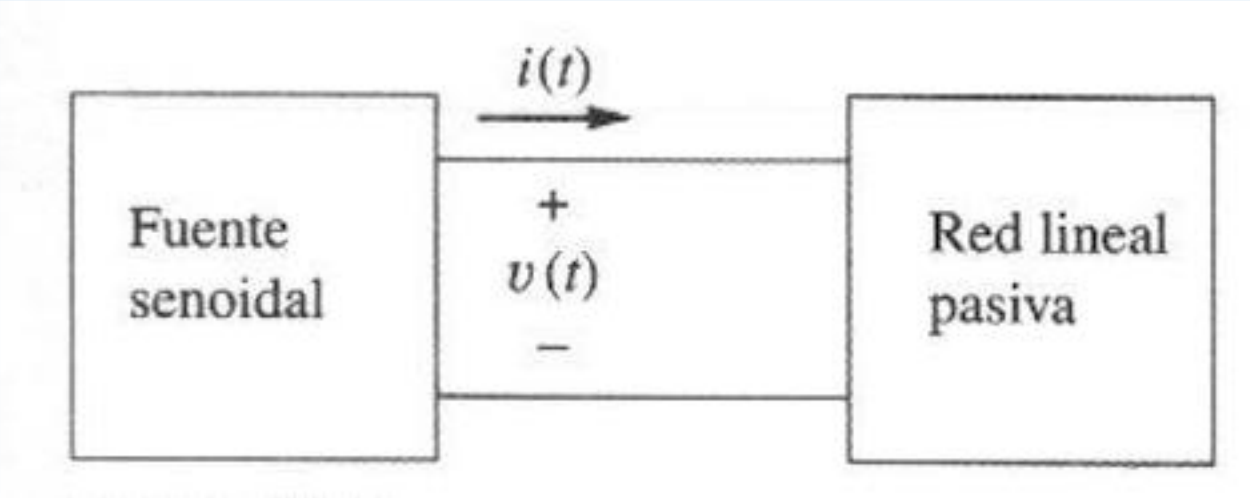
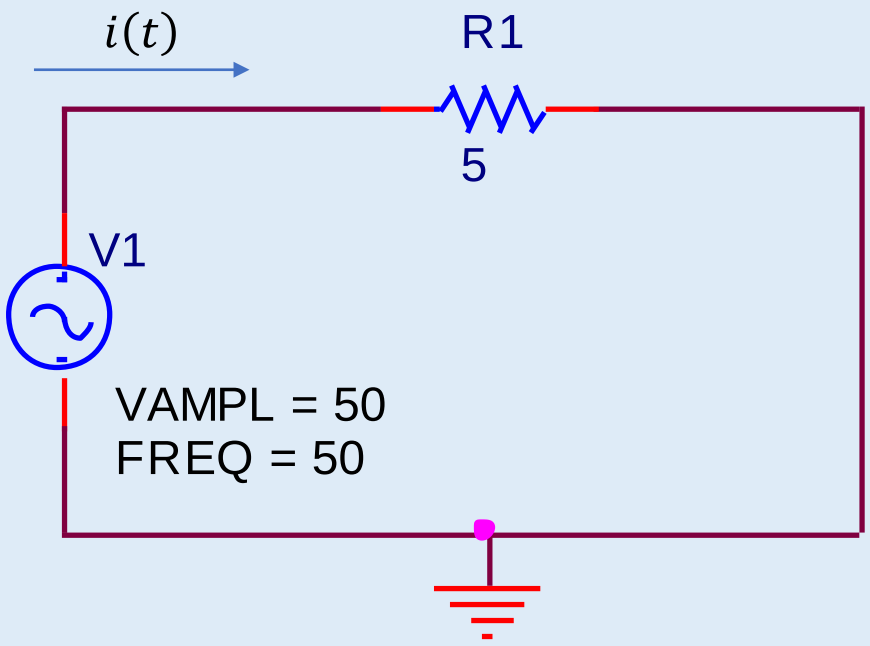
Potencia y Energía

Circuitos monofásicos



• Circuito Resistivo



- ***Potencia instantánea, en " Watts "***

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

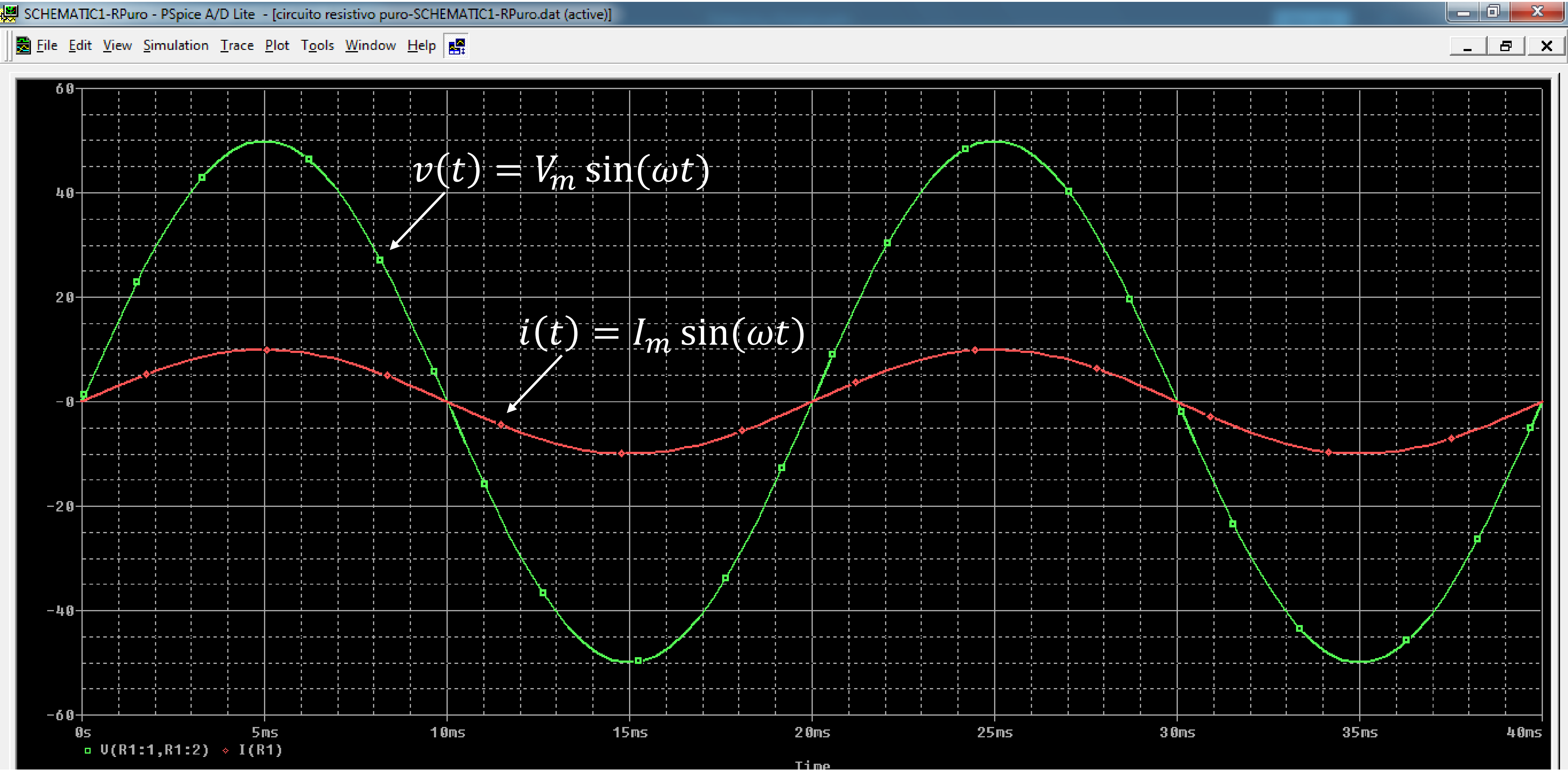
$$i(t) = I_m \sin(\omega t)$$

$$p(t) = V_m I_m \ sin^2 \omega t \quad \rightarrow \quad sin^2 \ x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \quad \rightarrow \quad \boxed{p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \ (1 - \cos 2\omega t)}$$

