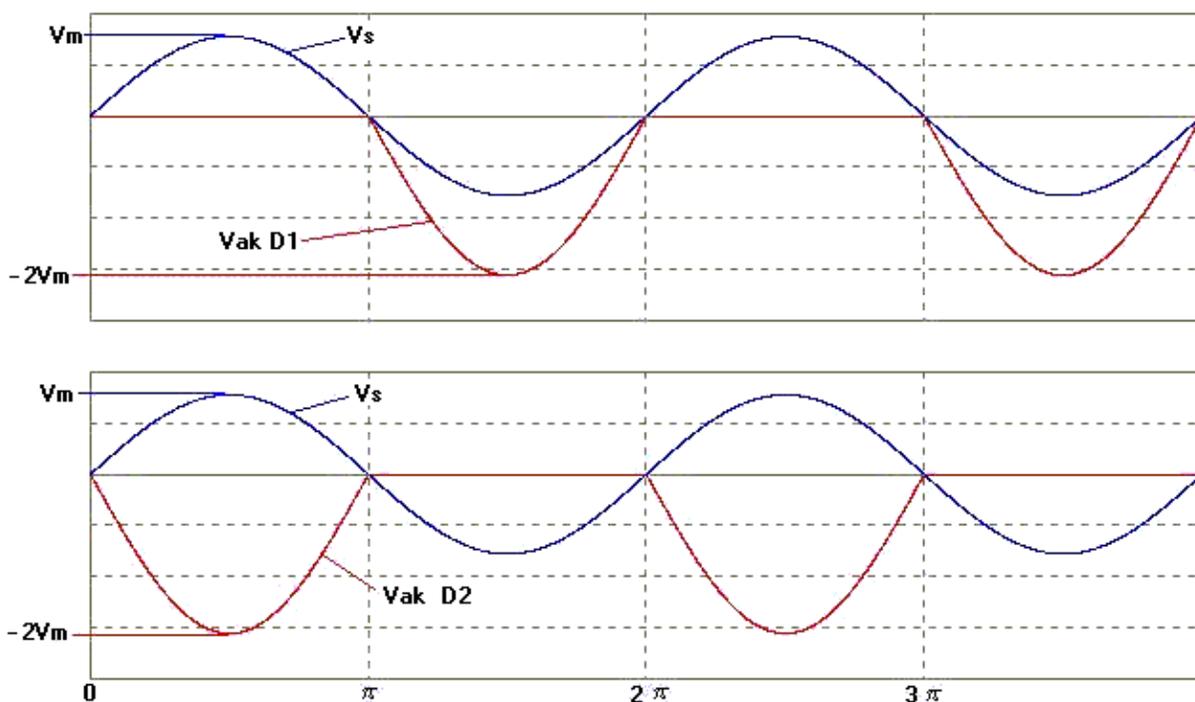


Figura 2.29

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Cuando el circuito tiene carga resistiva, la señal de corriente de entrada tiene forma sinusoidal y además está en fase con el voltaje de la fuente de alimentación, debido a esto el factor de potencia es unitario para carga R.

A continuación se mostrará el diagrama del circuito y sus correspondientes formas de onda de corriente en el lado de la carga, entrada y corriente circulante en los diodos.

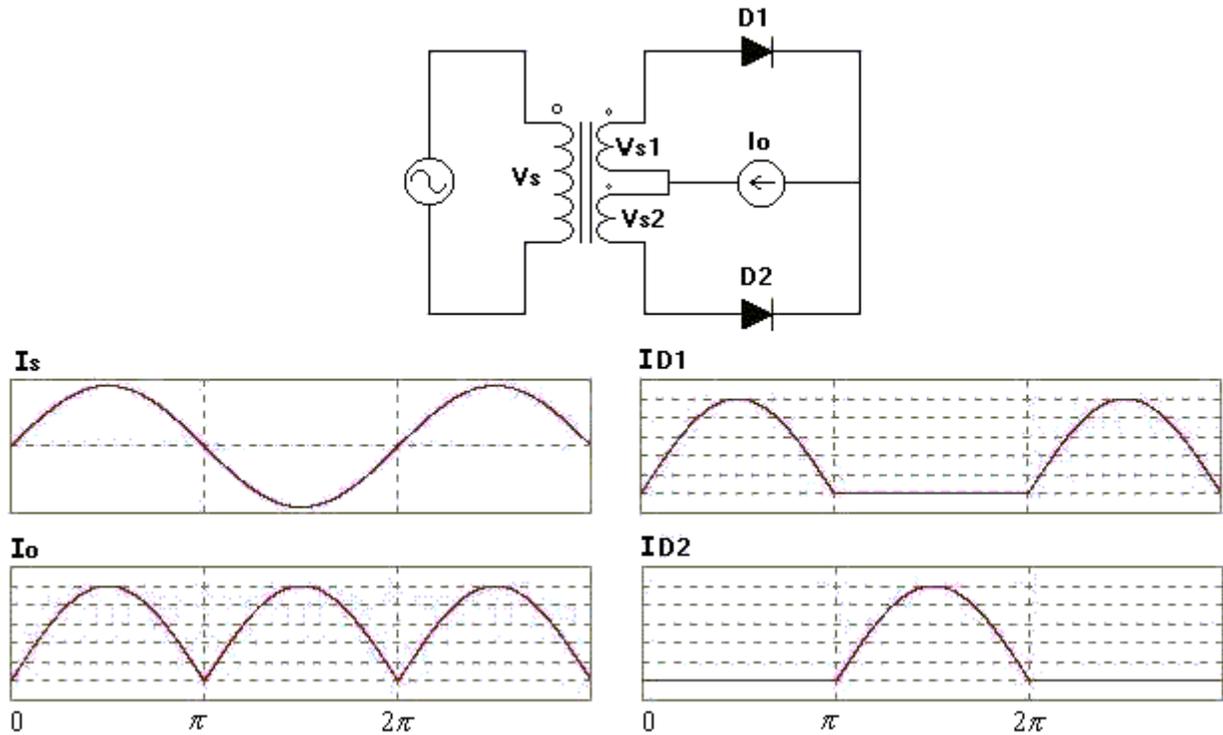


Figura 2.30

Para cargas altamente inductivas las señales de corriente se graficarán junto a la señal de voltaje para observar que se obtienen señales idénticas para el caso de rectificador monofásico tipo puente. Para este caso de carga altamente inductiva $FP = 0.9$.

2.5 Rectificador Trifásico de media onda

Los rectificadores trifásicos se pueden emplear para alimentar cargas de CC que requieran gran cantidad de potencia y que por razones de conveniencia se opta por un sistema trifásico. Las ventajas de la red trifásica, aparte de su mayor robustez y capacidad de entregar energía, además esta configuración también mejora el valor medio obtenido en la carga, ya que con una mayor cantidad de pulsos, el rizado en la salida del rectificador es inferior al rectificador monofásico.

2.5.1 Análisis para carga R

Para comenzar analizaremos el rectificador trifásico de media onda. Al igual que en el caso monofásico este rectificador presenta un diodo para cada fuente y la corriente que circula por la ella tiene una componente de CC que es indeseable.

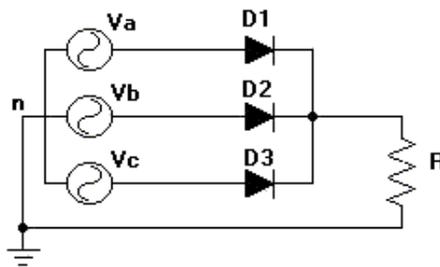


Figura 2.31

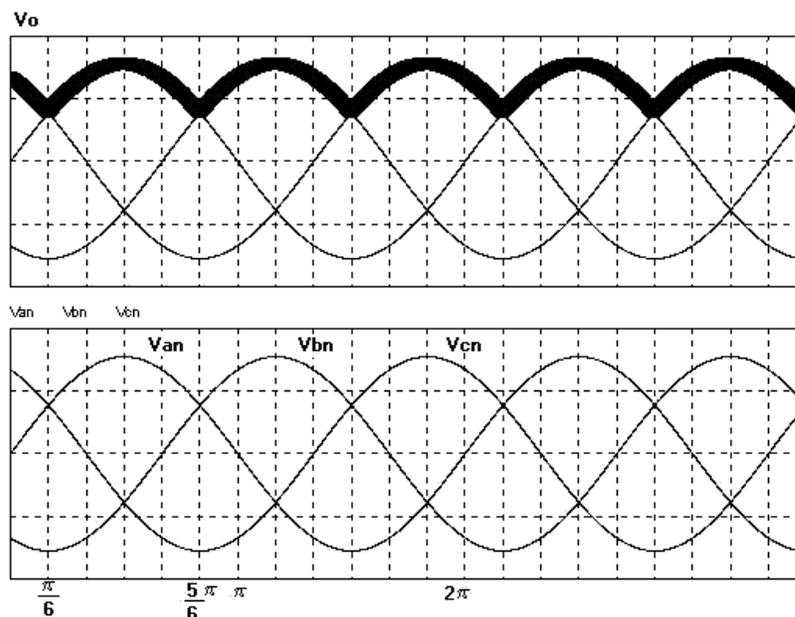


Figura 2.32

Es fácil notar que cuando la fuente V_a tiene una magnitud mayor al resto de las fuentes, polariza directo al diodo n° 1, quedando los diodos 2 y 3 en estado de bloqueo. En la figura 2.32 se observa que en 150° el voltaje de la fuente V_{bn} pasa a ser mayor que V_{an} y entra en

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

conducción el diodo n ° 2, así sucesivamente en la carga siempre se refleja el voltaje de cada fuente entre fase y neutro.

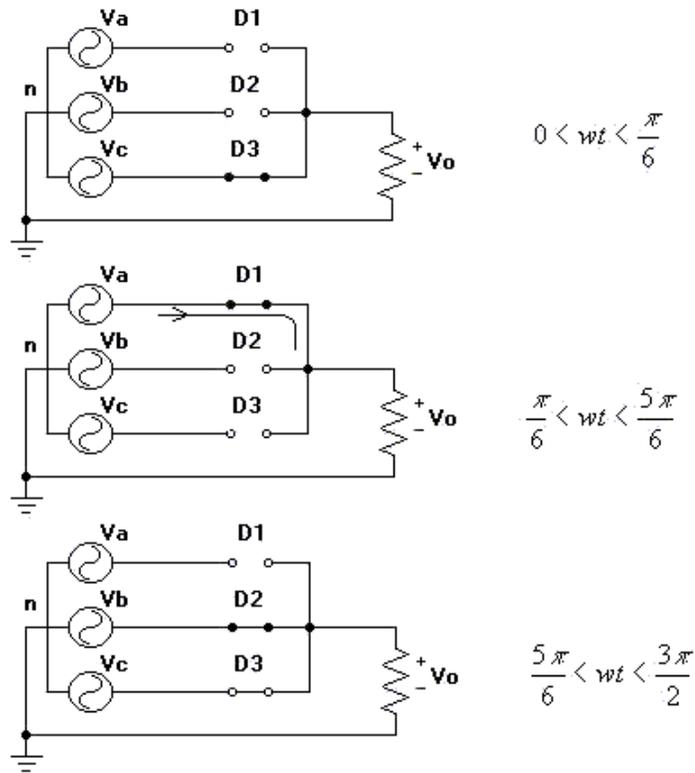


Figura 2.33

La forma de onda de voltaje obtenida en la carga, se muestra en la figura 1 y la el valor medio de la señal se calculará a continuación:

El período de la señal es de $\frac{2\pi}{3}$ y la señal aparece entre los ángulos $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{5\pi}{6}$.

$$V_{dc} = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{3}\right)} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m \text{Sen } \omega t \, d\omega t$$

$$V_{dc} = \frac{3V_m}{2\pi} \left(-\text{Cos } \omega t \right)_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$V_{dc} = \frac{3V_{fn}\sqrt{2}}{2\pi} \left(-\text{Cos } 5\pi/6 + \text{Cos } \pi/6 \right)$$

$$V_{dc} = \frac{3V_{fn}\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\pi}$$

$$V_{dc} = 1.1695V_{fn \text{ rms}} \dots\dots\dots(2.26)$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Con respecto a la corriente en la carga, se sabe que la señal de corriente es igual a la señal de voltaje aplicado en caso de carga R, por lo tanto el valor medio de la corriente será :

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{1.1695V_{fn\ rms}}{R} \dots\dots\dots(2.27)$$

El valor rms del voltaje en R será:

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{(2\pi/3)} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_m^2 \text{Sen}^2 wt \ dwt}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{3V_m^2}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \left(\frac{1 - \text{Cos}2wt}{2} \right) dwt$$

$$V_{rms}^2 = \frac{3V_m^2}{2\pi} \left(\frac{wt}{2} - \frac{\text{Sen}2wt}{4} \right)_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{3V_m^2}{4\pi} \left[\left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right) + \left(\text{Cos}2 * \frac{5\pi}{6} + \text{Cos}2 * \frac{\pi}{6} \right) \right]$$

$$V_{rms} = 1.188V_{fn\ rms} \dots\dots\dots(2.28)$$

Dado que cada diodo conduce durante 120°, la corriente circulante por la red de alimentación tendrá la siguiente forma para cada línea.

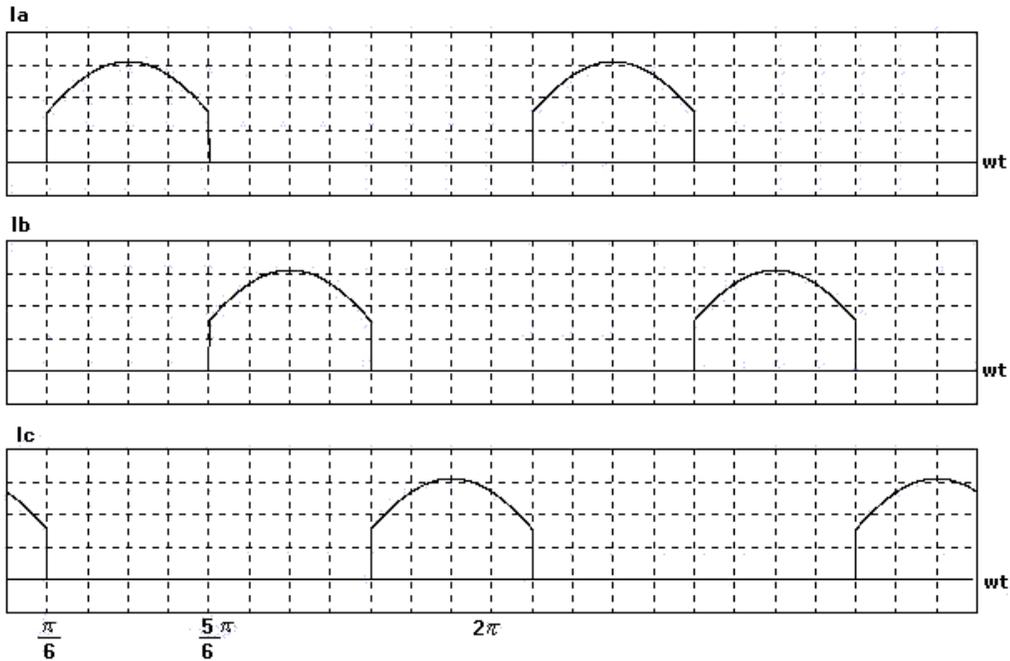


Figura 2.34

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Para la señal de corriente en la entrada del rectificador es de vital interés conocer el valor medio y efectivo de dicha corriente.

$$I_o = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_m \text{Sen } wt \, dwt \quad ; I_m = \frac{V_m}{R}$$

$$I_o = \frac{I_m}{2\pi} (\text{Cos } wt) \Big|_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$I_o = \frac{I_m \sqrt{3}}{2\pi}$$

$$I_o = 0.2756 I_m \dots \dots \dots (2.29)$$

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_m^2 \text{Sen}^2 wt \, dwt \quad ; I_m = \frac{V_m}{R}$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_m^2}{2\pi} \left(\frac{wt}{2} - \frac{\text{Sen} 2wt}{4} \right) \Big|_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_m^2}{2\pi} (1.5255 - 0.04529)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2\pi}} 1.48$$

$$I_{rms} = 0.485 I_m \dots \dots \dots (2.30)$$

Ejemplo 2.4

Se tiene un rectificador trifásico de media onda, alimentado desde una red trifásica de 380Vrms y la carga es resistiva de 5Ω, calcule:

- a) Vdc en la carga
- b) Irms de entrada
- c) FP del sistema

Solución:

a) La tensión entre líneas corresponde a 380Vrms, pero la carga recibe una tensión fase-neutro, así tendremos que Vdc en la carga será:

$$V_{dc} = \frac{380}{\sqrt{2}} * 1.1695$$
$$v_{dc} = 257.29v$$

b) La corriente rms en la entrada del rectificador será:

$$I_{rms\ in} = 0.485 I_m \quad ; I_m = \frac{V_m}{R}$$
$$I_{rms\ in} = 0.485 * \frac{380\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}$$
$$I_{rms\ in} = 30.096A$$

c) Para obtener la potencia activa calculamos el Vrms en la resistencia

$$V_{rms} = 1.188 * \frac{380}{\sqrt{3}}$$
$$V_{rms} = 260.63v$$
$$P = \frac{260.63^2}{5} = 13.586kw$$
$$S_{red} = \sqrt{3} * 380 * 30.096 = 19.8kVA$$
$$FP = \frac{13.586}{19.8} = 0.686$$

2.5.2 Carga fuente de corriente ($L \approx \infty$)

En el caso de rectificador trifásico, el valor medio de la señal de voltaje tiene un valor mayor y la corriente circulante por una carga inductiva tendrá un rizado pequeño y aún más si su inductancia es de gran valor. El modelo fuente de corriente para una carga RL con gran inductancia se aplica también en el análisis de los rectificadores trifásicos.

