



26. Inductancias



Almacenan energía magnética generada como consecuencia de las variaciones de corriente.

Suelen ser fabricados a medida por el propio diseñador.



Principios de la teoría electromagnética

Magnitudes a utilizar:

H Excitación magnética o intensidad de campo (A/m)

B Inducción del campo magnético (T)
 $1\text{T} = 10^4\text{gauss}$

ϕ Flujo magnético (Wb)

μ Permeabilidad (H/m)
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\text{ H/m}$



Un imán permanente presenta $B \approx 1,8\text{T}$.

$1\text{Wb} = 1\text{T}\cdot\text{m}$

La permeabilidad se puede indicar de forma absoluta (μ) y de forma relativa (μ_r).

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$



26. Inductancias



Algunas ecuaciones:

Flujo a través de una superficie

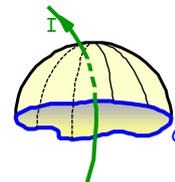
$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Las líneas de fuerza del campo magnético son cerradas, por lo que el flujo a través de cualquier superficie cerrada es siempre nulo.

Ley de Ampère

Circulación del vector **B** a lo largo de una curva cerrada **C**.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$



Definición de inductancia

Relación entre el flujo que genera el circuito y la intensidad que circula por el mismo.

$$L = N \cdot \frac{d\Phi}{dI}$$



26. Inductancias



Campo magnético en un medio material.

Caracterizado por su permeabilidad

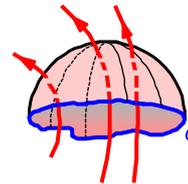
La aplicación de una cierta excitación magnética da lugar a una inducción magnética en el medio cuyo valor depende del material de que esté formado.

$$\vec{B} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$$

Ley de Ampère en un medio material.

La circulación del vector H a lo largo de una curva cerrada es igual a la suma de todas las corrientes que atraviesan cualquier superficie apoyada sobre esa curva.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$$



26. Inductancias



Clasificación magnética de los materiales

En función de la facilidad con que se induzca un campo magnético en el material al aplicar una excitación externa.

Diamagnéticos

El campo magnético inducido se opone al campo aplicado.

$\mu_r \approx 1$ (algo menor) *Cu, Hg, Na, ...*

Paramagnéticos

El campo magnético inducido refuerza levemente el aplicado.

$\mu_r \approx 1$ (algo mayor) *O, Al, Pt, Mg, ...*

Ferromagnéticos

El campo magnético inducido refuerza el aplicado en varios órdenes de magnitud.

$\mu_r \gg 1$ *Fe, Co, Ni y algunas tierras raras*

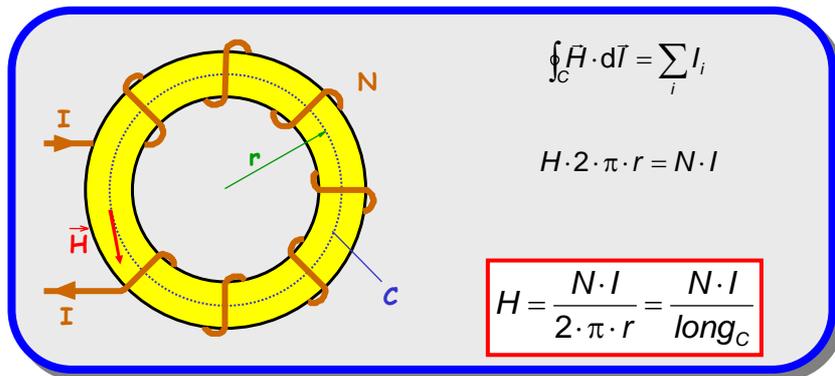


26. Inductancias



Curva B-H de los materiales magnéticos

Se puede medir haciendo uso de un toroide, en el que es fácil ver la relación entre I y H.



La integral curvilínea se calcula fácilmente teniendo en cuenta que el vector H es paralelo en todos los puntos a la curva C sobre la que se está integrando.