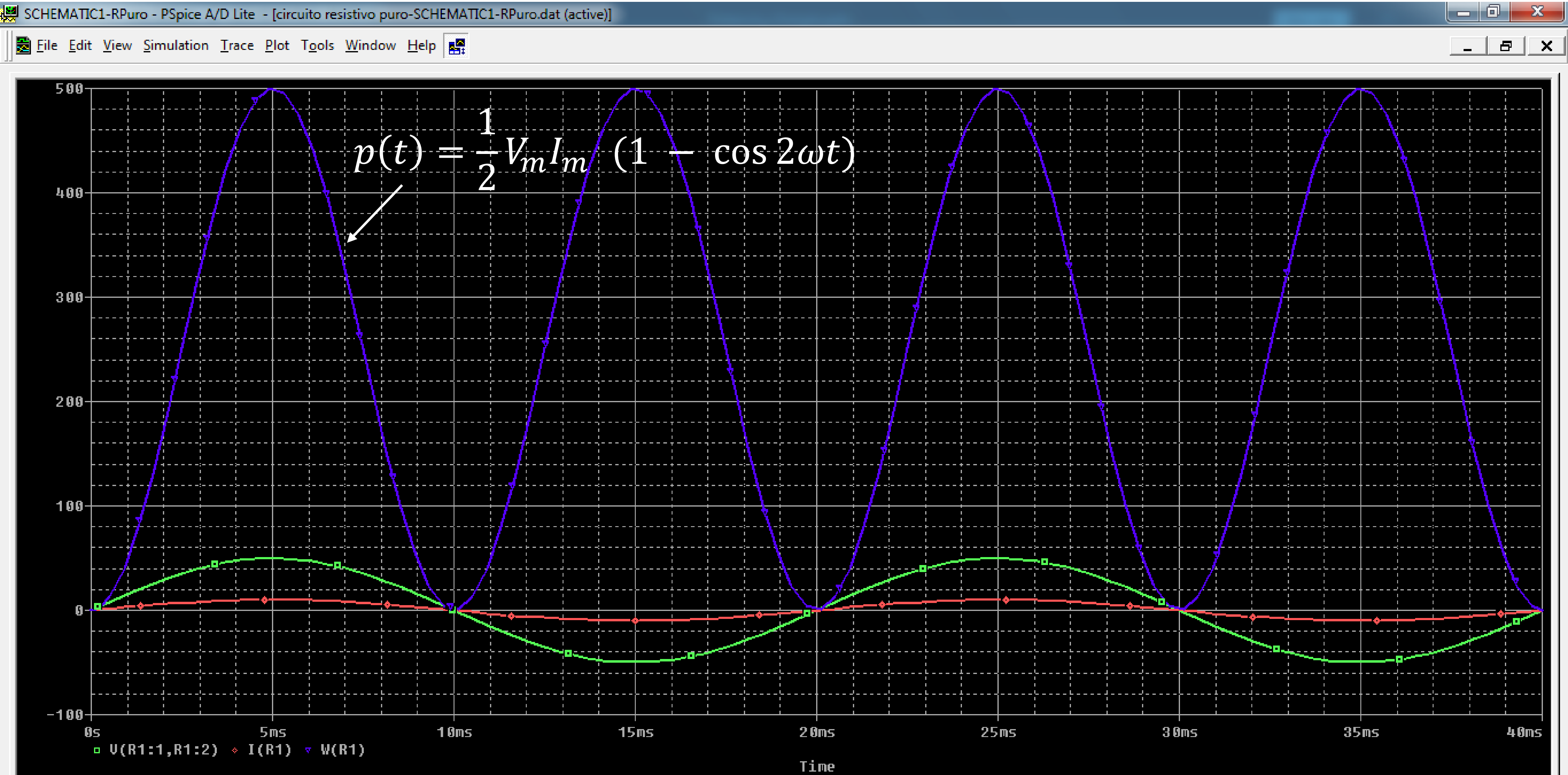
- ***Potencia promedio, en " Watts "***

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt \quad \rightarrow \quad \boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \ (1 - \cos 2\omega t) \ d(\omega t) = \frac{1}{2} \ V_m I_m \ = \boldsymbol{V} * \boldsymbol{I}}$$

Gráfica de la tensión y la corriente $\quad$ $Angulo\ de\ desfase\ \theta = 0$

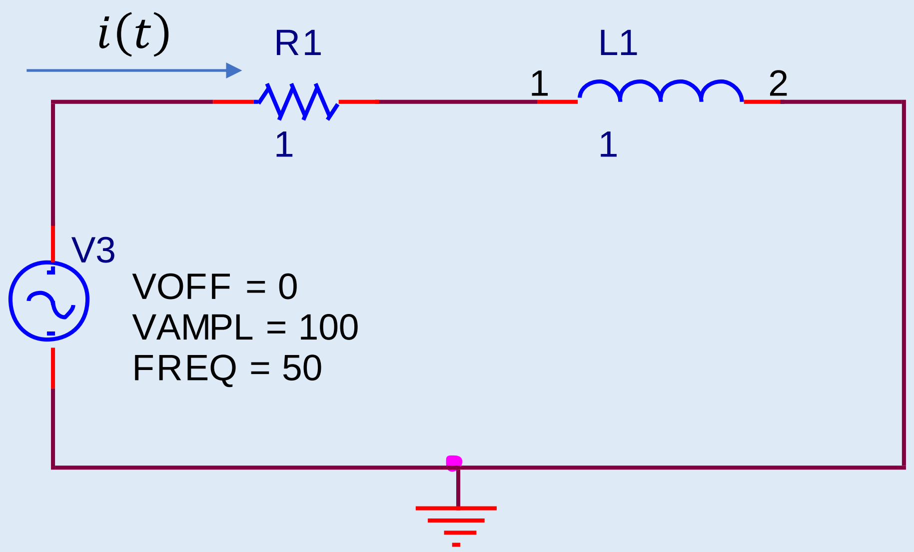


Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



Circuito Inductivo

- *Potencia instantánea, en " Watts "*



$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

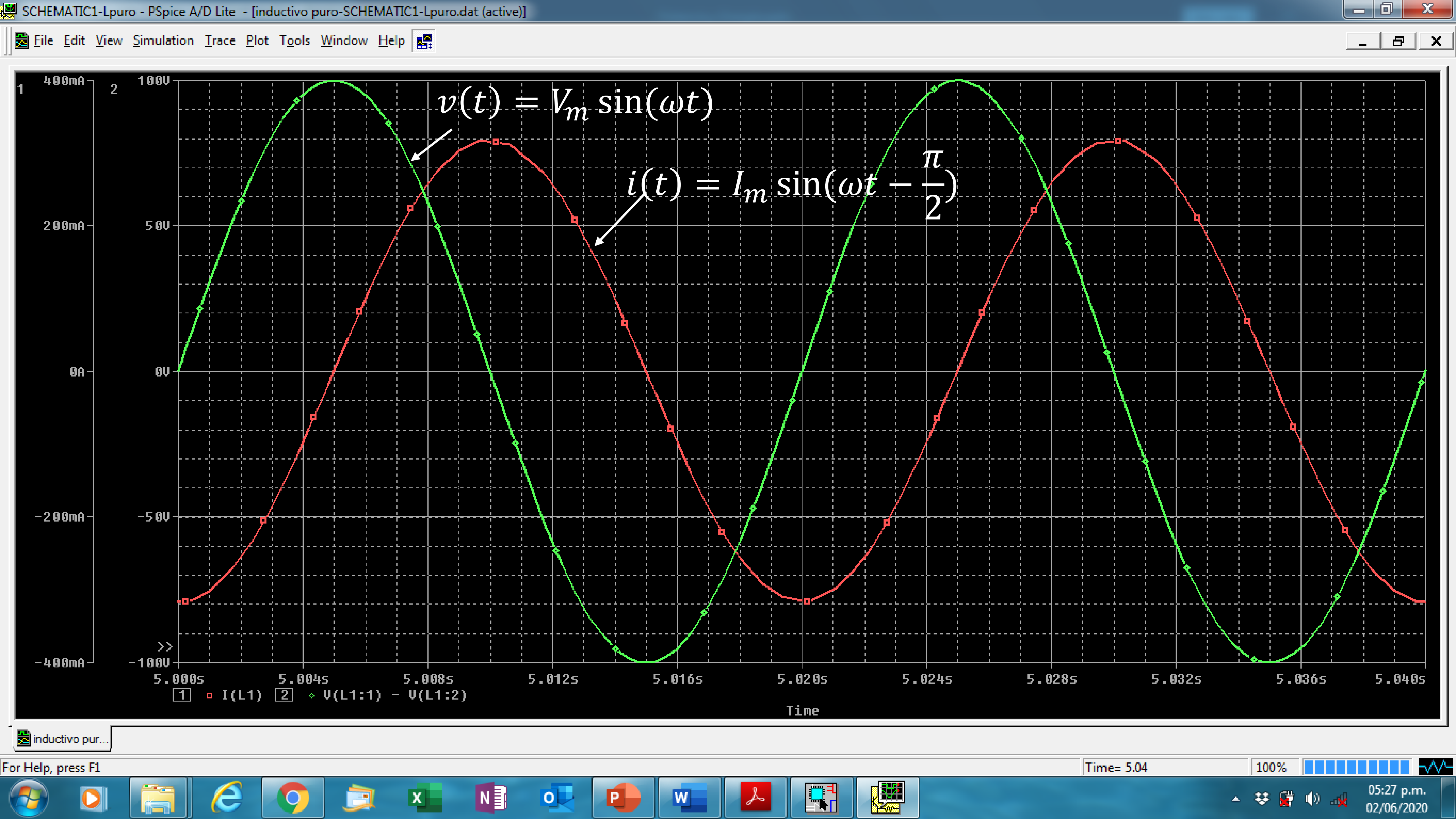
$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \ \sin(\omega t \ - \frac{\pi}{2})$$

Como $\sin\left(\omega t \ - \frac{\pi}{2}\right) = \ -\cos \omega t \ \ y \ 2 \ \sin x \cos x = \sin 2x \ \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