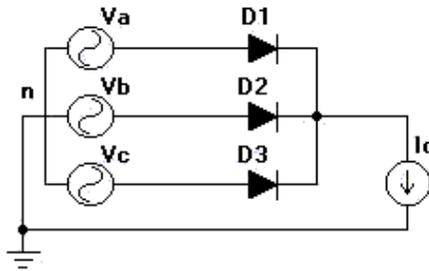


Figura 2.35

A continuación se grafica el voltaje y corriente en la carga, también se grafica la corriente circulante por cada línea en la fuente de alimentación.

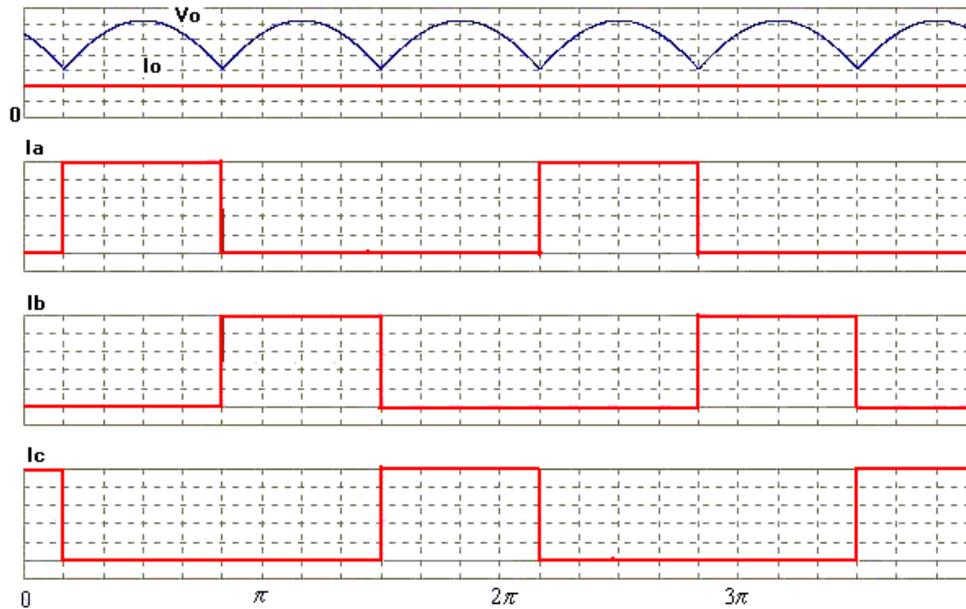


Figura 2.36

Los valores de V_{dc} y V_{rms} en la carga no se modifican por tener características inductivas, así las expresiones calculadas anteriormente prevalecen.

$$V_{dc} = 1.1695V_{fn\ rms} \quad V_{rms} = 1.188V_{fn\ rms}$$

La corriente de carga I_{dc} , se puede calcular si conocemos los valores que componen la carga RL.

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R} \quad \text{despreciando componentes de corriente alterna}$$

Para la corriente efectiva de entrada se tiene:

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_{dc}^2 \, dwt$$

$$I_{rms}^2 = \frac{I_{dc}^2}{2\pi} \left(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$I_{rms} = \frac{I_{dc}}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(2.31)$$

Para calcular la distorsión armónica total de la corriente que se presenta en la red de alimentación, se calculan los términos de la serie de Fourier que necesarios para conocer las componentes armónicas de la corriente.

La componente de CC de la corriente corresponde a un tercio de la corriente CC en la carga, debido a que cada diodo conduce 120°.

$$I_o = \frac{I_{dc}}{3} \dots\dots\dots(2.32)$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} I_{dc} \cos nwt \, dwt$$

$$a_n = \frac{I_{dc}}{n\pi} \left(\sin nwt \right)_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$a_1 = 0$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} Idc \text{Sen } n\omega t \, d\omega t$$

$$b_n = \frac{Idc}{n\pi} \left(-\text{Cos } n\omega t \right)_{\pi/6}^{5\pi/6}$$

$$b_1 = Idc \frac{\sqrt{3}}{\pi}$$

$$b_1 = 0.5513 Idc$$

Con el valor de la corriente rms y el valor de la componente fundamental se obtiene el THD para la corriente de entrada.

$$THDI = \frac{\sqrt{0.57735^2 - 0.5513^2}}{0.5513} * 100$$

$$THDI = 31.1\%$$

Ejemplo 2.5

Para el rectificador tratado en el ejemplo n° 1, si en la carga se conecta en serie una bobina de gran valor inductivo se pide calcular:

- a) Idc en la carga
- b) Irms de entrada
- c) FP del sistema

Solución:

a) Dado que el voltaje en la carga tiene la misma forma para el caso de carga inductiva la corriente se calcula por:

$$I_{dc} = \frac{V_{dc}}{R}$$
$$I_{dc} = \frac{380 * 1.1695}{5\sqrt{3}}$$
$$I_{dc} = 51.316A$$

b) La corriente rms de entrada

$$I_{rms\ in} = \frac{I_{dc}}{\sqrt{3}}$$
$$I_{rms} = 29.627A$$

d) La potencia activa en la carga es:

$$P = V_{dc} * I_{dc} = 256.58 * 51.316$$
$$P = 13.166kW$$
$$S = \sqrt{3} * 380 * 29.627$$
$$S = 19.5kVA$$
$$FP = \frac{13.166}{19.5}$$
$$FP = 0.675$$

2.6 Rectificador trifásico tipo puente

2.6.1 Análisis para carga R

El rectificador puente Graetz es un rectificador trifásico de seis pulsos, su funcionamiento es análogo al puente rectificador monofásico estudiado con anterioridad, ya que se utilizan ambas polaridades de la señal alterna a rectificar, aunque ahora se trate de una red trifásica. La ventaja de esta configuración consiste en un voltaje de salida con un valor medio elevado, bajo rizado y corriente alterna en la entrada del rectificador.

A continuación se muestra el diagrama del rectificador.

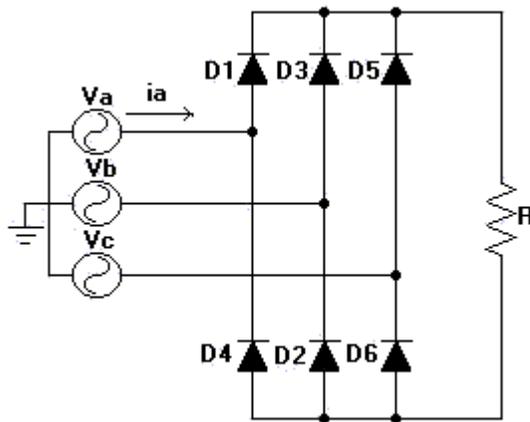


Figura 2.37

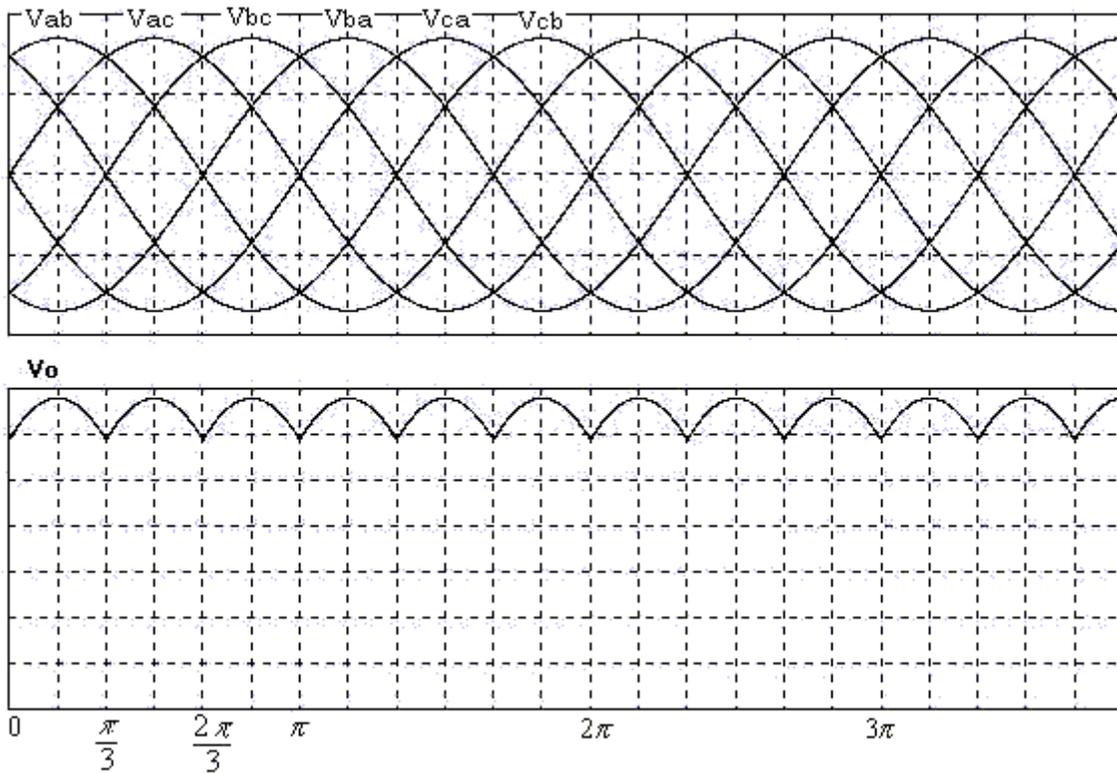


Figura 2.38

Con esta configuración, el voltaje que se refleja en la carga será el de la fuente de voltaje que posee mayor magnitud, sea positiva o negativa, la fuente de mayor magnitud polarizará sus diodos correspondientes para formar una trayectoria cerrada.

En la figura 1 se han graficado las tensiones de línea, tanto para los valores positivos y negativos de la señal, así se visualiza de forma más convincente que el voltaje de salida del rectificador es la tensión entre líneas de la red.

Análisis de la conmutación en los diodos.

A continuación se muestra la condición de cada diodo para distintos valores de tensión en la red trifásica.

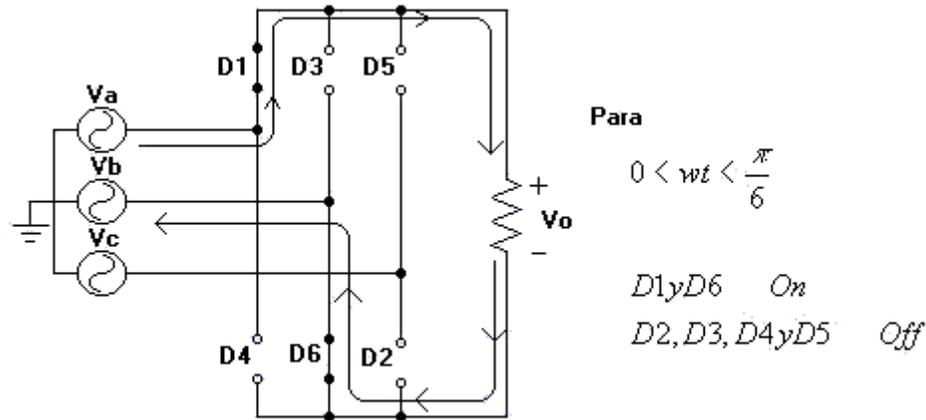


Figura 2.39

El diodo n ° 1 conduce ya que es polarizado por la fuente Va, en la carga llega un voltaje de líneas entre la fuente Va y Vc. Dado que la fuente Vb es “más negativa” que la fuente Vc, el retorno de la corriente será por el diodo n ° 6.

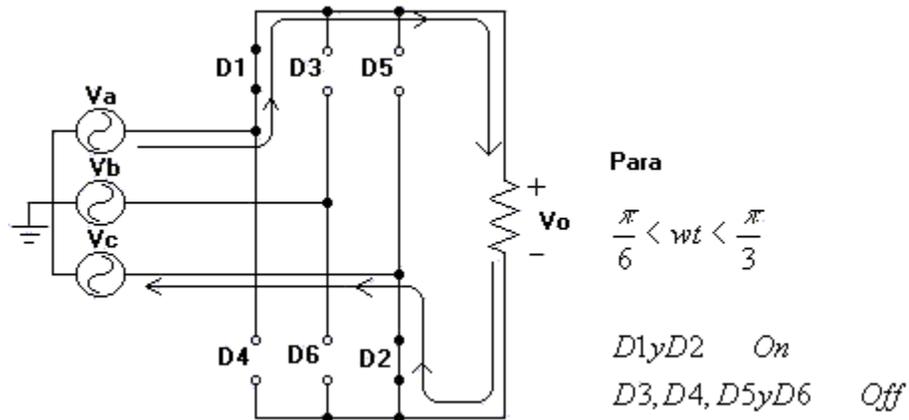


Figura2.40

El diodo n ° 1 sigue conduciendo ya que Va sigue siendo mayor en magnitud, el retorno de la corriente es a través del diodo n ° 2, ya que ahora la magnitud de la fuente Vc es “más negativa” que Vb. La siguiente tabla muestra el estado de cada diodo para los distintos ángulos de la señal de corriente alterna.

Tabla 2.1

Intervalo en grados	D1	D2	D3	D4	D5	D6
$0 < \omega t < 30$	On	Off	Off	Off	Off	On
$30 < \omega t < 60$	On	On	Off	Off	Off	Off
$60 < \omega t < 90$	Off	On	On	Off	Off	Off
$90 < \omega t < 120$	Off	Off	On	On	Off	Off
$120 < \omega t < 150$	Off	Off	Off	On	On	Off
$150 < \omega t < 180$	Off	Off	Off	Off	On	On
$180 < \omega t < 210$	On	Off	Off	Off	Off	On
$210 < \omega t < 240$	On	On	Off	Off	Off	Off
$240 < \omega t < 270$	Off	On	On	Off	Off	Off
$270 < \omega t < 300$	Off	Off	On	On	Off	Off
$300 < \omega t < 330$	Off	Off	Off	On	On	Off
$330 < \omega t < 360$	Off	Off	Off	Off	On	On

Una observación importante en este rectificador es que no deben entrar en modo de conducción los dos diodos de una misma pierna del puente, ya que se presentaría un cortocircuito, anulando la tensión en la carga. Si además de esta condición existe otro diodo que entre en conducción, el cortocircuito afectará a la red de alimentación.