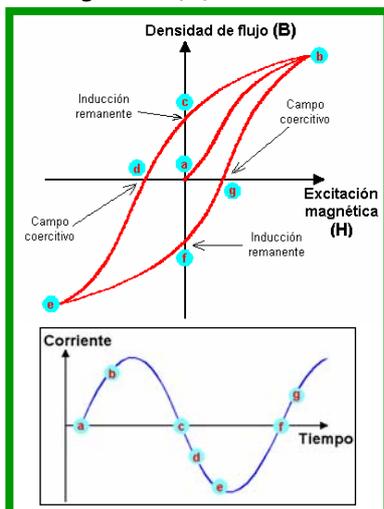


26. Inductancias



Curva B-H de los materiales magnéticos (cont.)

Representa la inducción magnética (B) en función de la excitación magnética (H) durante un ciclo completo de corriente alterna.



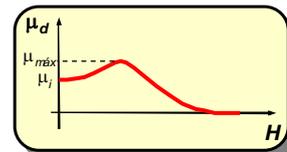
La energía disipada en cada ciclo es proporcional al área encerrada por el bucle de histéresis.

Sobre esta curva se define la permeabilidad diferencial.

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB}{dH}$$

$$\mu_d \neq \text{cte}$$

$$\mu_i = \text{permeabilidad inicial}$$





26. Inductancias



Curva B-H de los materiales magnéticos (cont.)

Valores representativos del bucle de histéresis:

Inducción remanente (B_r) y campo coercitivo (H_c)

Dan idea del área definida por la curva B-H.

Permeabilidad (μ_r)

Inducción de saturación (B_{sat})

Alcanzado este punto, el material se comporta como si fuera aire. En general, se evita alcanzar la zona de saturación.

Ejemplos de materiales ferromagnéticos:

Material	μ_r máx	B_{sat} (T)	H_c (A/m)
Acero laminado en frío	2000	2,10	140
Hierro con 4% de silicio	7000	2,00	40
Permalloy 78	$11 \cdot 10^5$	1,10	400
Ferrita N27	2000	0,35	20

Una alta permeabilidad suele venir asociada a un bucle de histéresis muy ancho (pérdidas elevadas)

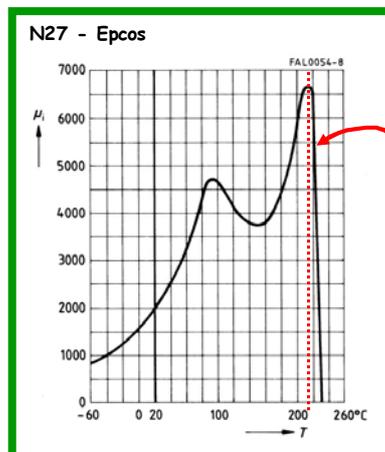


26. Inductancias



Curva B-H de los materiales magnéticos (cont.)

Los materiales ferromagnéticos pierden sus propiedades a partir de cierta temperatura



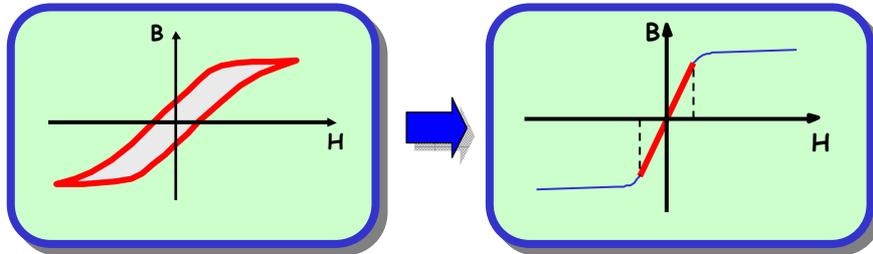
Temperatura de Curie



26. Inductancias



Análisis idealizado de inductancias



$$\vec{B} = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$$

- Se desprecian los efectos debidos a la histéresis del material
- Se analiza el funcionamiento sin alcanzar saturación
- Se aproxima la característica BH por una línea recta

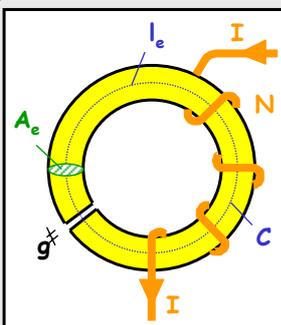


26. Inductancias



Análisis idealizado de inductancias (cont.)