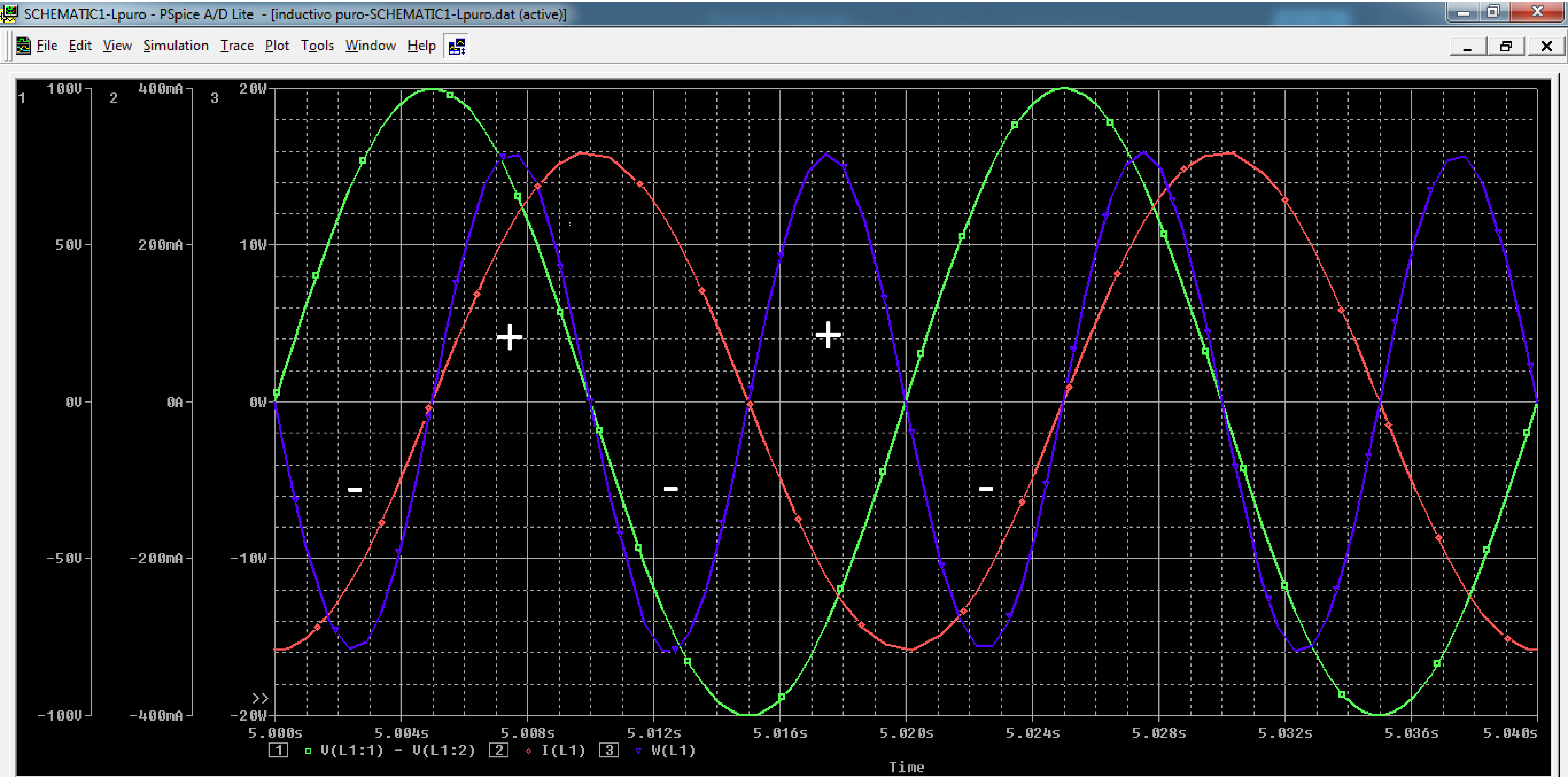
$$\boxed{p(t) = -\frac{1}{2} V_m I_m \ \sin(2\omega t)}$$

- *Potencia promedio, a lo largo de un periodo es cero " 0 "*

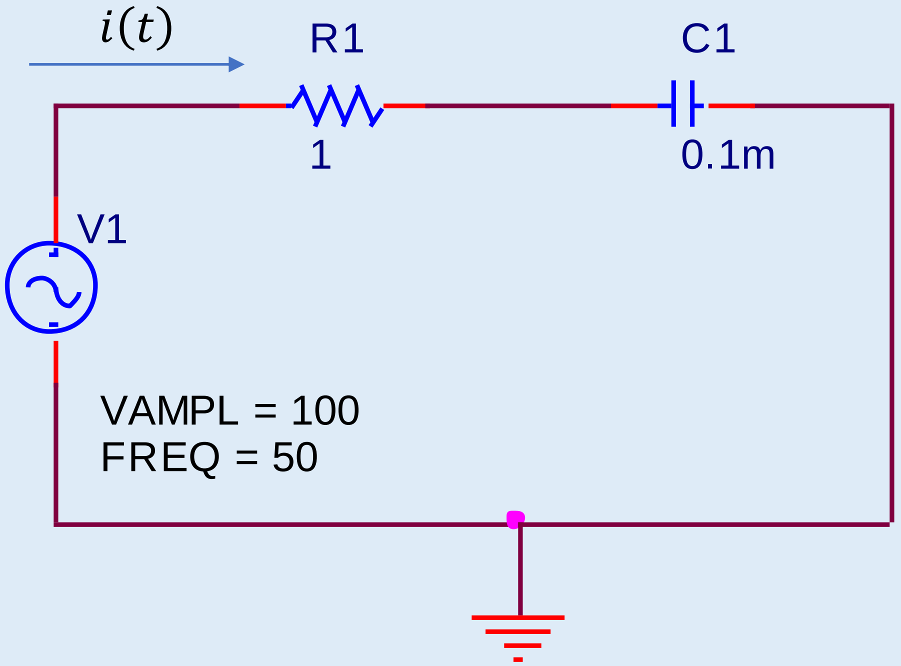
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \ = 0$$


SCHEMATIC1-Lpuro - PSpice A/D Lite - [inductivo puro-SCHEMATIC1-Lpuro.dat (active)]
File Edit View Simulation Trace Plot Tools Window Help
$v(t) = V_m \sin(\omega t)$
$i(t) = I_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$
400mA
200mA
0A
-200mA
-400mA
100V
50V
0V
-50V
-100V
5.000s
5.004s
5.008s
5.012s
5.016s
5.020s
5.024s
5.028s
5.032s
5.036s
5.040s
I(L1)
V(L1:1) - V(L1:2)
Time
inductivo pur...
For Help, press F1
Time= 5.04
100%
05:27 p.m.
02/06/2020

Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



• Circuito Capacitivo



- *Potencia instantánea, en " Watts "*

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \ \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

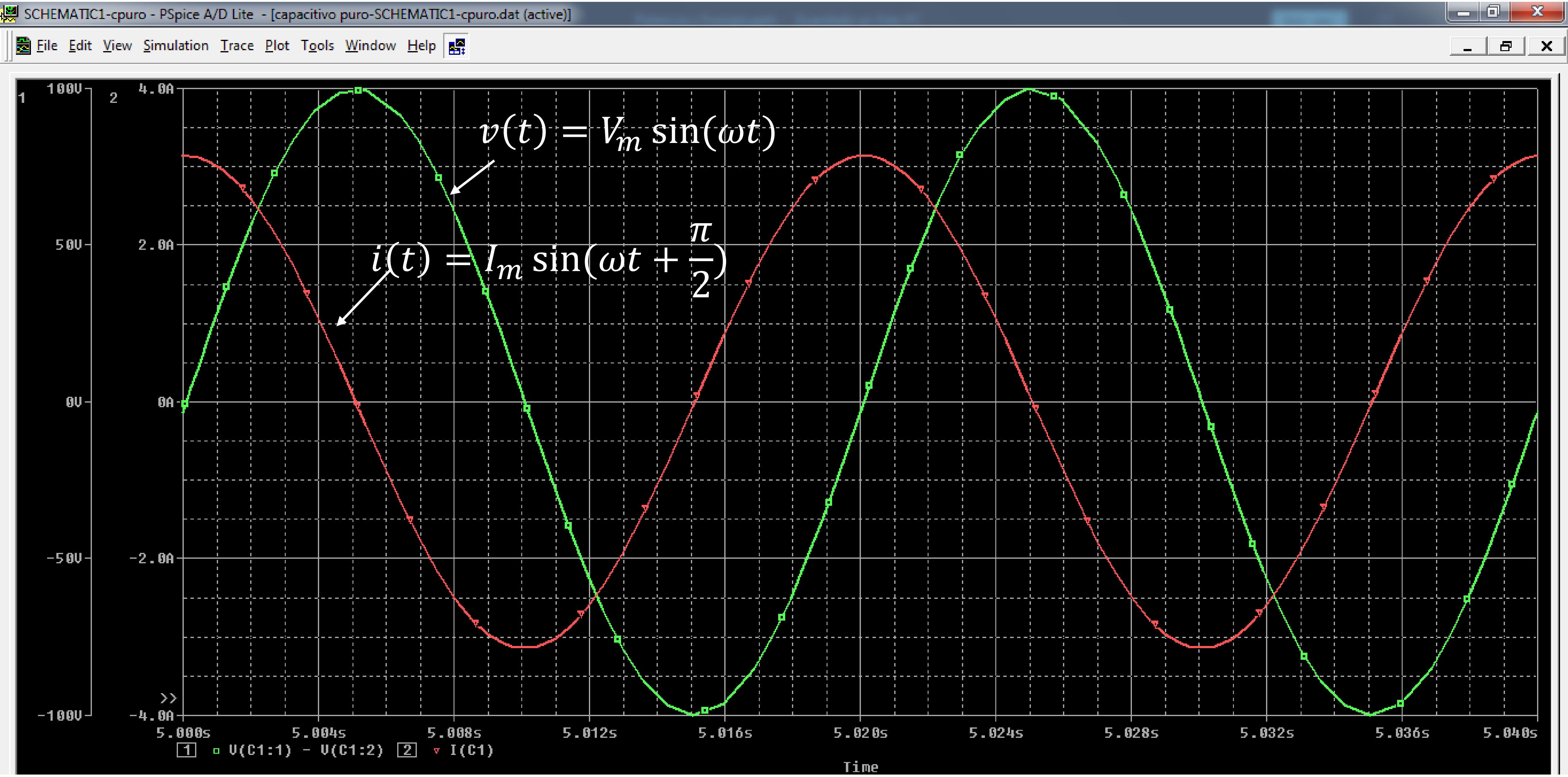
Como $\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \omega t \quad y \ \ 2 \ \sin x \cos x = \sin 2x \ \rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

$$\boxed{p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \ \sin(2\omega t)}$$