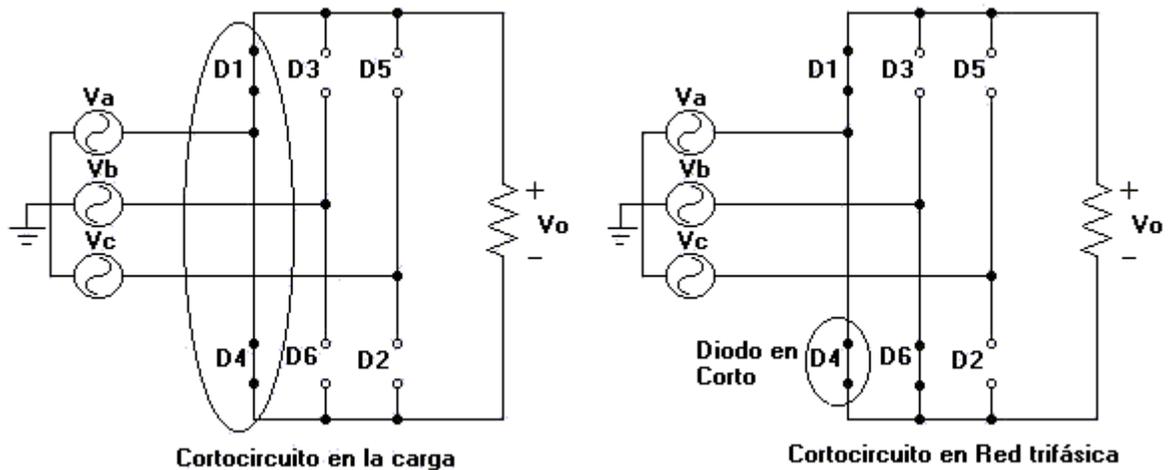


Figura 2.41

La tensión en la carga corresponde al voltaje entre líneas de la entrada entre 60° y 120° con un período de $T/6$, siendo T el período de la señal alterna de entrada. Según el análisis de

Fourier, el voltaje de salida y considerando que en una función par se anulan los componentes seno se puede expresar de la siguiente forma:

$$V_o(t) = V_{dc} + \sum_{n=6,12,18}^{\infty} V_n \cos(n\omega t + \pi)$$

$$V_n = \frac{6V_{LL} \max}{\pi(n^2 - 1)} \dots\dots\dots(2.33) \quad n = 6,12,18\dots$$

Cálculo de Vdc para rectificador de seis pulsos

La señal de salida tiene un período de $\pi/3$, tomando la función senoidal que parte del origen, los límites de integración serán $\pi/3$ y $2\pi/3$.

$$V_{dc} = \frac{1}{(\pi/3)} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_m \text{Sen } \omega t \, d\omega t$$

$$V_{dc} = \frac{3V_m}{\pi} \left(-\text{Cos } \omega t \right)_{\pi/3}^{2\pi/3}$$

$$V_{dc} = \frac{3V_m}{\pi} \left(-\text{Cos } \frac{2\pi}{3} + \text{Cos } \frac{\pi}{3} \right)$$

$$V_{dc} = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3} * V_{fn \, rms}}{\pi}$$

$$V_{dc} = 2.34V_{fn \, rms}$$

Expresando el voltaje medio en términos de voltaje efectivo de fase - neutro

$$V_{dc} = 2.34V_{fn \, rms} \dots\dots\dots(2.34)$$

Expresando el voltaje medio en términos de voltaje efectivo de fase – fase

$$V_{dc} = 1.35V_{LL \, rms} \dots\dots\dots(2.35)$$

Ahora para determinar el valor rms de la señal

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\pi}{3}\right)} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_m^2 \text{Sen}^2 wt \quad dwt}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{3V_m^2}{\pi} \left(\frac{wt}{2} - \frac{\text{Sen}2wt}{4} \right)_{\pi/3}^{2\pi/3}$$

$$V_{rms}^2 = \frac{3\left(\sqrt{2}\sqrt{3}V_{fn \text{ rms}}\right)^2}{\pi} (0.9567)$$

$$V_{rms} = 2.34125 * V_{fn \text{ rms}} \dots\dots\dots(2.36)$$

Dado que la tensión de salida tiene un rizado pequeño, el voltaje rms tiene prácticamente el igual al valor medio de la señal.

2.6.2 Análisis para Carga fuente de corriente

Las expresiones de Valor medio y valor rms, ya fueron determinadas y para una carga inductiva son válidos los mismos resultados. Ahora centraremos el análisis en el contenido armónico de la corriente hacia la red de alimentación. La secuencia de conmutación en los diodos dada en tabla 2.1, nos daría en forma gráfica la corriente circulante para cada elemento.

A continuación se muestran las gráficas de corriente de entrada para cada línea de la red.

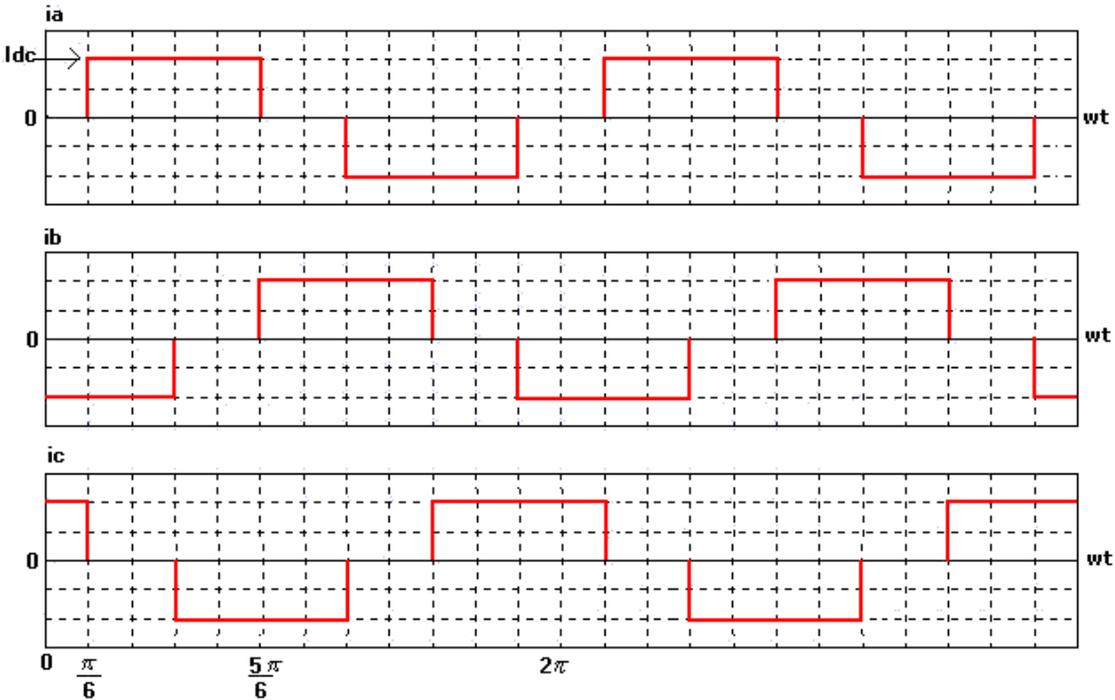


Figura 2.42

La corriente de cada diodo se grafica a continuación:

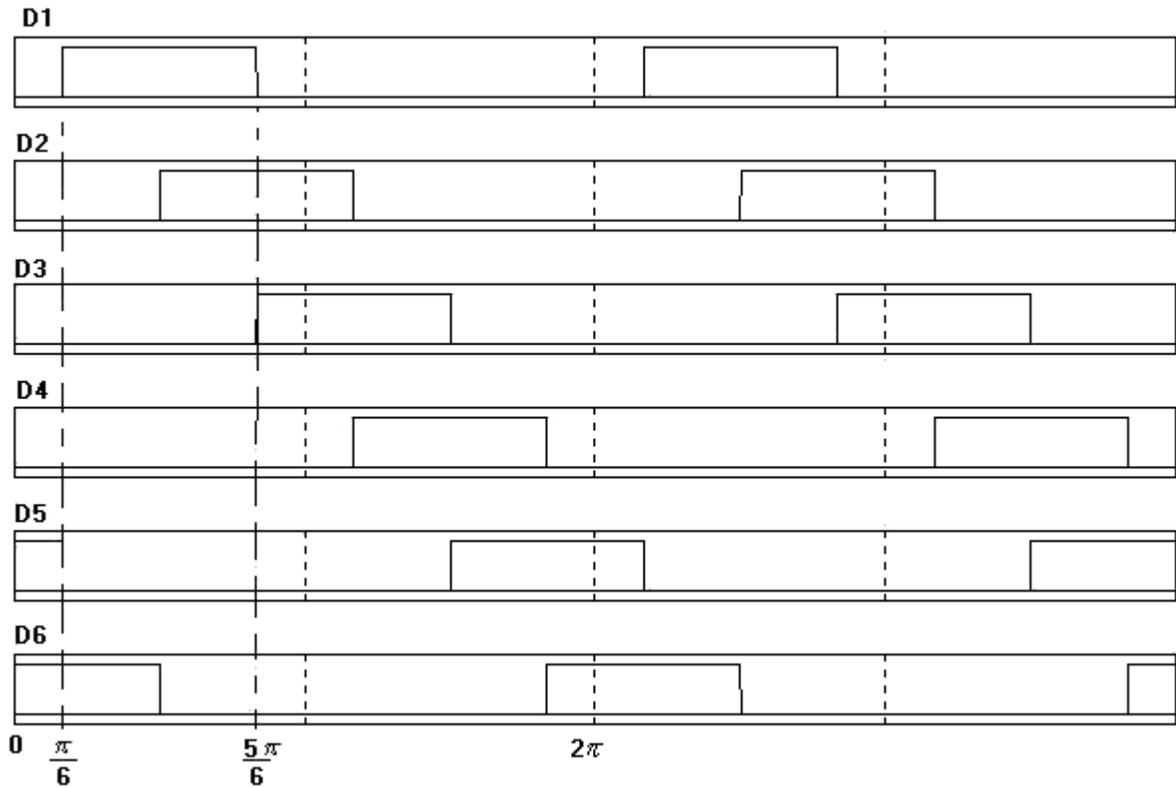


Figura 2.43

La señal de corriente en la red es una onda que puede ser integrada desde 0 hasta $\pi/2$, dado que posee simetría de cuarto de onda.

Así la expresión para I_{rms} se calcula:

$$I_{rms}^2 = \frac{4}{2\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} Idc^2 dwt$$

$$I_{rms}^2 = \frac{2Idc}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{2}{3}} Idc \dots \dots \dots (2.37)$$

Para calcular el THDI, se calcularán los componentes de la serie de Fourier y dado que la señal a calcular es alterna e impar, sabemos que $a_0 = 0$ y $a_n = 0$.

La corriente sólo tendrá componente b_n .

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{Sen } n\omega t \, d\omega t$$

Por simetría:

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{Sen } n\omega t \, d\omega t$$

$$b_n = \frac{8}{2\pi} \int_{\pi/6}^{\pi/2} Idc \text{Sen } n\omega t \, d\omega t$$

$$b_n = \frac{4Idc}{n\pi} \left(-\text{Cos } n\omega t \right)_{\pi/6}^{\pi/2}$$

$$b_n = \frac{4Idc}{n\pi} \left(-\text{Cos } \frac{\pi}{2} + \text{Cos } \frac{\pi}{6} \right)$$

$$b_n = 1.102 * Idc \dots \dots \dots (2.38)$$

Para $n = 1$

$$I_1 = 1.102 * Idc$$

$$I_{1rms} = \frac{1.102 * Idc}{\sqrt{2}} = 0.7792 * Idc$$

Con el valor efectivo total de la corriente y el valor efectivo para la componente fundamental se la corriente se calculará el THDI como sigue:

$$THDI = \frac{\sqrt{\left(\sqrt{\frac{2}{3}} Idc\right)^2 - (0.7792 * Idc)^2}}{0.7792 * Idc} * 100$$

$$THDI = 31.3\%$$

Para calcular el factor de potencia del rectificador, se obtienen las expresiones de potencia real y aparente:

$$P = V_{dc} * I_{dc} \dots \dots \dots (2.39)$$

$$S = \sqrt{3} V_{LL} rms * I_{rms} \dots \dots \dots (2.40)$$

$$FP = \frac{I_{dc} * 1.35 V_{LL} rms}{\sqrt{3} V_{LL} rms * \sqrt{\frac{2}{3}} I_{dc}} \dots \dots \dots (2.41)$$

$$FP = 0.9546$$

2.7 Rectificador tipo puente con filtro capacitivo

La utilización de un filtro capacitivo, nos permite modificar la señal de salida incrementando el valor medio entregado a la carga y reduciendo drásticamente el rizado que presenta la señal del rectificador de onda completa. El condensador es un elemento que almacena carga y mantiene en sus terminales una tensión relativamente constante.

2.7.1 Rectificador monofásico con filtro Capacitivo

A continuación se muestra un sistema típico formado por un rectificador de onda completa y una carga resistiva con filtro. Entre la red y el convertidor se ha establecido la presencia de una impedancia de bajo valor que representa la línea de alimentación u otros elementos presentes en una red monofásica de CA.

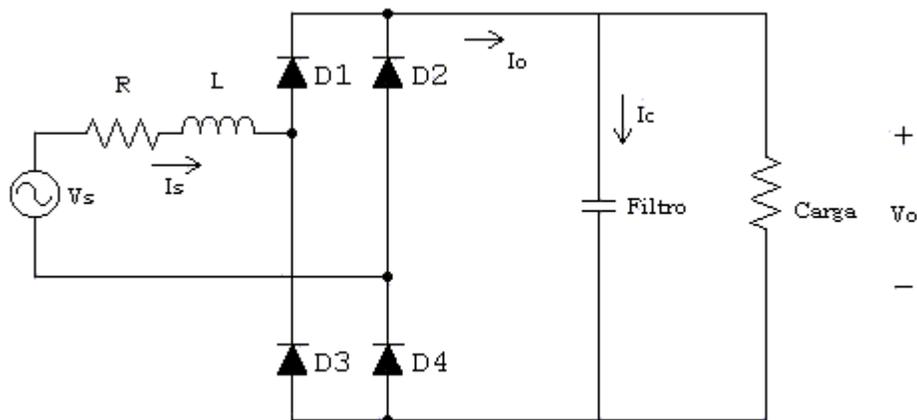


Figura 2.44

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

La señal del voltaje de salida modificada por la presencia del condensador se muestra a continuación, además se muestra la forma de onda de corriente en la entrada y en la salida del convertidor.

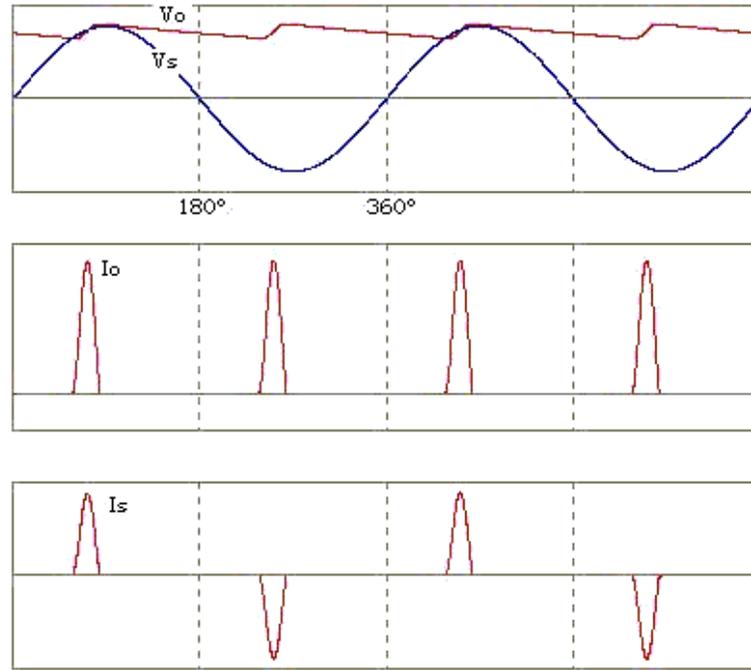


Figura 2.45

La corriente en la entrada del convertidor tiene gran distorsión armónica y además la señal posee peaks de corriente de gran amplitud.

La corriente en la carga tiene la misma forma de onda que el voltaje de salida y se muestra a continuación, observe que la suma de la corriente de carga con la corriente que pasa por el condensador corresponde a I_o .