Método del toroide equivalente



Ley de Ampère.

$$H_c \cdot l_e + H_g \cdot g = N \cdot I$$

$$B_c = B_g = B$$

$$\frac{B}{\mu_c} \cdot l_e + \frac{B}{\mu_0} \cdot g = N \cdot I$$

$$\mu_c = \mu_r \cdot \mu_0$$

$$\Phi \cdot \left[\underbrace{\frac{l_e}{\mu_c \cdot A_e}}_{\mathcal{R}_c} + \underbrace{\frac{g}{\mu_0 \cdot A_e}}_{\mathcal{R}_g} \right] = N \cdot I$$

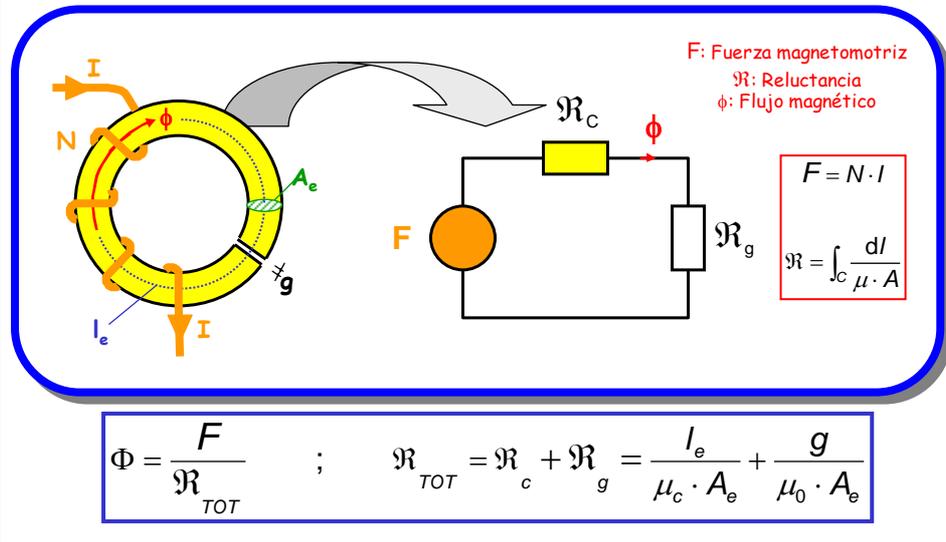


26. Inductancias



Análisis idealizado de inductancias (cont.)

Método del toroide equivalente



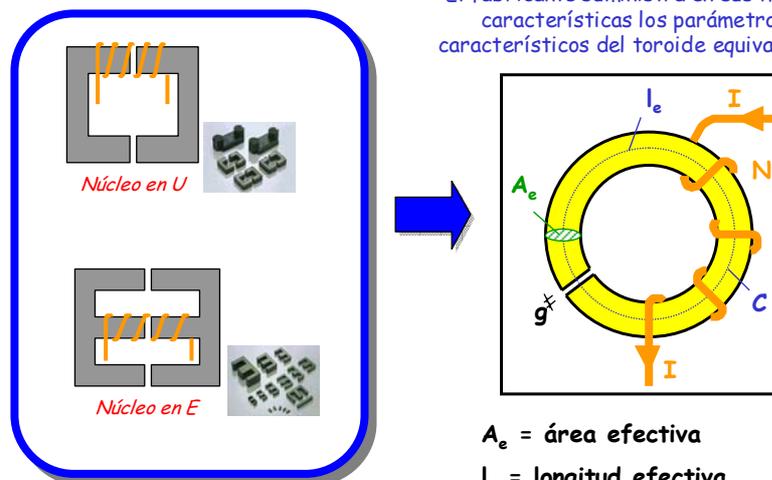
26. Inductancias



Análisis idealizado de inductancias (cont.)