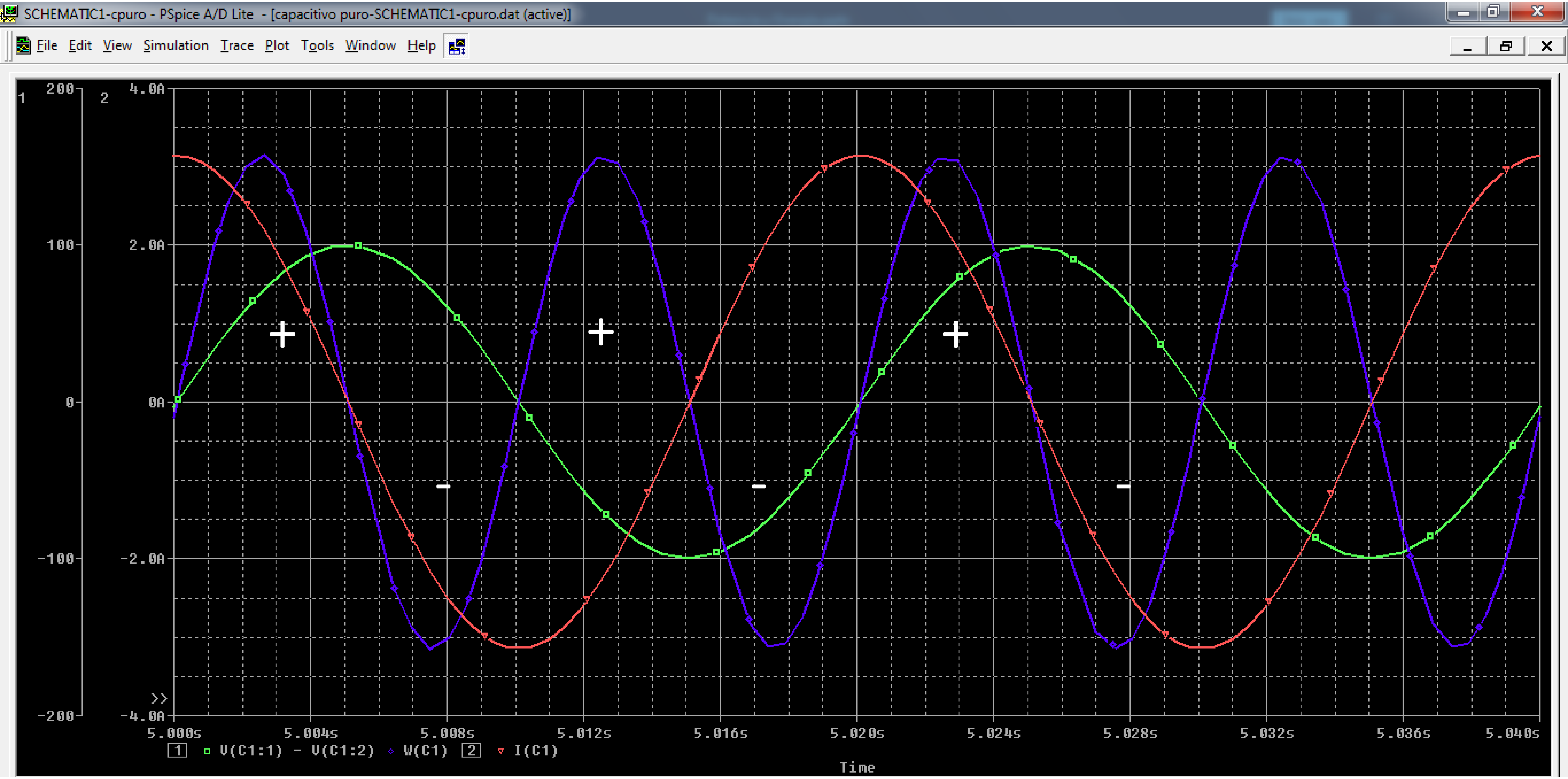
- *Potencia promedio, a lo largo de un periodo es cero " 0 "*

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt \ = 0$$

Gráfica de la tensión, corriente



Gráfica de la tensión, corriente y la potencia instantánea



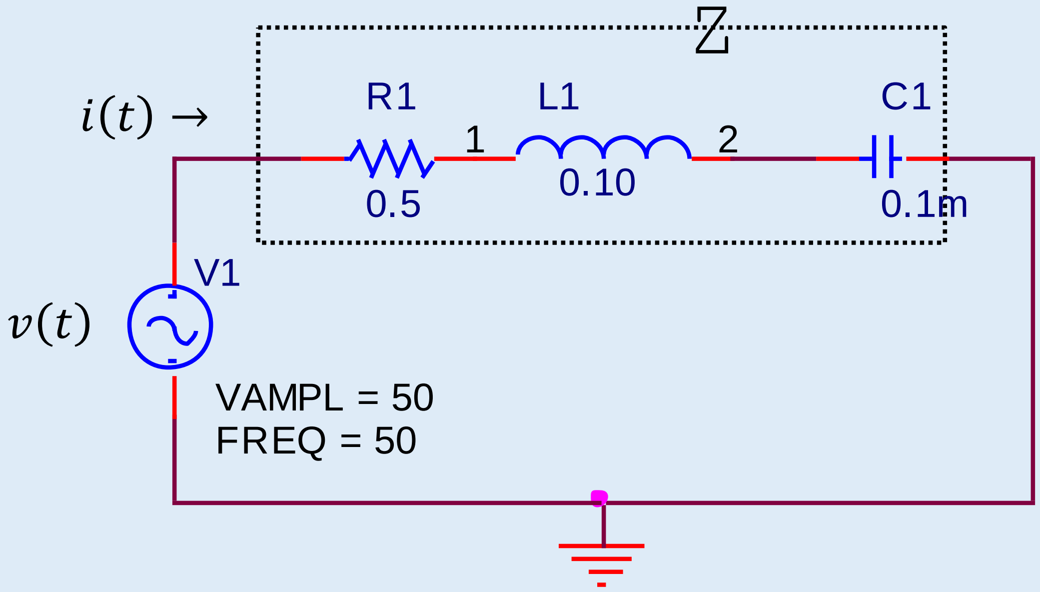
• Circuito Pasivo general

$$p(t) = v(t) * i(t)$$

$$v(t) = V_m \sin(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$p(t) = V_m \sin(\omega t) * I_m \ \sin(\omega t + \theta)$$



Como $\sin\alpha + \sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \ \cos(\alpha + \beta)]$

Y $\quad \cos -\alpha = \cos\alpha$

Potencia Instantánea $\longrightarrow$ $\boxed{p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \ [\cos\theta - \cos(2\omega t + \theta)]}$

- La potencia instantánea es difícil de medir, porque cambia constantemente con el tiempo.
- La patencia promedio no depende del tiempo, si no del ángulo de desfase entre la tensión y la corriente.

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \, [\cos\theta - \cos(2\omega t + \theta)]$$

Potencia instantánea
(depende del tiempo)

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt$$

$$-\frac{1}{2} V_m I_m \;\cos(2\omega t + \theta)$$

Valor medio cero

$$\frac{1}{2} V_m I_m \;\cos\theta$$

Valor constante

Se obtiene el mismo
Resultado para el periodo
Real de $p(t)$ *que es* $\frac{T}{2}$

En estas condiciones podemos decir que el valor medio de ***p(t)*** o ***P*** *potencia activa* es

Potencia Promedio
(no depende del tiempo)

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \;\cos\theta = \;\boldsymbol{VI}\cos\varphi$$