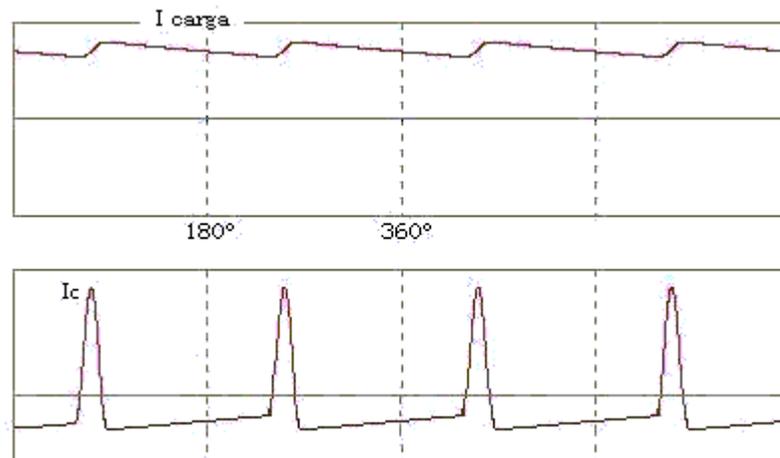


Figura 2.46

Si tenemos un condensador de gran capacidad, el voltaje en la salida será prácticamente continuo, sin componentes de CA. La desventaja de grandes filtros es la gran magnitud de corriente que se presenta en la señal de red, ya que la conducción de I_o contiene intervalos estrechos y elevados picos de corriente.

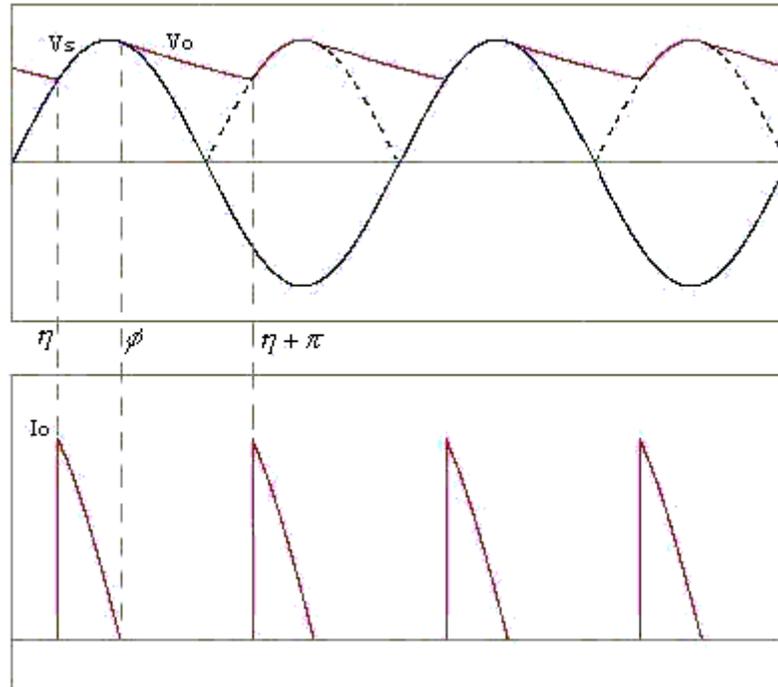


Figura 2.47

En I_o sólo habrá circulación de corriente cuando el voltaje en la salida del rectificador sea mayor a la tensión del condensador, en caso contrario el capacitor se descarga a través de la resistencia.

Análisis de V_{out}

La señal de salida para el voltaje es la siguiente

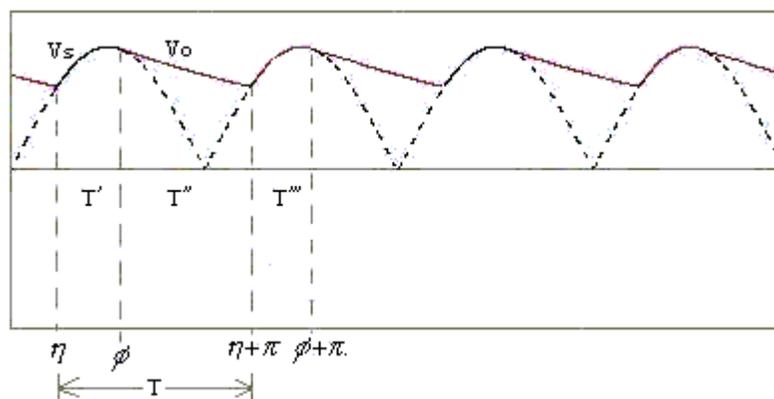


Figura 2.48

Tomando como consideración que $\phi \approx \frac{\pi}{2}$, podemos definir la función de salida como:

$$\eta < \omega t < \frac{\pi}{2} \quad V_o = V_m \text{Sen } \omega t \quad \dots\dots\dots(2.42)$$

$$\frac{\pi}{2} < \omega t < \eta + \pi \quad V_o = V_m * e^{\frac{\pi/2 - \omega t}{\omega RC}} \quad \dots\dots\dots(2.43)$$

Ejemplo 2.6:

El siguiente rectificador es alimentado desde una red monofásica de 220Vrms a 50Hz, con una carga de 2Ω y un filtro de 6mF.

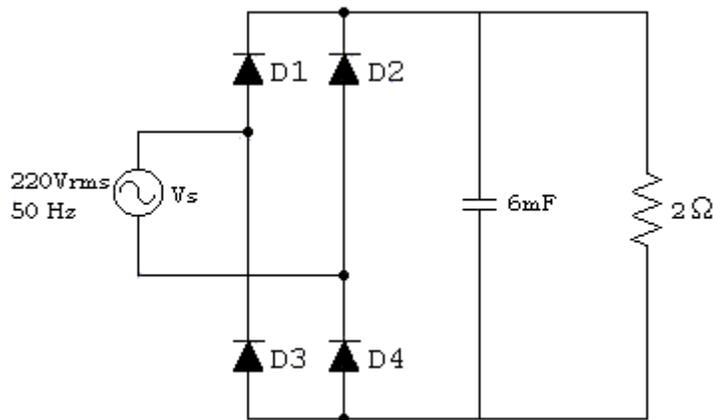


Figura 2.49

Para las condiciones mostradas calcule:

- a) Voltaje medio en la carga
- b) Potencia activa consumida.

Solución:

- a) Primero, para tener definida la señal de voltaje de salida, debemos igualar las dos funciones para encontrar el ángulo en que la señal deja de ser sinusoidal y pasa a tener forma exponencial debido a la descarga del condensador.

El período de la señal: $T = \pi$

Establecemos la función de salida:

$$\omega RC = 2\pi * 50 * 2 * 0.006$$

$$\omega RC = 3.77$$

$$T' = 220\sqrt{2}\text{Sen } \omega t$$

$$T'' = 220\sqrt{2} * e^{\frac{\pi/2 - \omega t}{3.77}}$$

$$T''' = -220\sqrt{2}\text{Sen } \omega t$$

Para encontrar el ángulo $\eta + \pi$, igualamos las funciones apropiadas y despejamos el ángulo de interés.

$$-220\sqrt{2}\text{Sen } \omega t = 220\sqrt{2} * e^{\frac{\pi/2 - \omega t}{3.77}}$$

$$0 = e^{\frac{1.57 - \omega t}{3.77}} + \text{Sen } \omega t$$

Evaluando esta última expresión con valores que oscilan entre 1.57 y 4.711, ya que de la gráfica vemos que el ángulo buscado está entre esos límites.

Se obtiene:

$$\eta + \pi = 3.741$$

$$\eta = 0.6$$

Con estos ángulos ya calculados podemos integrar la señal y obtener el voltaje medio en la salida.

$$V_{dc} = \frac{1}{\pi} \int_{0.6}^{1.57} 220\sqrt{2}\text{Sen } \omega t \, d\omega t + \frac{1}{\pi} \int_{1.57}^{3.741} 220\sqrt{2} * e^{\frac{1.57 - \omega t}{3.77}} \, d\omega t$$

$$V_{dc} = \frac{220\sqrt{2}}{\pi} (0.8245 + 1.6504)$$

$$V_{dc} = 245.1(\text{v})$$

- b) Para calcular la potencia media se calcula el valor efectivo de voltaje presente en la resistencia. El voltaje eficaz debiera ser similar al voltaje medio ya que el rizado de señal es pequeño.

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{0.6}^{1.57} (220\sqrt{2})^2 \text{Sen}^2 wt \, dwt + \frac{1}{\pi} \int_{1.57}^{3.741} (220\sqrt{2})^2 * e^{\frac{2(1.57-wt)}{3.77}} \, dwt}$$

$$V_{rms} = \sqrt{\frac{220\sqrt{2}}{\pi} (0.7176 + 1.2891)}$$

$$V_{rms} = 248.66(v)$$

$$P = \frac{248.66^2}{2} = 30.915kW$$

Adicionalmente para el problema planteado podemos determinar el factor de rizado y el factor de cresta del voltaje de salida.

$$FR = \sqrt{\left(\frac{V_{rms}}{V_{dc}}\right)^2 - 1} = \sqrt{\left(\frac{248.66}{245.1}\right)^2 - 1}$$

$$FR = 0.171$$

$$FC = \frac{V_{m\acute{a}x}}{V_{rms}} = \frac{311.159}{248.66}$$

$$FC = 1.25$$

Con respecto a la corriente de entrada, la forma de onda y su correspondiente espectro armónico se muestran a continuación:

Corriente de red

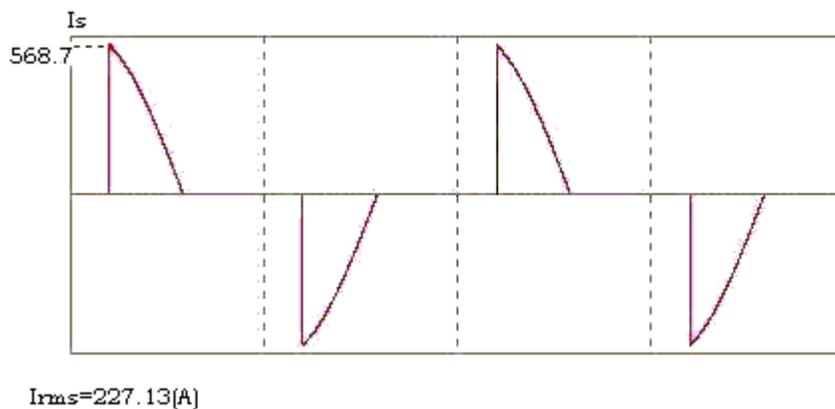


Figura 2.50

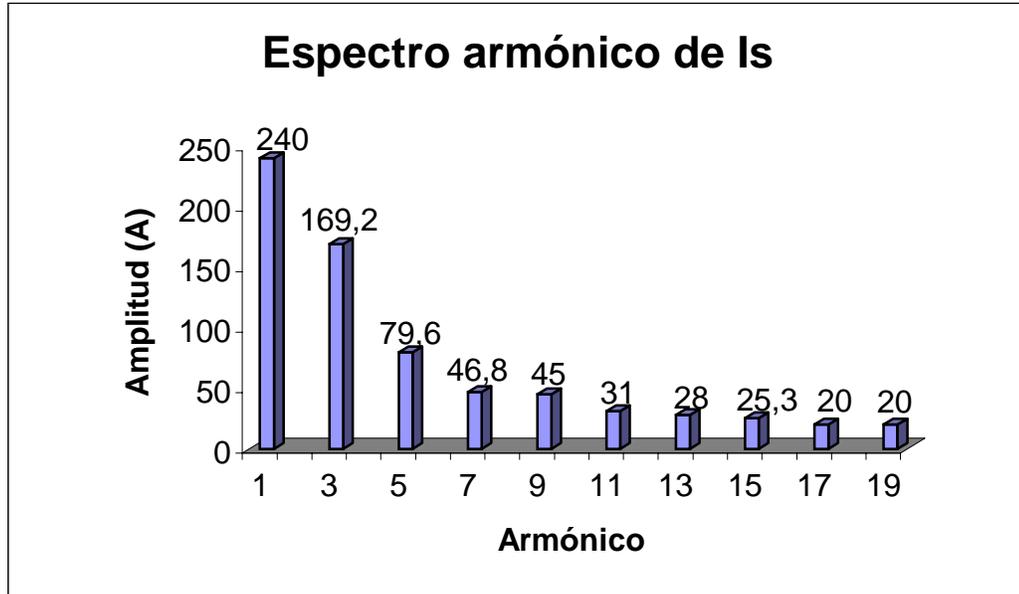


Figura 2.51

Calculando la distorsión armónica total para esta señal:

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{227.13^2 - \left(\frac{240}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{240}{\sqrt{2}}\right)} * 100$$

$$THDI(\%) = 89\%$$

También podemos calcular el factor de potencia del sistema:

$$FP = \frac{30915}{220 * 227.13}$$

$$FP = 0.618$$

Y calculando factor de cresta para la señal de corriente en la entrada del convertidor:

$$FC = \frac{I \text{ máx}}{I_{rms}} = \frac{568.7}{227.13}$$

$$FC = 2.5$$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Agregamos al sistema una impedancia de bajo valor que puede ser ocasionada por la presencia de un alimentador de cierta longitud. Sabemos que la existencia de un inductor impide la variación violenta del nivel de intensidad, así veremos que la onda de corriente de entrada se suaviza y se reducen los peaks de la señal

La impedancia adicional es de 0.1Ω y 0.3mH .

Se muestra a continuación la señal de corriente junto a la tensión de red:

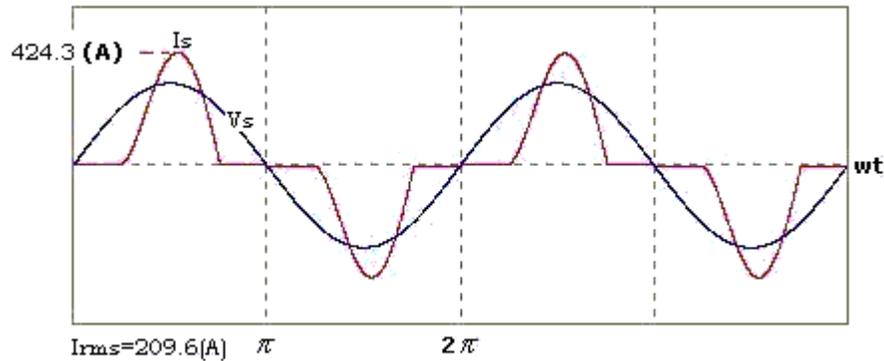


Figura 2.52

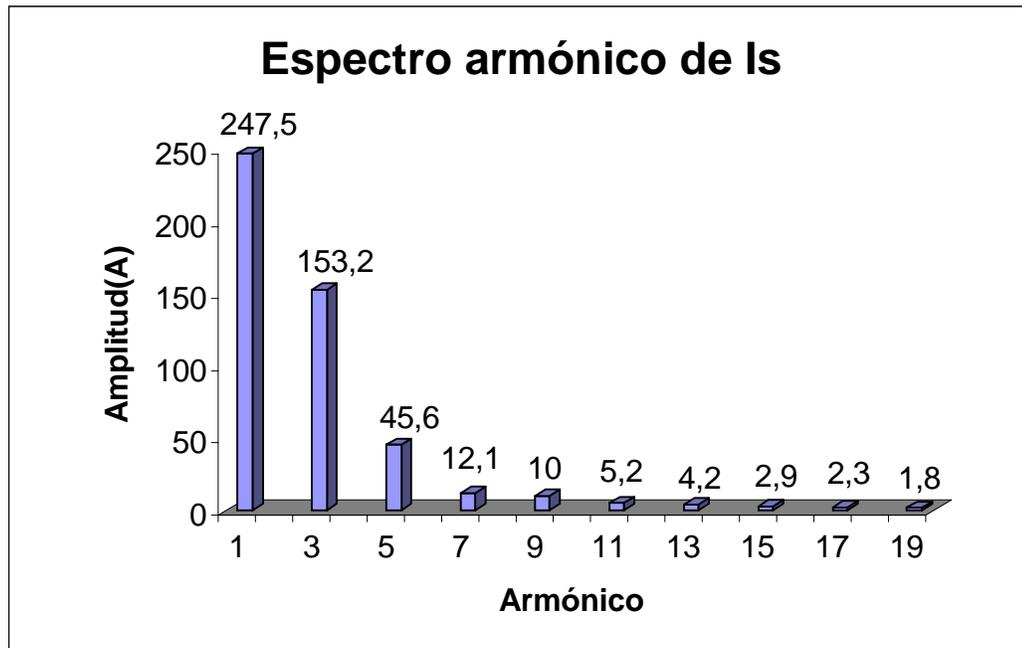


Figura 2.53

Calculando la distorsión armónica total para esta señal:

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{209.6^2 - \left(\frac{247.5}{\sqrt{2}}\right)^2}}{\left(\frac{247.5}{\sqrt{2}}\right)} * 100$$

$$THDI(\%) = 65.9\%$$

Y calculando factor de cresta para la señal de corriente en la entrada del convertidor:

$$FC = \frac{I_{m\acute{a}x}}{I_{rms}} = \frac{424.3}{209.6}$$

$$FC = 2.02$$

2.7.2 Rectificador trifásico con filtro capacitivo

Un rectificador trifásico que contiene filtro de tipo condensador, funciona de la misma forma que el monofásico, la diferencia consiste en que la tensión de salida de un puente trifásico tiene menor rizado y el voltaje que permanece en el condensador será comparado con el voltaje de salida del rectificador para determinar los instantes en que existe circulación de corriente. Recordemos que sólo existe corriente en i_o cuando la parte senoidal de la señal de V_{out} es mayor al voltaje del condensador. Así tendremos seis pulsos de corriente en i_o , y esto se traduce en un cambio de la señal de corriente que llega a la red.