Método del toroide equivalente

El fabricante suministra en sus hojas de características los parámetros característicos del toroide equivalente.





26. Inductancias



Método de diseño de inductancias a saturación

Se busca el núcleo de menor tamaño válido para una determinada aplicación.

Criterios empleados:

- o No superar B_{SAT} para la corriente máxima
- o Entrehierro pequeño ($g \ll l_e$)
- o Diámetro del hilo suficiente para manejar la corriente sin disipación excesiva (típicamente 3 - 5 A/mm²)
- o Las espiras deben caber en el área de ventana disponible (A_w)



26. Inductancias

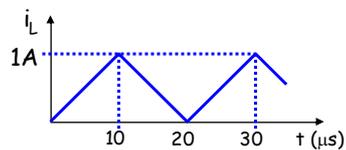


Método de diseño de inductancias a saturación (cont.)

Ejemplo:

Diseñar una bobina de 500μH empleando alguno de los núcleos indicados.

Forma de onda de la corriente por la bobina en régimen permanente:



Valor transitorio máximo de la corriente (sin saturación) $i_L = 3A$

Núcleos disponibles:

Material N27:
 $B_{SAT} = 350mT$
 $\mu_i = 2700$

	l_e	A_e	A_w
E20	46,3mm	31,9mm ²	34mm ²
E25	57,5mm	52,5mm ²	61mm ²
E30	67mm	60mm ²	90mm ²

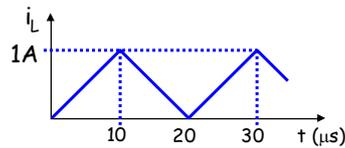


26. Inductancias



Método de diseño de inductancias a saturación (cont.)

Cálculo de la sección de hilo:



$$i_{L(efi)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_L(t)^2 \cdot dt} = 0,58A$$

Ajustando la sección para tener $3A/mm^2$:

$$3A/mm^2 = \frac{0,58}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} \quad D = 0,5mm^2$$



26. Inductancias



Método de diseño de inductancias a saturación (cont.)

Cálculo del número de espiras :

$$\left. \begin{array}{l} u = N \cdot \frac{d\phi}{dt} \\ u = L \cdot \frac{di}{dt} \end{array} \right\} N \cdot \phi = L \cdot i$$

Ajustando N para que se alcance el límite de saturación a corriente máxima:

$$N = \frac{L \cdot i_{max}}{B_{SAT} \cdot A_e} \quad \text{Tomando el núcleo E20: } N=134,3 \rightarrow 135 \text{ espiras}$$



26. Inductancias



Método de diseño de inductancias a saturación (cont.)

Cálculo del entrehierro:

$$\oint H \cdot dl = N \cdot i \quad \rightarrow \quad \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} \cdot l_e + \frac{B}{\mu_0} \cdot g = N \cdot i \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{N \cdot i \cdot A_e \cdot \mu_0}{\frac{l_e}{\mu_r} + g}$$

$$\rightarrow L = \frac{N^2 \cdot A_e \cdot \mu_0}{\frac{l_e}{\mu_r} + g} \quad \rightarrow \quad g = \frac{N^2 \cdot A_e \cdot \mu_0}{L} - \frac{l_e}{\mu_r}$$

Para el núcleo E20 se obtiene: $g=1,44 \text{ mm}$

Comprobamos si las espiras caben dentro del área de ventana:

Coefficiente de aprovechamiento \rightarrow

$$0,3 \cdot A_w > N \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad N \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4 \cdot 0,3} = 88 \text{ mm}^2$$

No cabe en un E20

Solución: E25 N = 82 g = 0,87mm



26. Inductancias

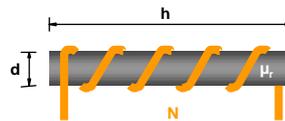


Cálculo de bobinas

Bobinas con núcleo abierto.