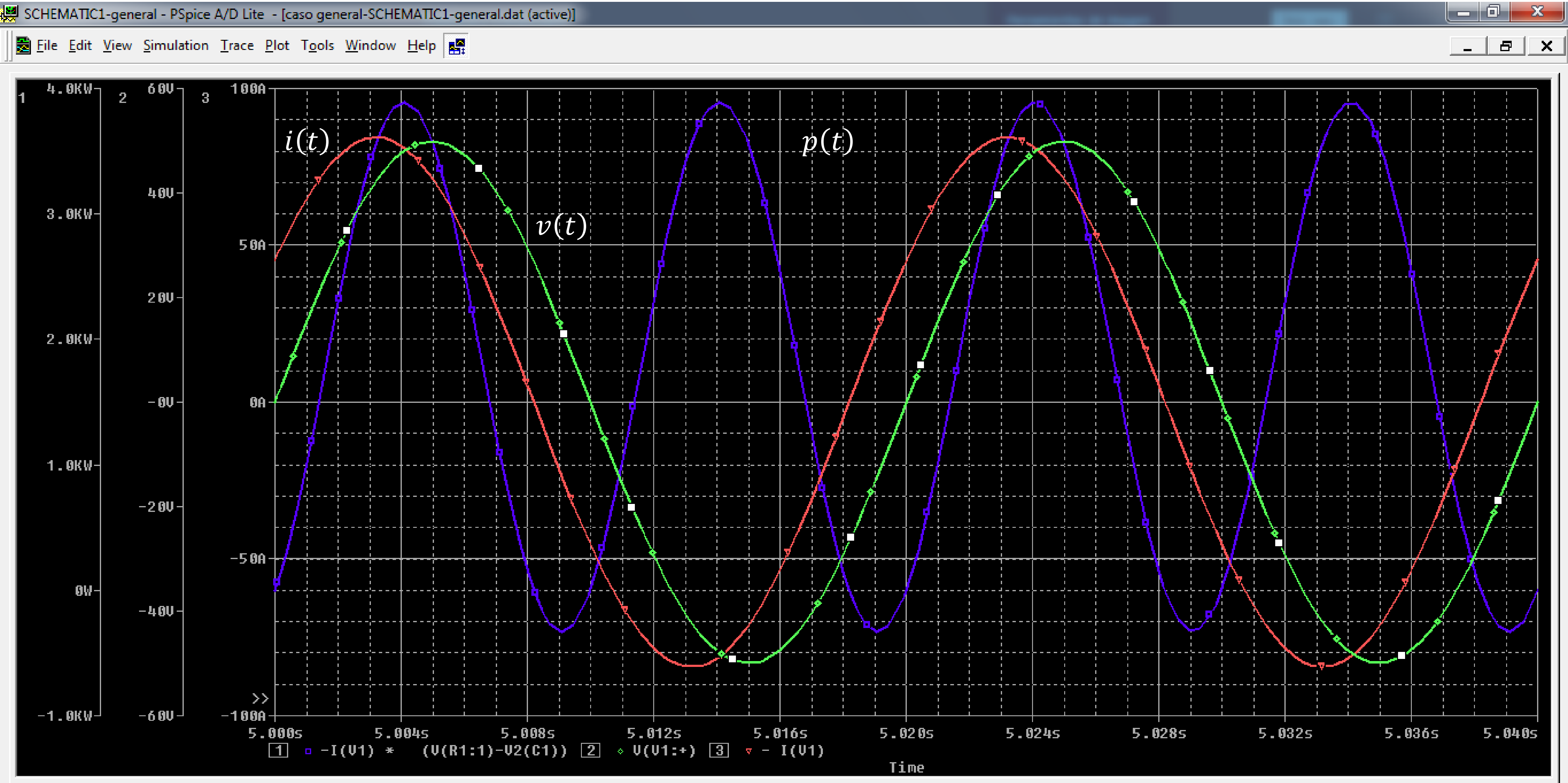
$$\varphi = (\theta_v - \theta_i)$$

$$\cos\varphi \;\rightarrow factor\ de\ potencia$$
$$\varphi\ entre\ \pm 90°$$

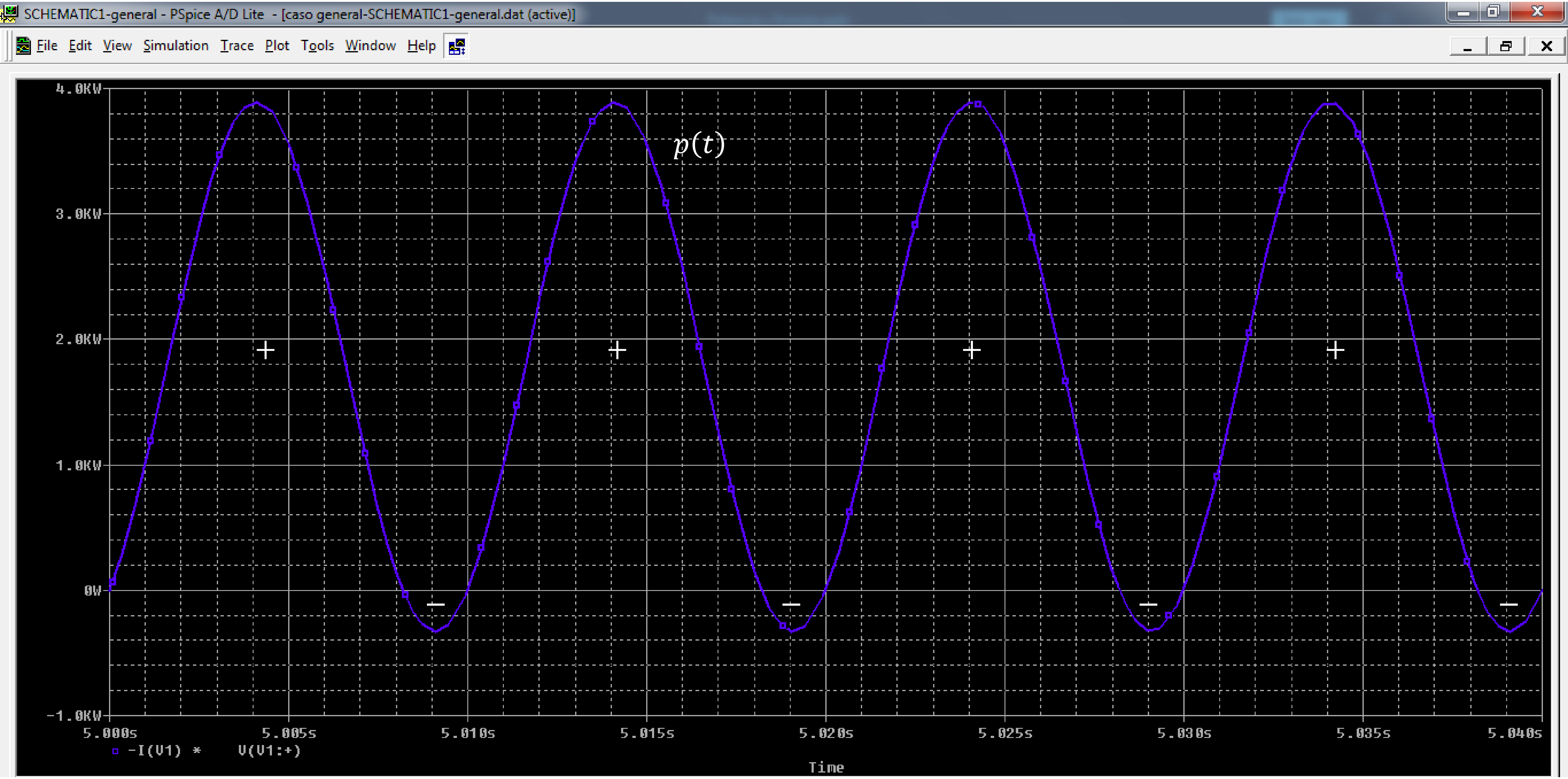
En un circuito inductivo, en el que la intensidad de corriente está en atraso respecto de la tensión, decimos entonces que tenemos un factor de ***potencia en retraso***, y en un circuito capacitivo, como la corriente adelanta a la tensión , tenemos un factor de ***potencia en adelanto***.

Sacar conclusión: Se puede observar
Que cos $\boldsymbol{\varphi}$ siempre es positivo y por lo
Tanto ***P*** también será.

Gráfica potencia instantánea, tensión y corriente.



Gráfica potencia instantánea



$$P = Potencia\ activa\ \ \boldsymbol{VI}\cos\boldsymbol{\varphi} \ \rightarrow \ \ W$$

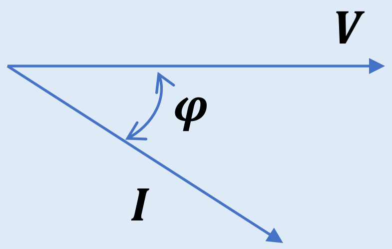
$$S = Potencia\ aparente\ \ \boldsymbol{VI} \ \rightarrow \ VA\ o\ kVA$$

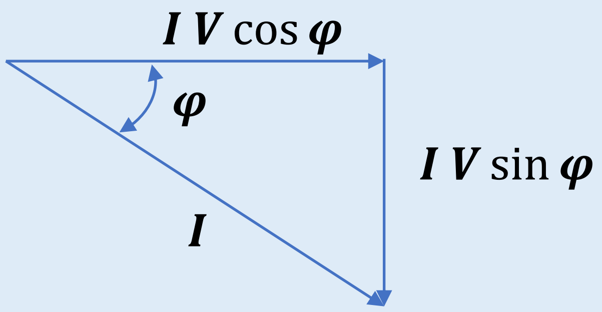
$$Q = Potencia\ reactiva\ \ \boldsymbol{VI}\sin\boldsymbol{\varphi} \ \rightarrow \ VAR\ o\ kVAR$$

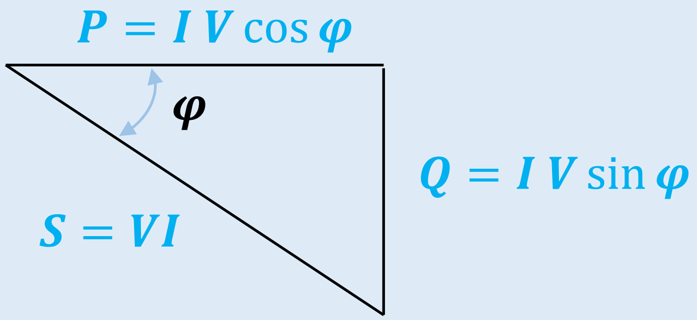
Triángulo de Potencias

- Las expresiones de la potencia, se las pueden representar geométricamente mediante los lados de un triángulo, que se llama *triángulo* de *potencias.*

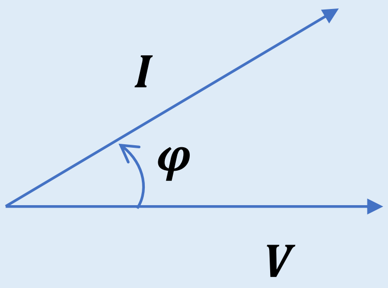
- ***Triángulo de Potencias****: Carga* ***inductiva****, factor de potencia en* ***retraso.***

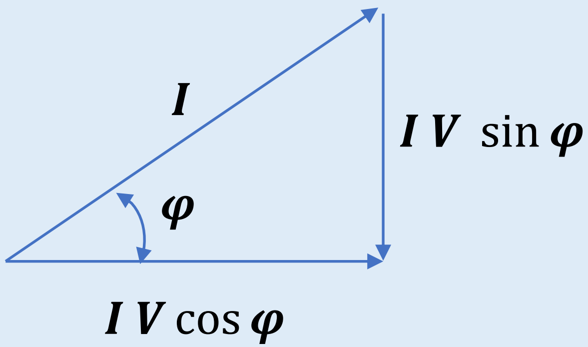


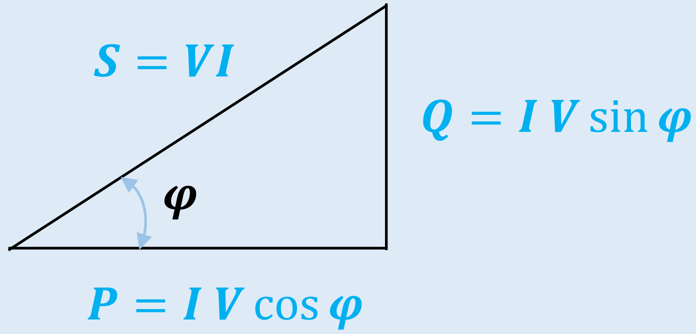




- ***Triángulo de Potencias**: Carga **Capacitiva**, factor de potencia en **adelanto.***







- ***Potencia Compleja***

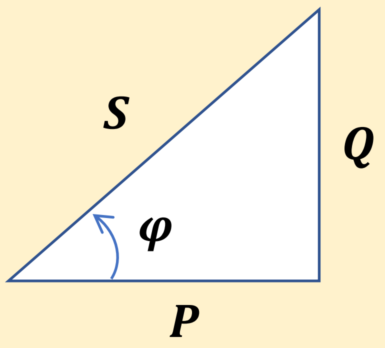
El triángulo de potencias, para S, P y Q, también se puede deducir del producto de ***VI****, de la tensión por el conjugado de la corriente. Este producto da como resultado un número complejo que se llama *potencia compleja* $\mathbf{S}$. Esta potencia compleja posee toda la información relevante de potencia sobre la carga. Su parte real es la *potencia activa* $\boldsymbol{P}$ y su parte imaginaria es la *potencia reactiva* $\boldsymbol{Q}$.