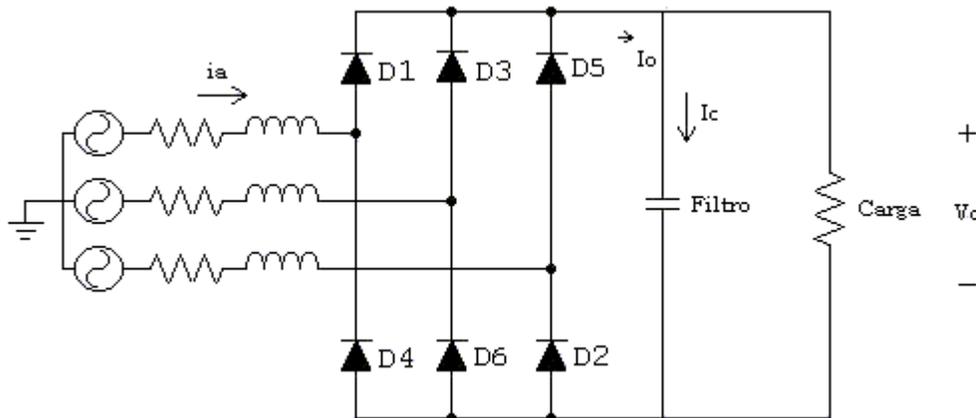


Figura 2.54

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

La forma de onda típica y espectro armónico de corriente de línea con este tipo de carga se muestra a continuación:

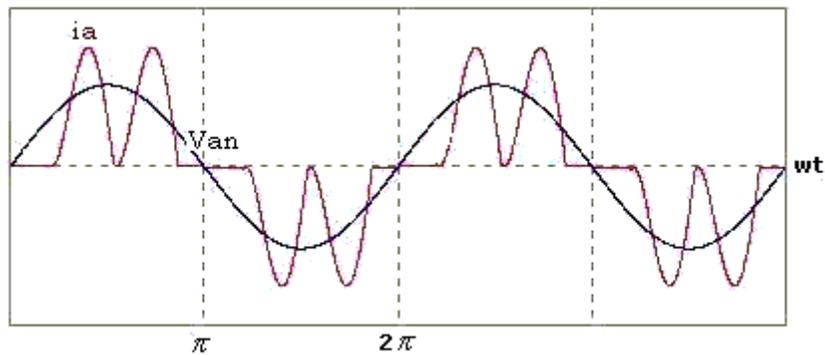


Figura 2.55

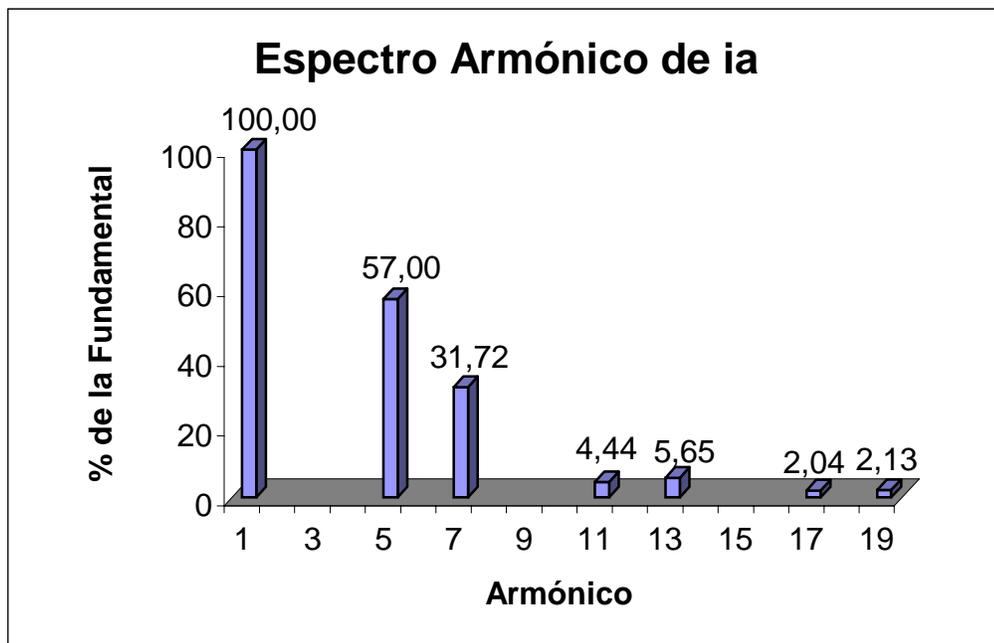


Figura 2.56

Calculando un valor de distorsión podemos establecer:

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{84.6^2 - 70.7^2}}{70.7} * 100$$

$$THDI(\%) \approx 65.7\%$$

2.8 Efecto de la inductancia en sistemas de rectificación

2.8.1 Puente rectificador monofásico

Como hemos visto la conmutación natural se produce al cambiar la polaridad de la fuente, primero conducen D1-D2 y luego D3-D4. Si suponemos una carga altamente inductiva y una fuente con una inductancia, la corriente no puede cambiar instantáneamente y existe un periodo en el cual la corriente de la carga pasa de un diodo a otro

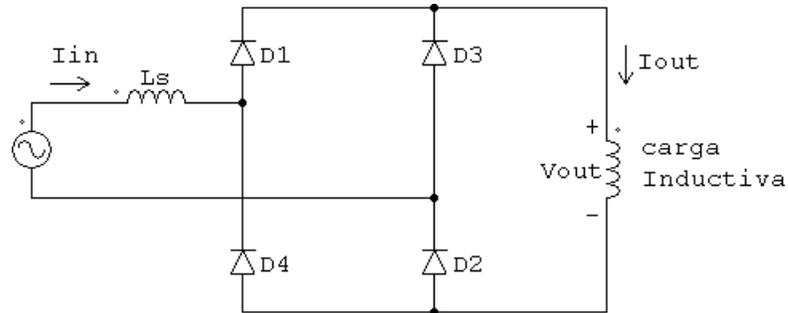


Figura 2.57

A continuación se muestra el voltaje en la carga, corriente de entrada y corriente en los diodos 1 y 3 para carga altamente inductiva.

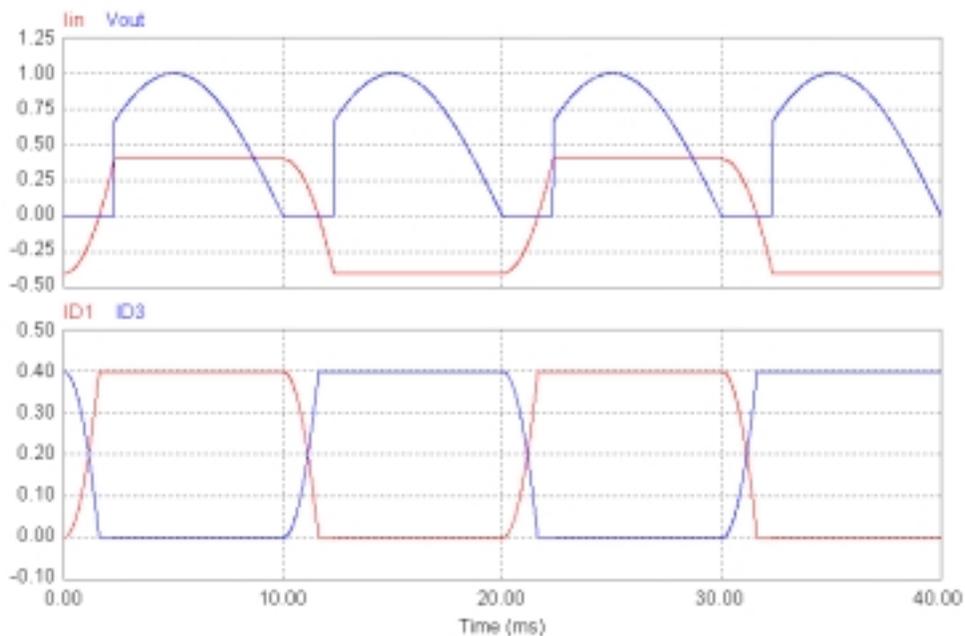


Figura 2.58

Graficado con $V_{\max} = 1(v)$ $L_s = 1m(h)$ $I_{out} = 0.4(a)$ $f = 50HZ$

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Se observa a claramente en π (10ms) el retardo en la conmutación que se produce cuando la polaridad de la fuente cambia, tiempo en el cual se traspasa la corriente de D1-D2 a D3-D4. Para determinar este ángulo que llamaremos μ usaremos la expresión de la corriente en este tiempo.

$$i_s(\omega t) = \frac{1}{\omega L_s} \cdot \int_{\pi}^{\omega t} V_{\max} \text{sen}(\omega t) \partial \omega t + I_{out}$$

$$i_s(\omega t) = -\frac{V_{\max}}{\omega L_s} \cdot (1 + \cos(\omega t)) + I_{out} \dots\dots\dots(2.44)$$

Si Evaluamos la corriente en el tiempo $(\pi + \mu)$ tiempo en el cual termina la conmutación

$$i_s(\pi + \mu) = -I_{out} = -\frac{V_{\max}}{\omega L_s} \cdot (1 + \cos(\pi + \mu)) + I_{out}$$

Despejando en función de μ

$$\mu = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2 \cdot I_{out} \cdot \omega L_s}{V_{\max}} \right) \dots\dots\dots(2.45) \quad X_s = \omega L_s$$

Con el grafico del voltaje de salida calculemos ahora el voltaje medio en la carga

$$V_{dc} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\mu}^{\pi} V_{\max} \text{sen}(\omega t) \partial \omega t = \frac{V_{\max}}{\pi} \cdot (1 + \cos \mu)$$

Reemplazando el valor de μ calculado

$$V_{dc} = \frac{2 \cdot V_{max}}{\pi} \cdot \left(1 + \frac{I_{out} \cdot \omega L_s}{V_{max}} \right) \dots\dots\dots(2.46)$$

Con esta última ecuación se concluye que la inductancia de línea en el generador reduce el voltaje de salida del rectificador.

2.8.2 Puente Graetz

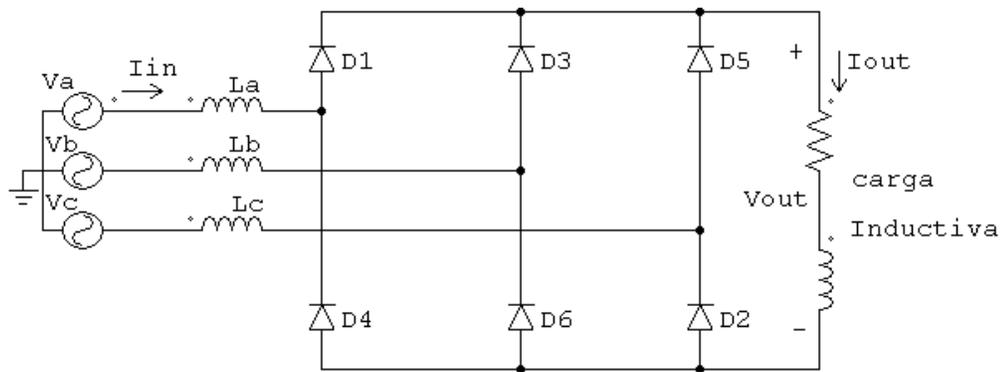


Figura 2.59

Para este caso vamos a suponer que conducen D1-D2 y que la corriente en la carga es constante, y analizaremos la conmutación de D1 a D3.

Circuito equivalente durante la conmutación

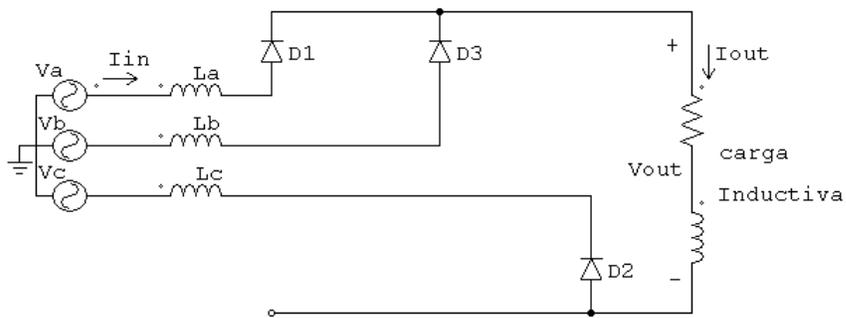


figura 2.60

Inicialmente la corriente por La es Iout, cuando comienza la conmutación esta debe traspasarse a D3 hasta llegar a cero.