Tardan más en alcanzar la saturación.

$$L = 9,87 \cdot 10^{-7} \cdot \mu_r \cdot \frac{N^2 \cdot d^2}{\sqrt{h^2 + d^2}}$$



Adecuadas en aplicaciones de alta corriente.
Problema: radian mucho.

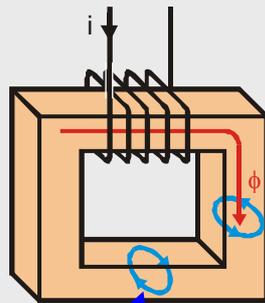


26. Inductancias



Estimación de las pérdidas en materiales magnéticos

Efecto de las corrientes inducidas (Corrientes de Foucault)

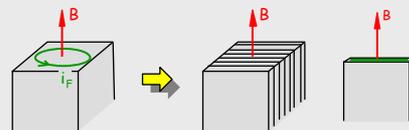


Corrientes inducidas

Dependen de la frecuencia, del flujo y la resistividad del material:

$$P_{C.ind.} = \frac{\pi \cdot f^2 \cdot B^2 \cdot A_e}{4 \cdot \rho} \quad \text{Interesan valor altos de resistividad}$$

Ferritas: Baja conductividad \Rightarrow Bajas pérdidas.
Materiales de baja frecuencia: Se dividen en chapas aisladas

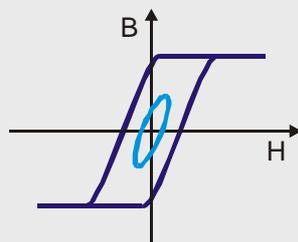


26. Inductancias



Estimación de las pérdidas en materiales magnéticos

Pérdidas por histéresis



El área encerrada por la curva BH proporciona las pérdidas por histéresis:

$$W = \iiint \frac{1}{2} B \cdot H \cdot dV$$

Las pérdidas dependen de:

- Inducción máxima
- Frecuencia
- Temperatura

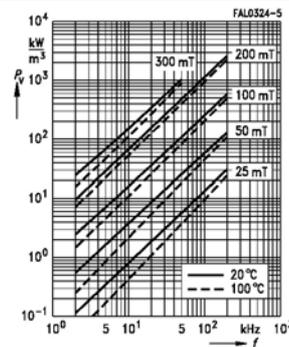
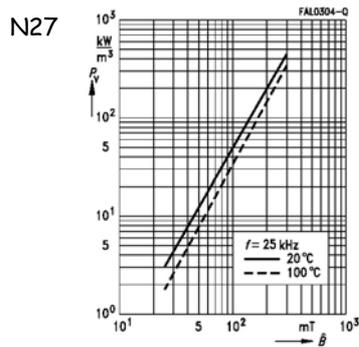


26. Inductancias



Estimación de las pérdidas en materiales magnéticos

Curvas de pérdidas proporcionadas por los fabricantes



Pérdidas por volumen a distintas frecuencias, inducción y temperatura



26. Inductancias



Definición de los factores de pérdidas y de calidad

Equivalente serie:



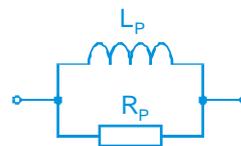
Factor de pérdidas:

$$\tan \delta_s = \frac{R_s}{\omega \cdot L_s}$$

Factor de calidad:

$$Q_s = \frac{\omega \cdot L_s}{R_s}$$

Equivalente paralelo:



Factor de pérdidas:

$$\tan \delta_p = \frac{\omega \cdot L_p}{R_p}$$

Factor de calidad:

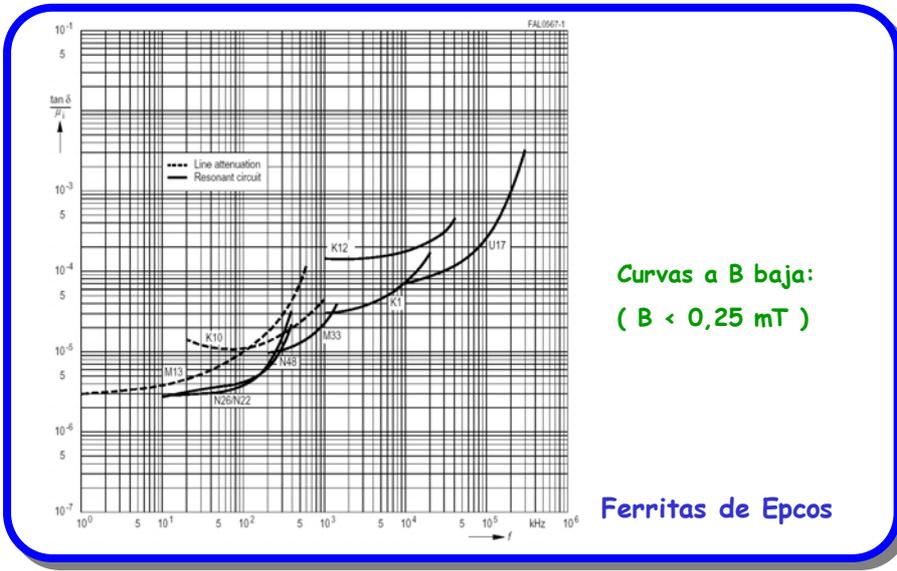
$$Q_p = \frac{R_p}{\omega \cdot L_p}$$



26. Inductancias



Factor de pérdidas relativo: curvas de comparación



26. Inductancias



Tipos de materiales ferromagnéticos

Materiales para bajas frecuencias

A frecuencias de red (chapa de hierro, permalloy).

Valor elevado de μ_r y de B_{SAT} .

Pérdidas por histéresis elevadas.

0,85 W/Kg @ 50Hz

60,0 W/Kg @ 5kHz

Por eso se limita su uso a bajas frecuencias



Materiales para altas frecuencias

Entre 100kHz y 1MHz (ferritas). Óxidos de metal (Mn y Zn) compactados

Se pierde poca energía en el bucle de histéresis.

Mn-Zn $\mu_r \uparrow$ Pérd. \uparrow

Ni-Zn $\mu_r \downarrow$ Pérd. \downarrow

Para frecuencias muy altas



Para frecuencias $>1\text{MHz}$ se emplean toroides de polvo de hierro.

Hierro pulverizado y compactado \Rightarrow Alta resistividad: mínimas pérdidas por corrientes inducidas.

Alta B_{SAT} (de 1 a 1,2 T)

Baja permeabilidad $\mu_r < 100$



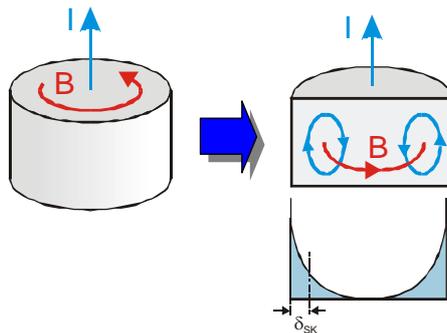
26. Inductancias



Efectos de la frecuencia en la distribución de la corriente

Efecto piel ('skin effect'):

A alta frecuencia, el flujo creado dentro de un conductor debido a la corriente que circula por él da lugar a que la densidad de corriente no sea uniforme en toda su sección



La densidad de corriente es mayor hacia el perímetro exterior

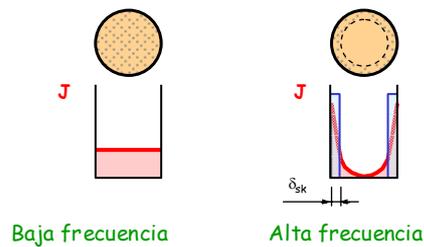


26. Inductancias



Efectos de la frecuencia en la distribución de la corriente

Efecto piel ('skin effect'): Hace que R_{dev} aumente.



$$\delta_{sk} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu \cdot f}}$$

$$\rho_{Cu} = 1,72 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \quad (@ 20^\circ C)$$

$$\rho_{Al} = 2,83 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \quad (@ 20^\circ C)$$

Se deben emplear conductores con $d \leq 2 \cdot \delta_{sk}$.