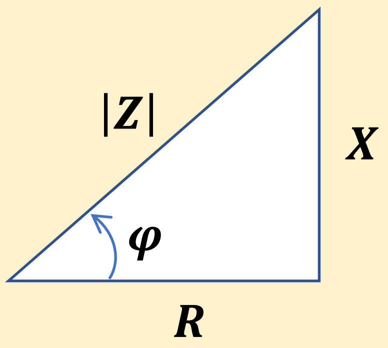
Potencia compleja, plano Complejo

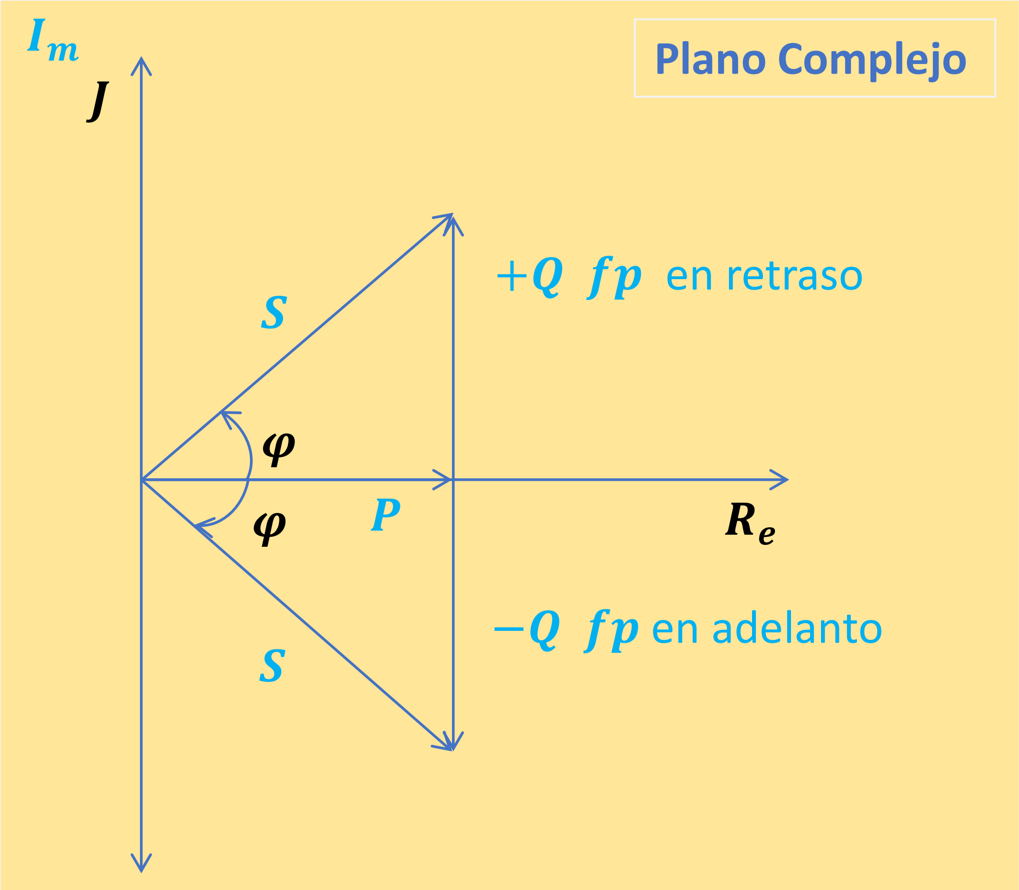
$$\boldsymbol{V} = V\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j\alpha}} \qquad \boldsymbol{I} = I\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j(\alpha+\theta)}}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{VI}^{*} = V\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j\alpha}}\, I\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{j(\alpha+\theta)}} = \boldsymbol{VIe}^{-\boldsymbol{j(\theta)}} = \boldsymbol{VI}\cos\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{jVI}\sin\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{P} - \boldsymbol{jQ}$$

Potencia Compleja ⟶ $\boldsymbol{S = P - jQ}$







$\boldsymbol{\varphi}$ ⟶ ángulo del factor de potencia.

$\boldsymbol{I}^{*}$ ⟶ conjugado de la corriente.

• *Corrección del factor de potencia*

En las aplicaciones industriales, normalmente, se trabajan con cargas de carácter inductivo, por lo que intensidad de corriente está retrasada respecto de la tensión aplicada. En el triángulo de potencias, la *hipotenusa* $\mathbf{S}$ es una medida de la carga del sistema de distribución y el *cateto* $\boldsymbol{P}$ es una medida de la potencia útil suministrada. Lo que interés es que S se aproxime lo más posible a $\boldsymbol{P}$, es decir, que el *ángulo* $\boldsymbol{\varphi}$ sea lo más pequeño posible. En el caso de una carga *inductiva*, es posible corregir el factor de potencia agregando *capacitores en paralelo* con la carga. La tensión en la carga no varía con lo que la potencia útil $\boldsymbol{P}$ se mantiene constante. Al aumentar el factor de potencia lo que disminuyen son la *intensidad de corriente* y *la potencia aparente* lo que implica que se consiga una utilización más eficiente de la potencia en el sistema o red de distribución.

• *Ejemplo de Corrección del factor de potencia.*

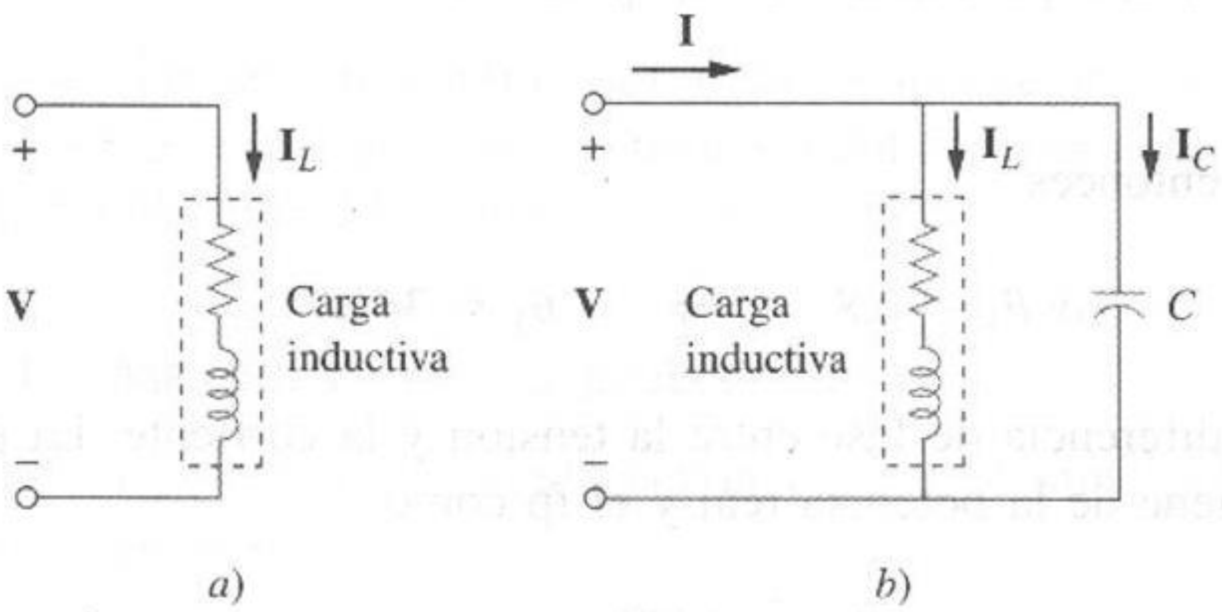


Figura 11.27
Corrección del factor de potencia: *a*) carga inductiva original, *b*) carga inductiva con factor de potencia mejorado.