Expresiones de corriente y voltaje durante la conmutación

$$V_{La} = \frac{V_{AB}}{2} = \frac{V_{\max L-L}}{2} \cdot \text{sen}(\omega t) \dots\dots\dots(2.47)$$

$$i_{la}(\pi + \mu) = 0 = \frac{1}{\omega L_a} \cdot \int_{\pi}^{\pi + \mu} \frac{V_{\max L-L}}{2} \text{sen}(\omega t) \partial \omega t + I_{out}$$

Despejando μ de la expresión

$$\mu = \cos^{-1} \left(1 - \frac{2 \cdot I_{out} \cdot \omega L_s}{V_{\max L-L}} \right) \dots\dots\dots(2.48)$$

La tensión media durante el periodo de conmutación es:

$$V_{out} = \frac{V_{BC} + V_{AC}}{2} \dots\dots\dots(2.49)$$

Grafica del Voltaje de salida y los voltajes Vbc y Vac

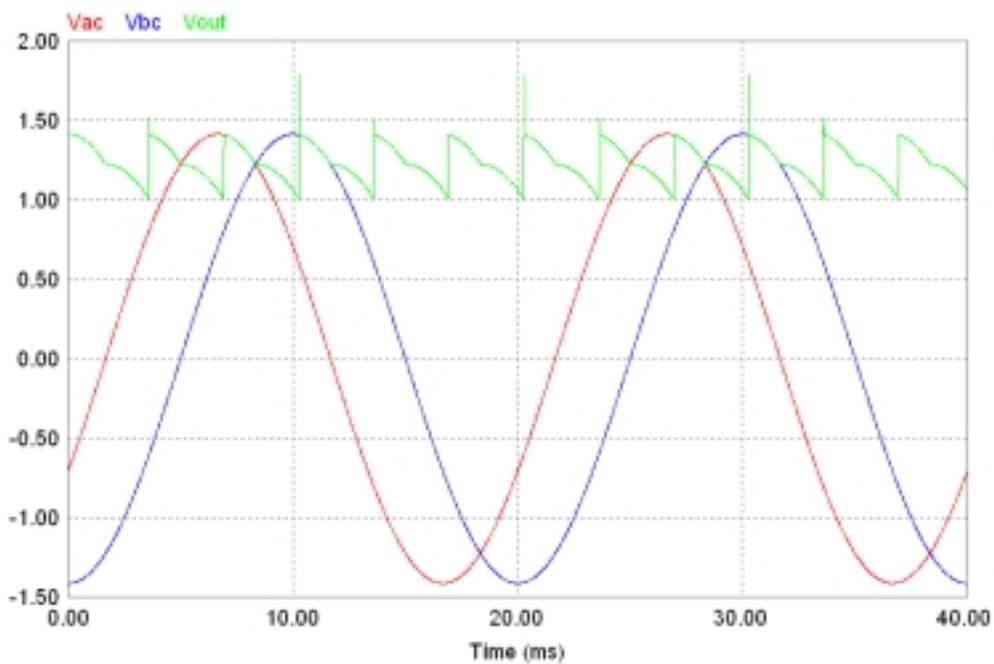


figura 2.61

Grafica de corriente en los diodos D1, D3 y corriente en la entrada

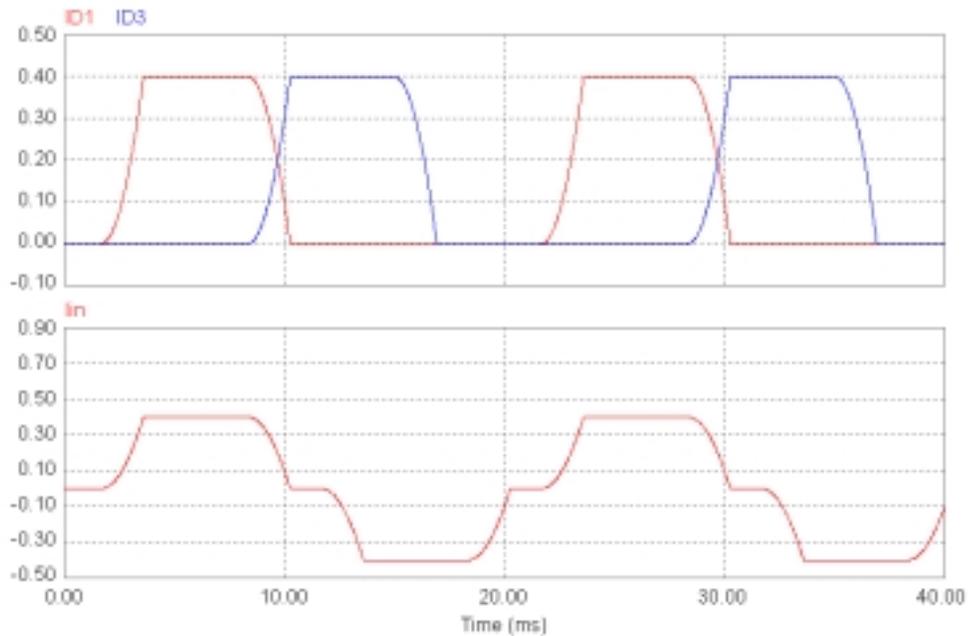


Figura 2.62

Simulado con: $V_{L-L \text{ RMS}} = 1(v)$ $L_a = L_b = L_c = 1m(h)$ $I_{out} = 0.4(a)$ $f = 50HZ$

$$V_{dc} = \frac{3 \cdot V_{\max L-L}}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\omega L_a \cdot I_{out}}{V_{\max L-L}} \right) \dots\dots\dots(2.50)$$

Al igual que en el caso monofásico el voltaje medio baja producto de la inductancia en el generador.

Resumiendo:

Caída de voltaje para el caso onda completa monofásico

$$\Delta V = - \frac{2 \cdot \omega L_s \cdot I_{out}}{\pi} \dots\dots\dots(2.51)$$

Caída de voltaje para el caso onda completa trifásico

$$\Delta V = - \frac{3 \cdot \omega L_a \cdot I_{out}}{\pi} \dots\dots\dots(2.52)$$

2.9 Rectificadores polifásicos

Al aumentar el número de fases en un rectificador nos sirve para disminuir la tensión y la corriente a en los diodos, otro característica favorable es el aumento de la frecuencia de rizado y la disminución de su valor, disminuyendo así el tamaño y valor de los filtros.

2.9.1 Rectificadores polifásicos de media onda

Esquema de conexión

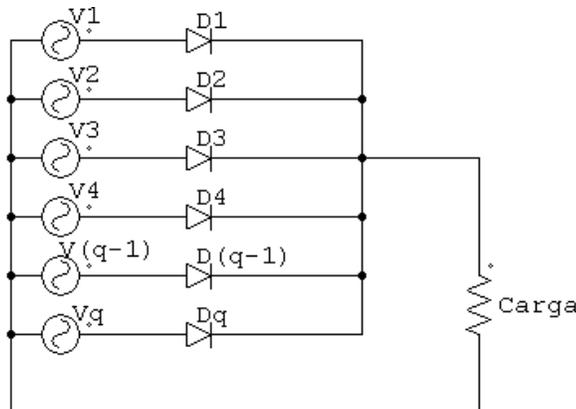


Figura 2.63

Supongamos que en un instante de tiempo V_1 es el mayor voltaje, esto hará conducir a D_1 y dejara polarizados inversamente a los restante diodos, cuando V_2 pase a ser el mayor voltaje se producirá la conmutación entre D_1 y D_2 , los diodos conducirán un periodo de $\frac{2\pi}{q}$.

Grafico para carga resistiva y $q = 6$

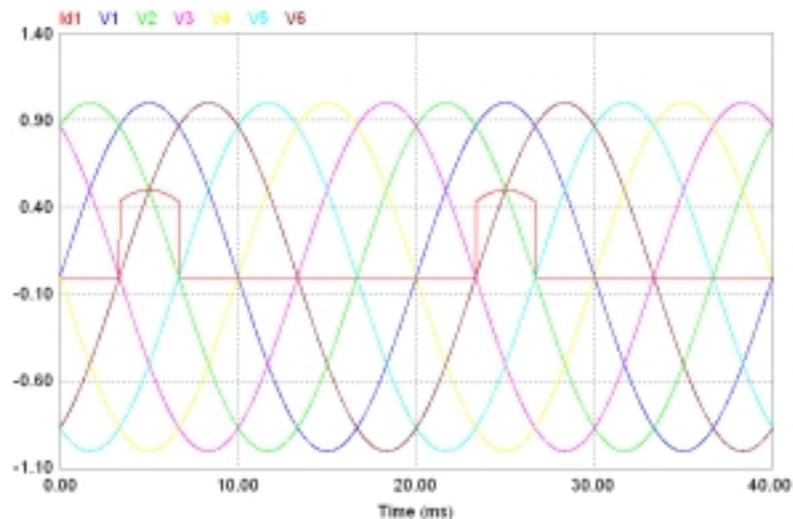


Figura 2.64

Graficado con $V_{m\acute{a}x} = 1 \text{ v}$ $R_{carga} = 2\Omega$ 50Hz

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

De la forma de onda se tiene que

$$V_{dc} = \frac{1}{2\pi/q} \cdot \int_{-\pi/q}^{\pi/q} v_c \partial\omega = \frac{q}{\pi} \cdot v_{\max} \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{q}\right]$$

Para el caso hexafásico q=6

$$V_{dc} = \frac{3}{\pi} \cdot v_{\max} \dots\dots\dots(2.53)$$

Corriente media en los diodos

$$ID_{dc} = I_{\max} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot v_{\max} \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{q}\right] \dots\dots\dots(2.54)$$

la corriente eficaz por el diodo

$$ID_{RMS} = I_{\max} \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{\pi}{q} + \frac{1}{2} \cdot \text{sen}\left[\frac{2 \cdot \pi}{q}\right] \right]} \dots\dots\dots(2.55)$$

Veamos ahora el caso con carga fuente de corriente

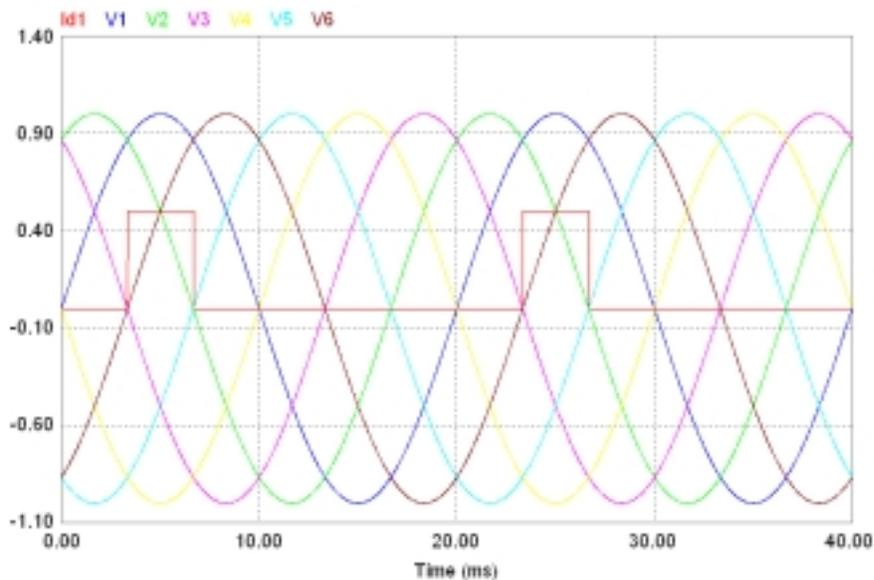


Figura 2.65

Graficado con $V_{\max} = 1 \text{ v}$ $I_{c \text{ arg } a} = 0.5(A)$ 50Hz $q = 6$

El factor de potencia se obtiene con:

$$P_{aparente} = 6 \cdot V_{rms} \cdot I_{rms} \dots\dots\dots(2.56) \quad V_{dc} = \frac{3}{\pi} \cdot v_{max} \dots\dots\dots(2.57)$$

$$FP = \frac{P_{activa}}{P_{aparente}} = \frac{\frac{3 \cdot V_{max}}{\pi} \cdot I_{dc}}{6 \cdot V_{rms} \cdot I_{rms}} \dots\dots\dots(2.58)$$

Del gráfico se calcula la Irms de entrada para V1

$$I_{rms}^2 = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{\pi/3}^{2\pi/3} I_{dc}^2 \partial t = \frac{I_{dc}^2}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{I_{dc}^2}{6}$$

$$I_{rms} = \frac{I_{dc}}{\sqrt{6}} \dots\dots\dots(2.59)$$

Finalmente obtenemos que el factor de potencia resulta

$$FP = \frac{\frac{3 \cdot V_{max}}{\pi} \cdot I_{dc}}{6 \cdot V_{rms} \cdot I_{rms}} = \frac{\frac{3 \cdot V_{max}}{\pi} \cdot I_{dc}}{6 \cdot \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{dc}}{\sqrt{6}}} = 0.5513$$

2.9.2 Rectificador de doce pulsos

Se pueden utilizar dos puentes trifásicos en serie para lograr una mayor reducción de los armónicos, conectando los puentes a fuentes desfasadas en 30° , esto se logra conectando un puente a un transformador Y-Y y el otro a uno Y- Δ o utilizando un transformador de tres enrollados, el voltaje de salida es la suma de los dos puentes.

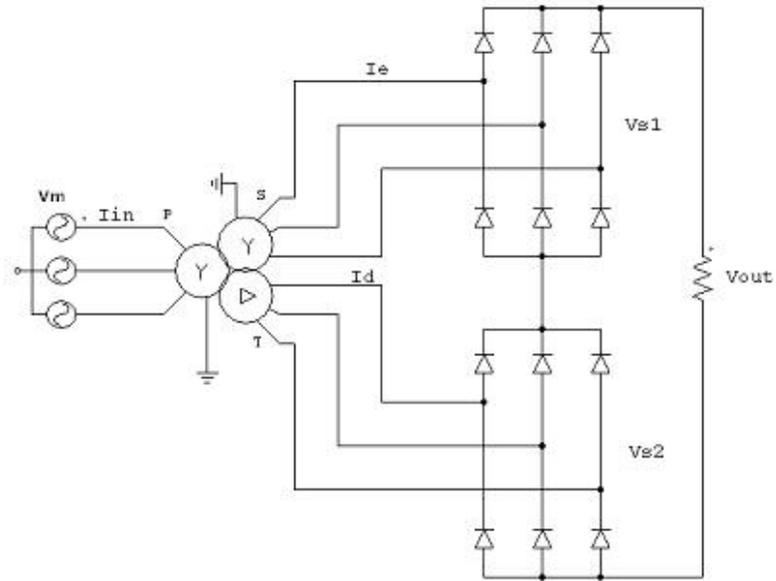


Figura 2.66

Formas de onda de voltaje en la salida parcial y en la carga.

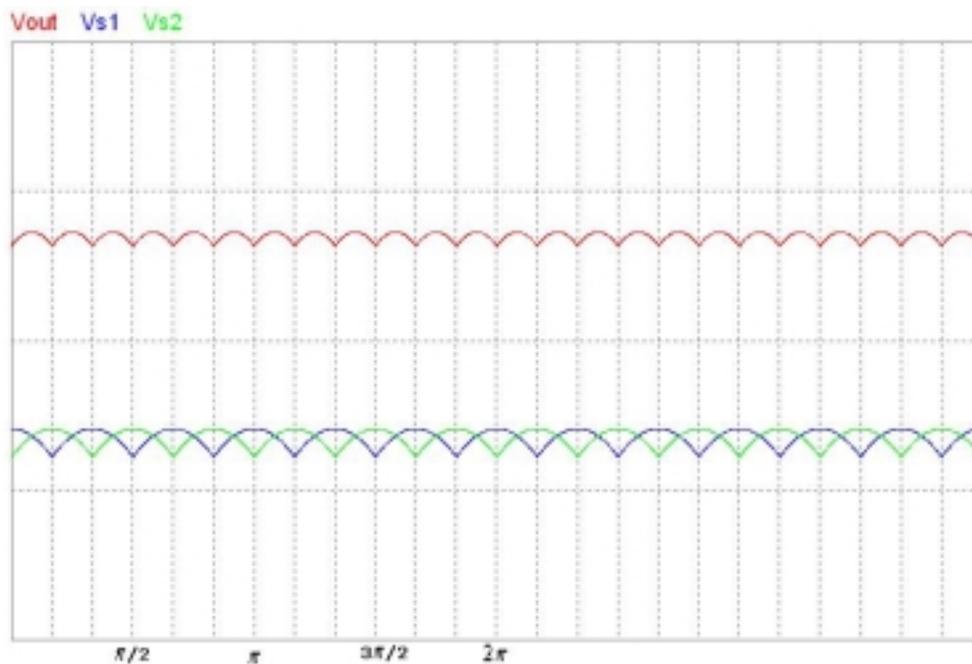


Figura 2.67

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

La transición en los SCR se produce cada 30 grados lo que implica 12 transiciones con respecto a la frecuencia del generador, los armónicos en la salida son múltiplos de 12 lo cual disminuye las necesidades de filtrado para obtener un voltaje puro.

El voltaje medio en un rectificador onda completa trifásico es:

$$V_{dc} = \frac{1}{(\pi/3)} \int_{\pi/3}^{2\pi/3} V_m \text{Sen } \omega t \, d\omega t = \frac{3V_m}{\pi} \left(-\text{Cos } \omega t \right)_{\pi/3}^{2\pi/3}$$

$$V_{dc} = \frac{3V_m}{\pi} \left(-\text{Cos } \frac{2\pi}{3} + \text{Cos } \frac{\pi}{3} \right) = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3} * V_{fn \, rms}}{\pi}$$

$$V_{dc} = 2.34V_{fn \, rms} \dots\dots\dots (2.60)$$

Por lo tanto el voltaje de salida en el caso de doce pulsos es

$$2 \times V_{dc}(\text{trifásico}) = 2 \times 2.34V_{fn \, rms} = 4.678 \times V_{fn \, rms} \dots\dots\dots (2.61)$$

Formas de onda en el primario, secundario y terciario del transformador respectivamente una carga altamente inductiva.