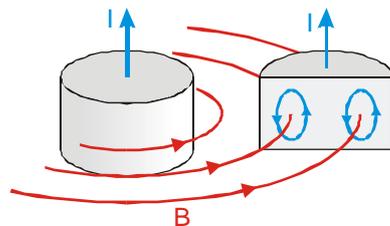


26. Inductancias

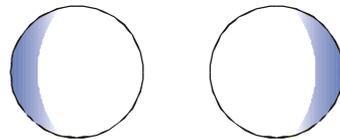


Efectos de la frecuencia en la distribución de la corriente

Efecto proximidad: Hace que R_{dev} aumente.



El flujo creado por las corrientes en conductores próximos hace que la densidad de corriente no sea uniforme en toda la sección



Corrientes del mismo sentido

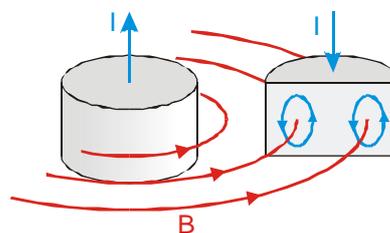


26. Inductancias

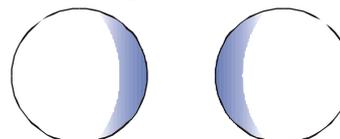


Efectos de la frecuencia en la distribución de la corriente

Efecto proximidad: Hace que R_{dev} aumente.



El flujo creado por las corrientes en conductores próximos hace que la densidad de corriente no sea uniforme en toda la sección



Corrientes de sentido contrario

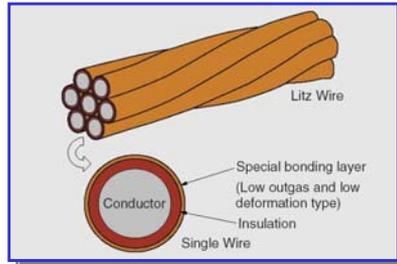


26. Inductancias

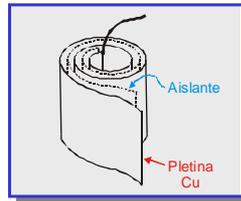
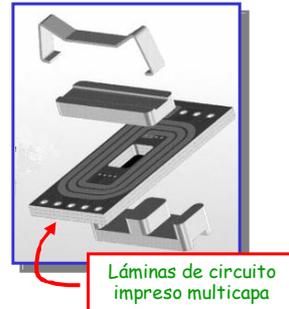


Técnicas para disminuir la resistencia del hilo en alta frecuencia

Empleo de hilo Litz



Transformadores planos



Devanados con pletina



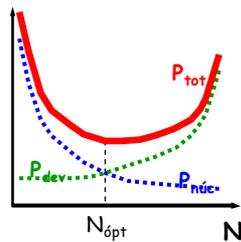
26. Inductancias



Método de diseño de inductancias con el criterio de minimización de pérdidas

Para la disminución de las pérdidas en una bobina para un núcleo y una sección de hilo dados se dispone de las siguientes opciones:

- Subir $N \Rightarrow g \uparrow$ y $B_{max} \downarrow$
 - { Menores pérdidas en el núcleo ($P_{núcleo} \downarrow$)
 - { Mayor longitud de hilo ($P_{devanado} \uparrow$)
- Bajar $N \Rightarrow g \downarrow$ y $B_{max} \uparrow$
 - { Mayores pérdidas en el núcleo ($P_{núcleo} \uparrow$)
 - { Menor longitud de hilo ($P_{devanado} \downarrow$)



En el punto óptimo las pérdidas se reparten por igual entre núcleo y devanados.