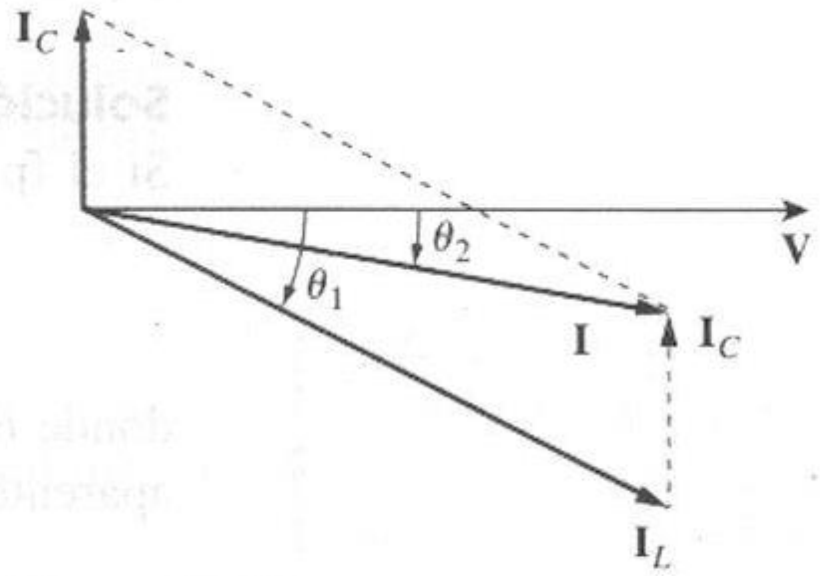
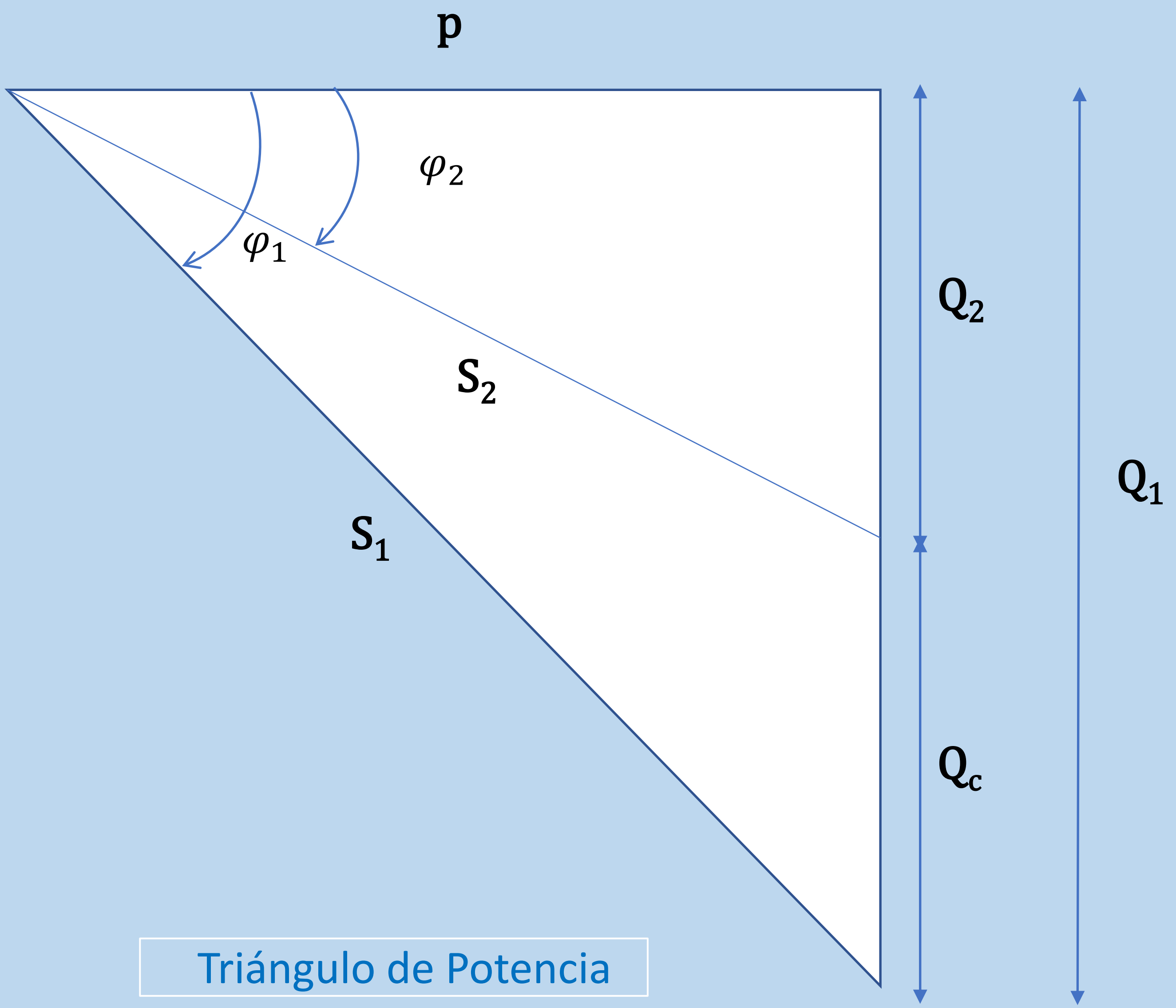


Figura 11.28
Diagrama fasorial que muestra el efecto de añadir un capacitor en paralelo con la carga inductiva.

¿ Cómo se conectan los elementos para mejorar factor de potencia? (Capacitor o Inductor)
Justifique la respuesta.

Corrección del factor de potencia , para el caso de cargas inductivas. (factor de potencia en atraso)



Triángulo de Potencia

$$P = S_1 \ \cos \varphi_1$$

$$Q_1 = S_1 sen\varphi_1 = P \tan \varphi_1$$

$$Q_2 = P \tan \varphi_2$$

Potencia reactiva del condensador

$$Q_c = Q_1 \ - Q_2 = P\,(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_2)$$

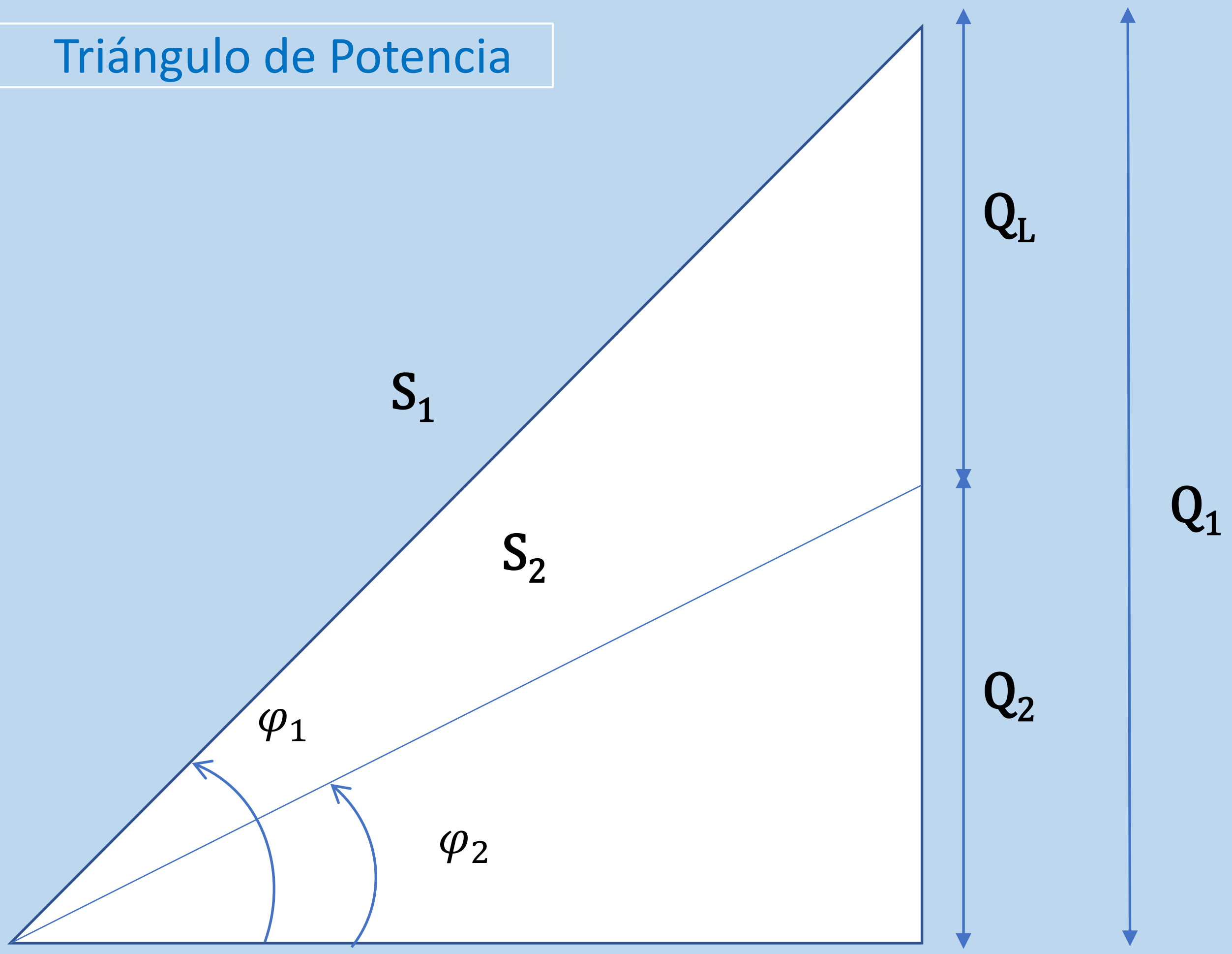
Capacitancia del condensador

$$Q_c = \frac{V_{rms}^2}{X_c} = \omega C V_{rms}^2$$

$$\boxed{C = \frac{Q_c}{\omega V_{rms}^2} = \frac{P\,(\tan \varphi_1 \ - \ \tan \varphi_2)}{\omega V_{rms}^2}}$$

Corrección del factor de potencia, para el caso de cargas capacitivas. (factor d potencia en adelanto)