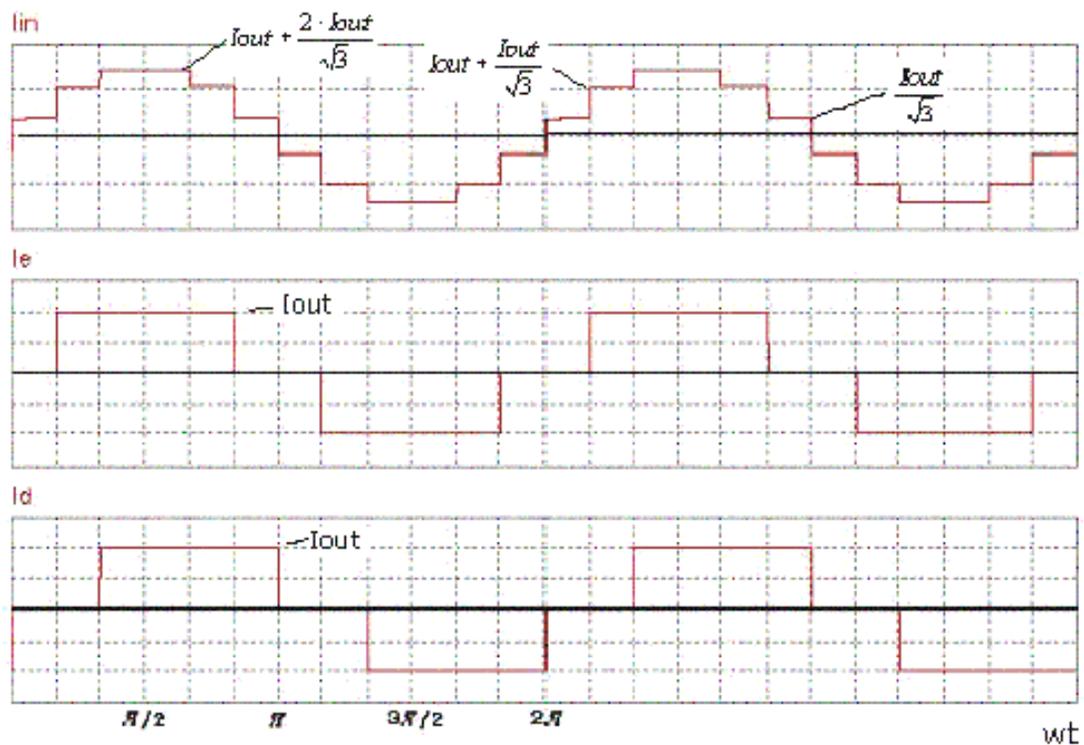


Figura 2.68

El factor de potencia se puede calcular considerando cada conversor como uno independiente.

$$Fp_1 = \frac{P_{activa}}{P_{aparente}} = \frac{V_{S1} \cdot I_{out}}{\sqrt{3} \cdot V_{RMS1-l} \cdot I_{RMS}} = \frac{\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out}}{\frac{3 \cdot V_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_{out}} = \frac{3}{\pi} = 0.95$$

$$Fp_2 = \frac{P_{activa}}{P_{aparente}} = \frac{V_{S2} \cdot I_{out}}{\sqrt{3} \cdot V_{RMS1-l} \cdot I_{RMS}} = \frac{\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out}}{\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I_{out}}{3}} = \frac{3}{\pi} = 0.95$$

$$Fp_{TOTAL} = \frac{P_{dc \ total}}{P_{aparente \ total}}$$

$$P_{dc \ total} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out} + \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out} \dots\dots(2.62)$$

$$P_{aparente \ total} = \frac{3 \cdot V_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot I_{out} + \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot V_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I_{out}}{3} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_m \cdot I_{out} \dots\dots(2.63)$$

$$Fp_{TOTAL} = \frac{\frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot V_m \cdot I_{out}} = \frac{3}{\pi} = 0.95$$

Corriente de entrada al transformador

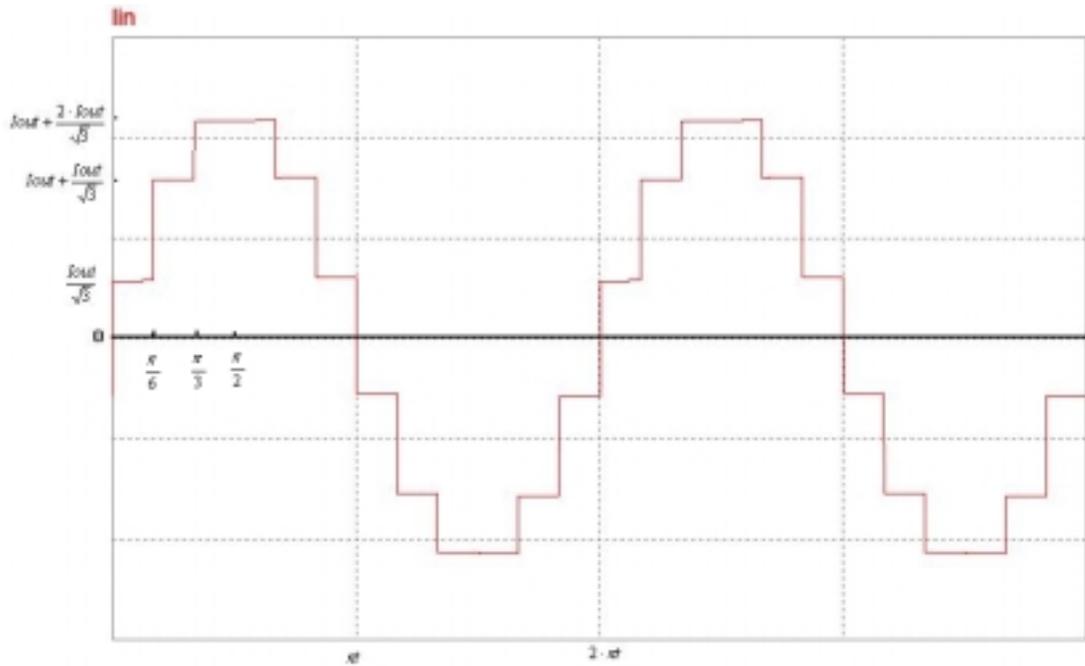


Figura 2.69

Con esta señal podemos por medio de una serie de Fourier calcular el valor de sus armónicos y también el valor rms de la corriente de entrada.

$$I_{rms} = \sqrt{\left[\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t) dt \right]}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\left[\frac{4}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_0^{\pi/6} \left(\frac{i_{out}}{\sqrt{3}} \right)^2 + \int_{\pi/6}^{\pi/3} \left(i_{out} + \frac{i_{out}}{\sqrt{3}} \right)^2 + \int_{\pi/3}^{\pi/2} \left(i_{out} + \frac{2 \cdot i_{out}}{\sqrt{3}} \right)^2 \right] \right]}$$

$$\sqrt{\left[\frac{4}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\left| \frac{i_{out}^2}{3} \right|_0^{\pi/6} + \left| i_{out}^2 + \frac{2 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{i_{out}^2}{3} \right|_{\pi/6}^{\pi/3} + \left| i_{out}^2 + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{3} \right|_{\pi/3}^{\pi/2} \right] \right]}$$

$$\sqrt{\left[\frac{4}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{i_{out}^2}{3} \cdot \frac{\pi}{6} + \left(i_{out}^2 + \frac{2 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{i_{out}^2}{3} \right) \cdot \frac{\pi}{6} + \left(i_{out}^2 + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{3} \right) \cdot \frac{\pi}{6} \right] \right]}$$

$$\sqrt{\left[\frac{1}{3} \cdot \left[\frac{i_{out}^2}{3} + i_{out}^2 + \frac{2 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{i_{out}^2}{3} + i_{out}^2 + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{\sqrt{3}} + \frac{4 \cdot i_{out}^2}{3} \right] \right]}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\left[\frac{2}{3} \cdot i_{out}^2 \cdot (2 + \sqrt{3}) \right]}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{out} \cdot \sqrt{(2 + \sqrt{3})}$$

$$I_{RMS} = 1.57735 \cdot i_{out} \dots\dots\dots(2.64)$$

Los armónicos de corriente son del orden $12K \pm 1$, la siguiente es la serie de Fourier para la corriente de entrada.

$$I_{in} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot I_{out} \cdot \left[\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{11} \cdot \cos(11 \cdot \omega_0 t) + \frac{1}{13} \cdot \cos(13 \cdot \omega_0 t) \dots \right]$$

Con

$$I_{1RMS} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{\pi \cdot \sqrt{2}} = 1.5593(A)$$

Así el THDI en la entrada es

$$THDI = \sqrt{\frac{1.577^2 - 1.559^2}{1.559^2}} \cdot 100\% = 15.21\%$$

También podemos calcular el FP en la entrada

$$Fp_{ENTRADA} = \frac{Pdc \text{ total}}{Paparente \text{ entrada}}$$

$$Pdc \text{ total} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out} + \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out}$$

$$Paparente \text{ entrada} = \sqrt{3} \cdot V_{RMS \ l-l} \cdot I_{RMS} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{out} \cdot \sqrt{(2 + \sqrt{3})} \dots (2.65)$$

$$Fp_{ENTRADA} = \frac{\frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\pi} \cdot V_m \cdot I_{out}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{V_m}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot i_{out} \cdot \sqrt{(2 + \sqrt{3})}} \dots (2.66)$$

$$Fp_{ENTRADA} = \frac{6}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(2 + \sqrt{3})}} = 0.9886$$

Como se ve el factor de potencia mejora con respecto al trifásico, además los armónicos son de una frecuencia más alta lo que facilita su filtrado.

2.10 Problemas Resueltos

Problema n°1

Se tiene un rectificado monofásico tipo puente que alimenta una carga RL, tal como vemos a continuación:

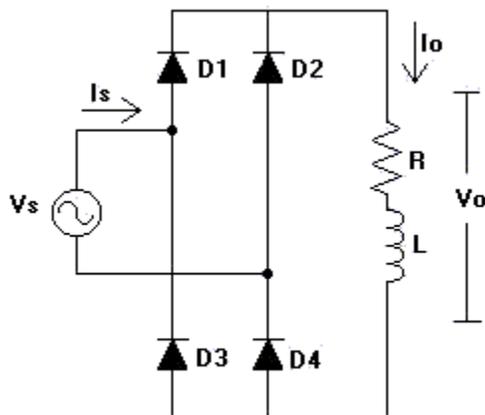


Figura 2.70

Los valores del circuito son los siguientes:

$$V_s = 220 \text{ V}_{\text{rms}} \text{ a } 50 \text{ Hz}$$

$$R = 28 \, \Omega$$

$$L = 60 \text{ mH}$$

Determinar:

- Voltaje medio en la salida del convertidor
- Potencia activa en la carga
- Corriente efectiva y media en el diodo n° 1.
- Factor de Potencia.

Solución:

a) voltaje medio se calcula por:

$$V_{dc} = \frac{2 * 220\sqrt{2}}{\pi}$$

$$V_{dc} = 198.07(v)$$

b) Los coeficientes de Fourier en un rectificador monofásico de onda completa se obtienen de la siguiente expresión

$$\hat{V}_n = \frac{Vm}{\pi} \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\hat{V}_2 = \frac{2 * 220\sqrt{2}}{\pi} \left(\frac{1}{2-1} - \frac{1}{2+1} \right)$$

$$\hat{V}_2 = 132.046$$

$$\hat{V}_4 = 26.4$$

$$\hat{V}_6 = 11.31$$

$$\hat{V}_8 = 6.288$$

$$\hat{V}_{10} = 4$$

$$\hat{V}_{12} = 2.77$$

La corriente para cada componente se obtiene de la siguiente expresión. Tener presente que obtendremos los valores máximos de cada componente y que debemos convertirlos a valores efectivos para obtener el valor rms total de la señal.

$$\hat{I}_n = \frac{\hat{V}_n}{\sqrt{28^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 0.06 \cdot n)^2}}$$

$$I_0 = 7.074$$

$$\hat{I}_2 = 2.81$$

$$\hat{I}_4 = 0.328$$

$$\hat{I}_6 = 0.097$$

$$\hat{I}_8 = 0.041$$

$$\hat{I}_{10} = 0.021$$

$$\hat{I}_{12} = 0.012$$

$$I_{rms} = \sqrt{7.074^2 + 1.98^2 + 0.232^2 + 0.0685^2 + \dots}$$

$$I_{rms} \approx 7.3(A)$$

Así

$$P = 7.3^2 * 28$$

$$P = 1492(w)$$

- c) A partir de la corriente en la carga podemos estimar el valor efectivo y medio de corriente por D1, sabiendo que el área de la señal es la mitad:

$$I_{0D1} \approx \frac{7.3}{2} \approx 3.65(A)$$

$$I_{rmsD1} \approx \frac{7.3}{\sqrt{2}} \approx 5.16(A)$$

- d) Con todos los datos calculados obtenemos el factor de potencia del sistema:

$$FP = \frac{1492}{220 * 7.3}$$

$$FP = 0.929$$

Problema n°2

Se tiene una fuente de voltaje senoidal que alimenta a dos rectificadores tipo puente, como se muestra en la siguiente figura:

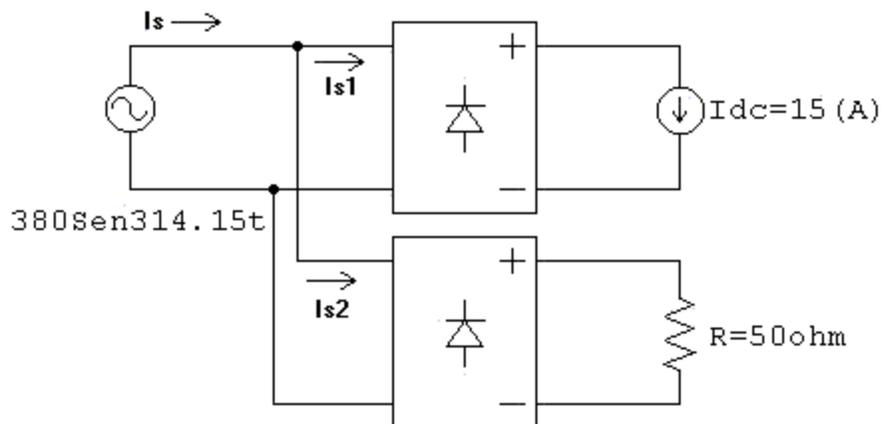


Figura 2.71

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

Se pide:

- Dibujar forma de onda para I_s , I_{s1} y I_{s2} .
- THD y espectro armónico para I_s .
- Factor de potencia del sistema

Solución:

- La forma de onda que aparece en la entrada de cada rectificador es conocida, ya que se han analizado anteriormente, la suma de ambas corrientes en forma gráfica no da la señal de corriente que pasa por la fuente de alimentación.

$$I_{s1} = 15(A) \quad I_{s2} = \frac{380}{50} = 7.6(A) \quad I_s = 15 + 7.6 = 22.6(A)$$

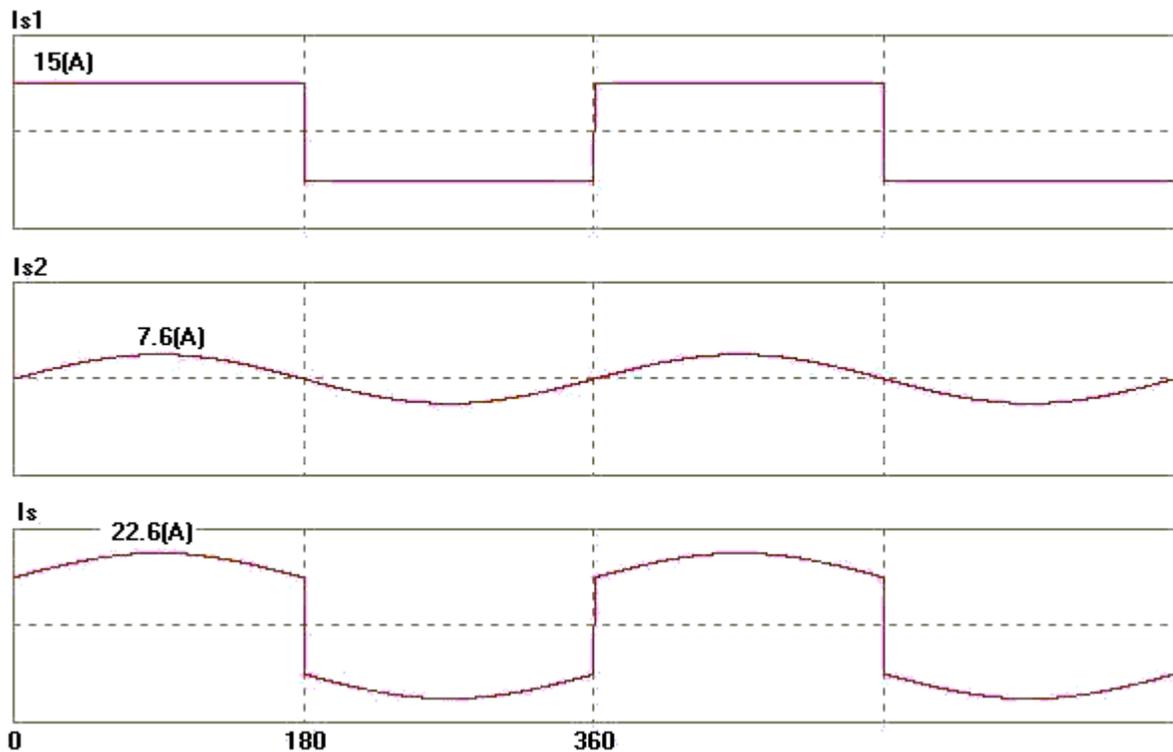


Figura 2.72

Para calcular THD, se desarrolla la serie de Fourier para I_s o bien la serie de la señal cuadrada y agregando a su componente fundamental el valor de I_{s2} .