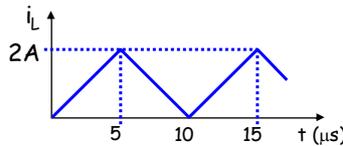
26. Inductancias



Método de diseño de inductancias con el criterio de minimización de pérdidas. Ejemplo:

Diseñar una bobina de $400\mu\text{H}$ empleando el núcleo indicado. Las pérdidas totales deberán ser inferiores a 2W .

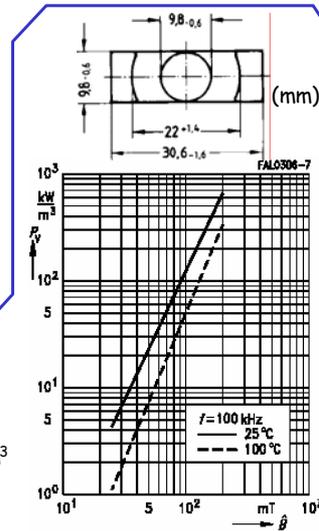
Forma de onda de la corriente por la bobina:



Características del núcleo:

Ferrita EPCOS: material N87, tamaño ETD29

$B_{SAT} = 250\text{ mT}$ $A_e = 76\text{ mm}^2$ $V_e = 5350\text{ mm}^3$
 $\mu_i = 2100$ $l_e = 70,4\text{ mm}$ $A_W = 97\text{ mm}^2$



26. Inductancias



Ejemplo:

Escogemos la sección del hilo a partir de la profundidad 'Skin':

$$d \leq 2 \cdot \delta_{skin} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\rho_{Cu}}{\pi \cdot f \cdot \mu_{Cu}}} = 0,42\text{ mm} \quad \text{Tomamos: } d = 0,4\text{ mm}$$

Realizamos una primera aproximación empleando el diseño a saturación:

$$N \cdot \phi = L \cdot i \quad N = \frac{L \cdot i_{max}}{B_{SAT} \cdot A_e} = \frac{400 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,25 \cdot 76 \cdot 10^{-6}} = 42,1 \approx 43 \text{ Espiras}$$

De la gráfica de pérdidas y para $B_{max} = 0,25\text{ T}$ se tiene:

$$P_{núcleo} = 700.000 \cdot 5350 \cdot 10^{-9} = 3,7\text{ W}$$

NO SIRVE. Comprobamos las pérdidas en los devanados. Si son muy inferiores a las del núcleo estaremos lejos del óptimo y podremos reducir la potencia total subiendo N.



26. Inductancias



Pérdidas en el devanado:

$$\text{Radio medio bobinado: } r_m = \frac{9,8 + 22}{4} = 7,95 \text{ mm}$$

$$R_{dev} = \rho_{Cu} \cdot \frac{N \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_m}{\pi \cdot d^2} = 0,294 \Omega \quad \rightarrow \quad P_{dev} = 0,39 \text{ W}$$

Estamos lejos del óptimo. Bajamos $B_{max} = 100 \text{ mT}$

$$N = \frac{L \cdot i_{max}}{B_{max} \cdot A_e} = \frac{400 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,1 \cdot 76 \cdot 10^{-6}} = 105,3 \approx 106 \text{ Espiras} \quad g = 2,6 \text{ mm}$$

De la gráfica de pérdidas y para $B_{max} = 0,1 \text{ T}$ se tiene:

$$P_{nucleo} = 120.000 \cdot 5350 \cdot 10^{-9} = 0,64 \text{ W}$$

$$R_{dev} = 0,72 \Omega \quad P_{dev} = 0,96 \text{ W}$$

$$P_{total} = 0,96 + 0,64 = 1,6 \text{ W}$$