Triángulo de Potencia



$$P = S_1 \ cos\ \varphi_1$$

$$Q_1 = S_1 sen\varphi_1 = P \tan\varphi_1$$

$$Q_2 = P \tan\varphi_2$$

Potencia reactiva del Inductor

$$Q_L = Q_1 - Q_2 = P\,(\tan\varphi_2 - \tan\varphi_2)$$

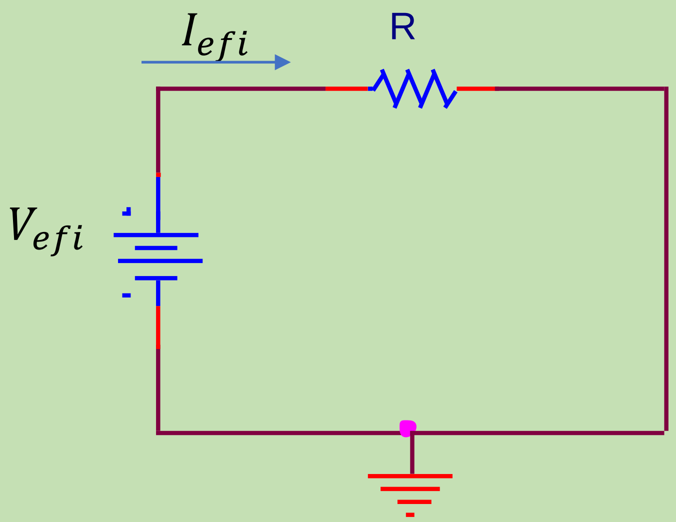
Inductancia, del Inductor o bobina

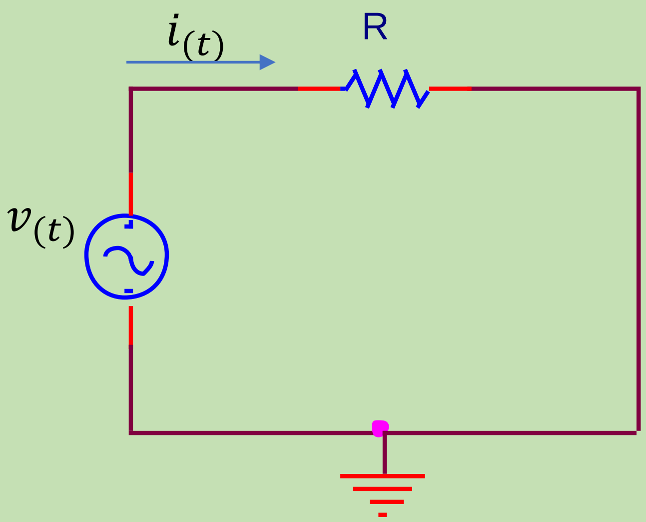
$$Q_L = \frac{V_{rms}^2}{X_L} = \frac{V_{rms}^2}{\omega L}$$

$$L = \frac{V_{rms}^2}{\omega Q_L} = \frac{V_{rms}^2}{\omega\ P\,(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)}$$

Valor eficaz o rms

Para saber cuanto eficaz es una fuente de tensión o de corriente, cuando suministra energía, partimos de determinar el valor eficaz.





$$\boldsymbol{P = I^2{}_{efi}\, R}$$

igualamos y despejamos el valor eficaz

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2\, R\, dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2 dt$$

“El valor eficaz de una corriente periódica es igual al valor de corriente continua, que entrega la misma potencia promedio a un resistor que el valor de corriente periódica”

$$\boldsymbol{I_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}}$$

lo mismo para la tensión

$$\boldsymbol{V_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2 dt}}$$

Al valor eficaz, tambien se lo conoce como vlaor rms
(raíz cuadrada del promedio de la señal al cuadrado)

$$\boxed{I_{efi} = I_{rms}}$$

$$\boxed{V_{efi} = V_{rms}}$$

- *Tomemos como ejemplo una senoide* $\quad i_{(t)} = I_m \cos \omega t$

$$I_{efi} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 cos^2 \omega t \, dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T \frac{1}{2}(1 + cos^2 2\omega t) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Podemos escribir que para una función senoidal

$$\boxed{I_{efi} = I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}$$

$$\boxed{V_{efi} = V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}}$$

Distintas maneras de expresar la Potencia
$P = \frac{1}{2} V_m I_m \ \cos\theta$
$P = V_{rms}\, I_{rms} \cos\varphi$
$P = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\varphi$

Ejemplo

1. **Para alimentar un conjunto de equipos eléctricos se utiliza una fuente monofásica de 50 kVA, 220 V, 50 Hz. En dicha instalación existen las siguientes cargas:**

- 10 motores de inducción monofásicos de 5 CV, 220 V, 50 Hz, F.P.= 0,84 en retraso cada uno de ellos.
- 40 tubos fluorescentes, para alumbrado general, de 60 W, 220 V, F.P.= 0,5 en retraso, por unidad.
- Distintas tomas de alimentación con un consumo total de 2 kW, 220 V, 50 Hz y factor de potencia unidad.
- Al conjunto de cargas anteriormente citadas se le pretende añadir un equipo de aire acondicionado, cuya placa de características es: 3.710 W, 220 V, 50 Hz, 18,8 A, siendo el equipo inductivo.

Se pide encontrar la forma de realizar la conexión de **TODAS** las cargas para que el sistema funcione correctamente. Justificar la solución que encuentre.
Realizar el diagrama fasorial del total de la instalación. Indicar el fasor de referencia.

Desarrollo

1 kW = 1,36 CV

1 kW = 1,34 HP

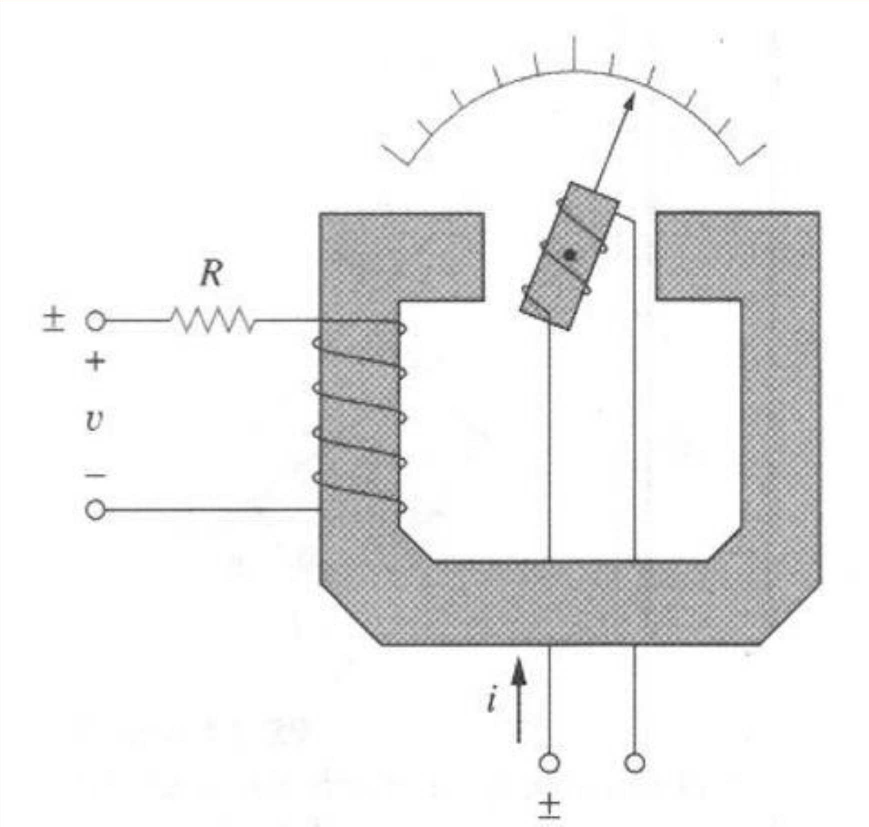
1 CV = 0,986 HP

1 CV = 0,736 kW

1 HP = 0,746 kW

1 HP = 1,014 CV

Medición de potencia con *Wattímetro*



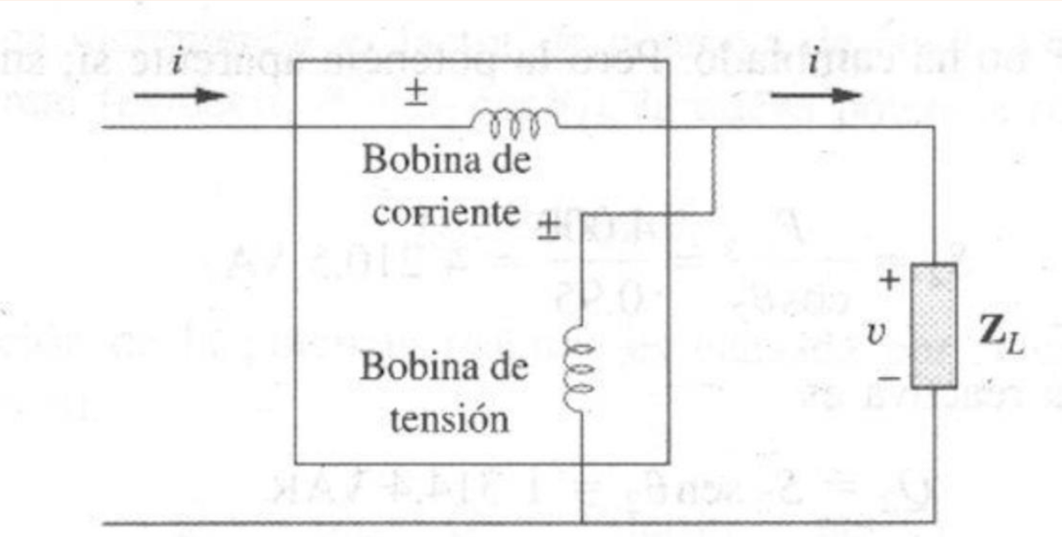


Figura 11.31
Wattímetro conectado a la carga.