Para I_{s1}

sabemos que $a_0 = 0$ y $a_n = 0$

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} 15 \text{Sen } n\omega t \, d\omega t$$

$$b_n = \frac{30}{n\pi} (-\text{Cos}(n\pi) + 1)$$

$$b_1 = 19.09$$

$$b_3 = 6.36$$

$$b_5 = 3.82$$

$$b_7 = 2.72$$

$$b_9 = 2.12$$

$$b_{11} = 1.73$$

$$b_{13} = 1.47$$

Sumando la componente fundamental de I_{s1} con I_{s2} :

$$19.09 + 7.6 = 26.7(A)$$

Así la componente fundamental de $I_s = 26.7(A)$

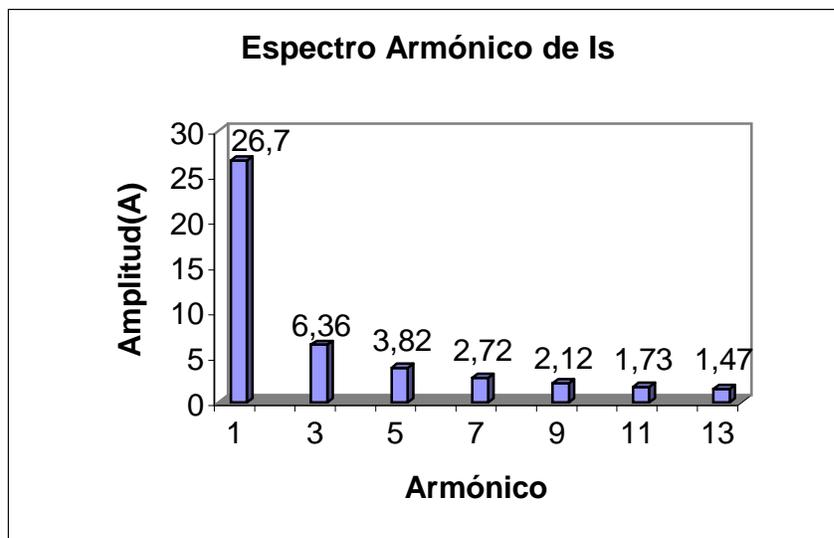


Figura 2.73

$$I_s \text{ rms} = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (7.6 \text{Sen } wt + 15)^2}$$

$$I_s \text{ rms} = 19.97(\text{A})$$

$$I_1 \text{ rms} = \frac{26.7}{\sqrt{2}} = 18.88$$

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{19.97^2 - 18.88^2}}{18.88} * 100$$

$$THDI(\%) = 34.46\%$$

b) Calculamos ahora el factor de potencia

Para la carga inductiva la potencia activa se obtiene por:

$$P = 15 * \frac{2 * 380}{\pi}$$

$$P = 3628.73(\text{w})$$

La potencia en la resistencia es:

$$V_{out \text{ rms}} = \frac{380}{\sqrt{2}} = 268.7(\text{v})$$

$$P = \frac{268.7^2}{50} = 1444(\text{w})$$

Sumando la potencia real de ambas cargas.

$$FP = \frac{3628.73 + 1444}{268.7 * 19.97}$$

$$FP = 0.945$$

Problema n°3

Se tiene un rectificador trifásico de media onda que alimenta una carga RL. La red de alimentación tiene un nivel de voltaje de 440 Vrms entre líneas y una frecuencia de 50Hz. La carga tiene los siguientes parámetros: $R=9\Omega$ y $L=15\text{mH}$.

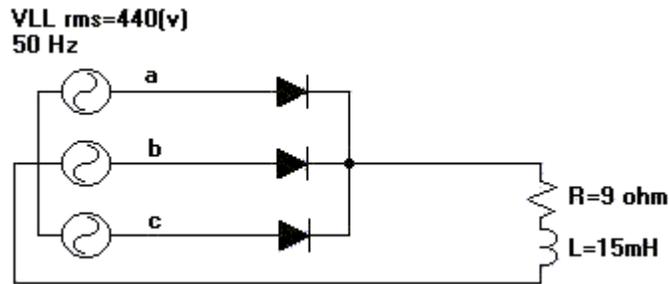


Figura 2.74

Calcule para el circuito mostrado lo siguiente:

- a) Voltaje medio en la carga
- b) Potencia en la carga
- c) Corriente efectiva en la fase a

Solución:

a) El voltaje medio para esta configuración queda dado en la siguiente expresión

$$V_{dc} = 1.1695 * V_{fn \text{ rms}}$$

$$V_{dc} = 1.1695 * \frac{440}{\sqrt{3}}$$

$$V_{dc} = 297.1(\text{v})$$

b) La tensión de salida expresada en series de Fourier se obtiene por:

$$a_0 = 297.1$$

$$a_n = \frac{2}{2\pi/3} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{440\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{Sen } wt \text{ Cos } nwt \text{ } dwt$$

$$b_n = \frac{2}{2\pi/3} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \frac{440\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \text{Sen } wt \text{ Sen } nwt \text{ } dwt$$

para $n = 3q$ donde $q = 1,2,3,4,5,\dots$

$$a_3 = 0$$

$$b_3 = \frac{3 * 440\sqrt{2}}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \text{Sen } wt \text{ Sen } 3wt \text{ } dwt$$

$$b_3 = \frac{3 * 440\sqrt{2}}{\pi\sqrt{3}} (-0.2165)$$

$$b_3 = -74.27$$

$$a_6 = \frac{3 * 440\sqrt{2}}{\pi\sqrt{3}} \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{5\pi}{6}} \text{Sen } wt \text{ Cos } 3wt \text{ } dwt$$

$$a_6 = \frac{3 * 440\sqrt{2}}{\pi\sqrt{3}} (0.04948)$$

$$a_6 = 16.977$$

$$b_6 = 0$$

Así

$$V_0 = 297.1(v)$$

$$\hat{V}_3 = 74.27(v)$$

$$\hat{V}_6 = 16.97(v)$$

$$\hat{V}_9 = 7.41(v)$$

$$\hat{V}_{12} = 4.15(v)$$

$$\hat{V}_{15} = 2.62(v)$$

Ahora calculando para corriente

$$I_0 = \frac{297.1}{9} = 33.01(A)$$

$$\hat{I}_3 = \frac{74.27}{\sqrt{9^2 + (2\pi \cdot 50 \cdot 3 \cdot 0.015)^2}} = 4.431(A)$$

$$\hat{I}_6 = 0.5719$$

$$\hat{I}_9 = 0.17$$

$$\hat{I}_{12} = 0.0724$$

$$\hat{I}_{15} = 0.03718$$

$$I_3 rms = 3.133$$

$$I_6 rms = 0.404$$

$$I_9 rms = 0.12$$

$$I_{12} rms = 0.05119$$

$$I_{15} rms = 0.0263$$

$$I rms = \sqrt{33.01^2 + 3.133^2 + 0.404^2 + \dots}$$

$$I rms \approx 33.16(A)$$

$$P = 33.16^2 \cdot 9$$

$$P = 9.8kW$$

- c) El área que abarca la corriente de cada fase, corresponde a un tercio de la corriente que circula por la carga.

$$I_a rms = \frac{33.16}{\sqrt{3}}$$

$$I_a rms = 19.14(A)$$

d) El factor de potencia se calcula con la corriente obtenida en c.

$$FP = \frac{9800}{\sqrt{3} * 440 * 19.14}$$

$$FP = 0.675$$

Problema n°4

Se tiene un rectificador trifásico de seis pulsos alimentado a través de un transformador en conexión delta-estrella, tal como se muestra en la figura. La razón de espiras en los devanados del transformador es de 5 : 1, la red de alimentación trifásica tiene un voltaje entre líneas de 2400 Vrms, si la carga es de tipo fuente de corriente con un consumo de 100(A), determine:

- a) Voltaje medio en la carga
- b) Corriente efectiva en la fase a.
- c) Factor de potencia del sistema
- d) Forma de onda y THDI(%) de la corriente en la fase A, en la red de alimentación.

Para efectos de cálculo considere que el transformador tiene características ideales.

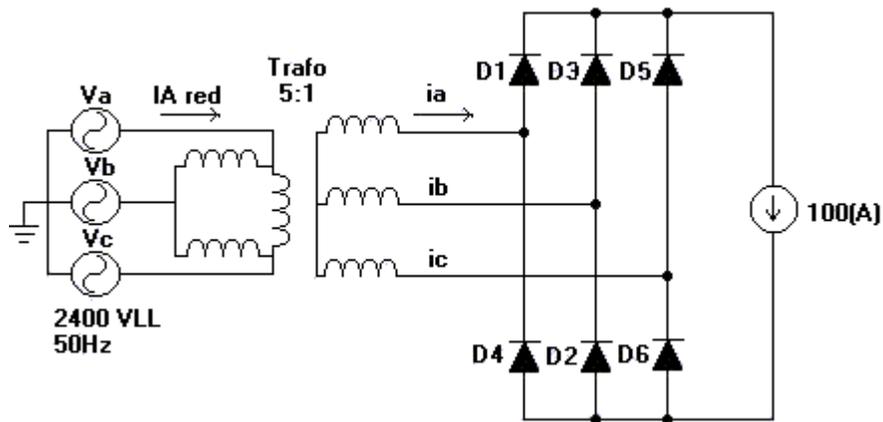


Figura 2.75

Solución:

- a) Para aplicar expresión de voltaje medio para esta configuración debemos considerar la razón de vueltas presente en el transformador.

$$V_{fn \text{ sec}} = \frac{2400}{5} = 480(v)$$

$$V_{dc} = 2.34 * 480$$

$$V_{dc} = 1123.2(v)$$

b) La corriente efectiva en la fase a se calcula de la siguiente forma:

$$I_{a \text{ rms}} = 100 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$I_{a \text{ rms}} = 81.649(A)$$

c) El factor de potencia se establece ahora con los datos del lado secundario del transformador.

$$FP = \frac{1123.2 * 100}{3 * 81.649 * 480}$$

$$FP = 0.955$$

d) La forma de onda que se obtiene en el lado primario, involucra dos fases del lado secundario.

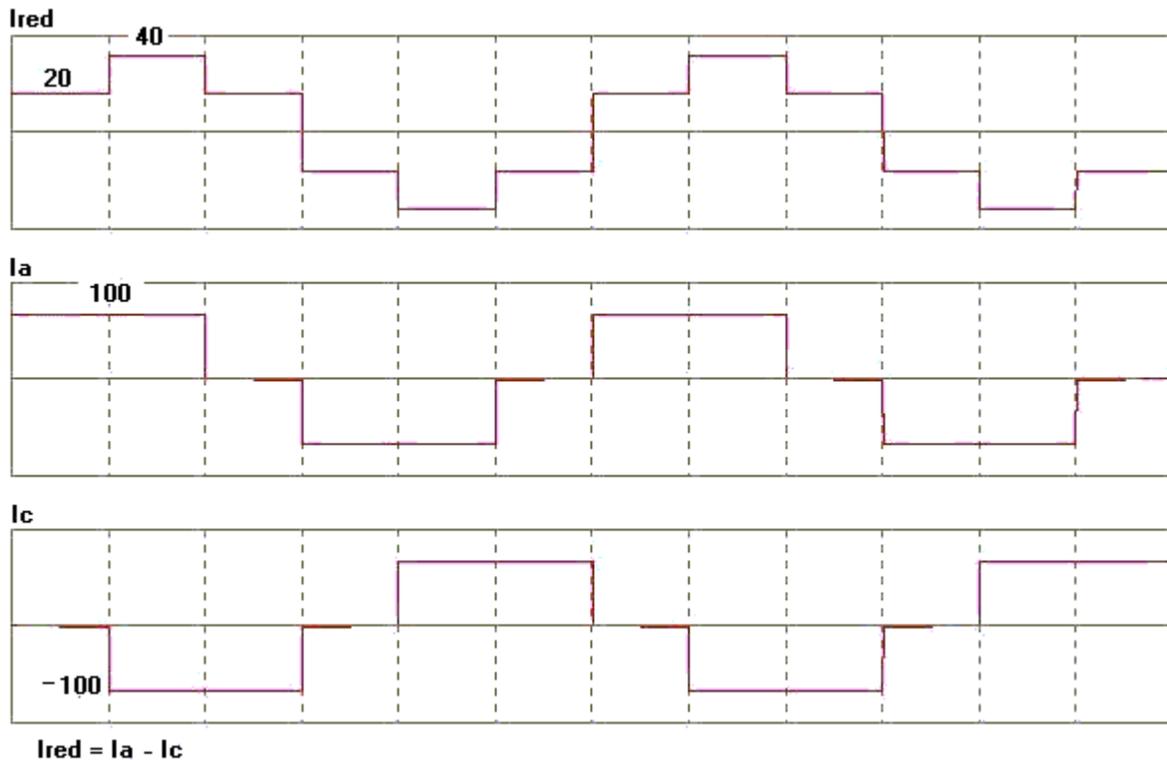


Figura 2.76

Capítulo 2 Rectificadores no Controlados

La corriente efectiva se calcula integrando sólo una parte de la señal, ya que posee simetría de cuarto de onda.

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{4}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} 20^2 dwt + \frac{4}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 40^2 dwt}$$

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{2 * 20^2}{\pi} \left(\frac{\pi}{3} - 0 \right) + \frac{2 * 40^2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right)}$$

$$I_{rms} = \sqrt{266.66 + 533.33}$$

$$I_{rms} = 28.28(A)$$

La señal de corriente en la red, es una señal alterna e impar.

$$a_0 = 0$$

$$a_n = 0$$

$$b_1 = \frac{2 * 4}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} 20 \text{Sen } wt \, dwt + \frac{2 * 4}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 40 \text{Sen } wt \, dwt$$

$$b_1 = \frac{80}{\pi} \left(-\text{Cos} \frac{\pi}{3} + \text{Cos} 0 \right) + \frac{160}{\pi} \left(-\text{Cos} \frac{\pi}{2} + \text{Cos} \frac{\pi}{3} \right)$$

$$b_1 = \frac{80}{\pi} (0.5) + \frac{160}{\pi} (0.5)$$

$$b_1 = 38.19$$

$$I_{1rms} = \frac{38.19}{\sqrt{2}} = 27(A)$$

y calculando THD

$$THDI(\%) = \frac{\sqrt{28.28^2 - 27^2}}{27} * 100$$

$$THDI(\%) = 31.154\%$$