Cálculo de transformadores

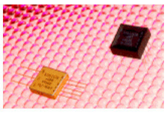
Se sigue considerando un toroide equivalente.

Cualquier transformador puede diseñarse haciendo uso de tres ecuaciones generales.

Primera ecuación.

Definición de densidad de flujo magnético (inducción de campo magnético).

$$\boxed{\Phi = B \cdot A_e}$$



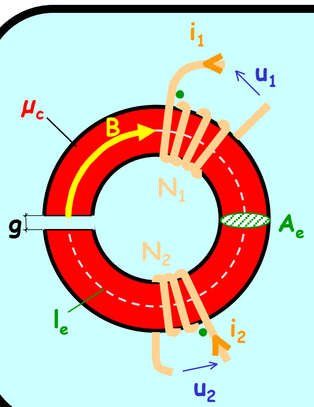
Segunda ecuación.

Ley de Ampère.

$$\oint H \, dl = \sum N \cdot I$$

Particularización de la ley de Ampère.

Aplicación de la segunda ecuación al caso aquí indicado.



$$H_g \cdot g + H_c \cdot l_e = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2$$

$$\frac{B}{\mu_0} \cdot g + \frac{B}{\mu_c} \cdot l_e = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2$$

$$\frac{\Phi}{A_e} \cdot \left(\frac{g}{\mu_0} + \frac{l_e}{\mu_c} \right) = N_1 \cdot I_1 + N_2 \cdot I_2$$

$$\boxed{\Phi \cdot \mathrm{R} = N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2}$$

Los terminales correspondientes indican por dónde debe entrar la corriente en cada devanado para generar flujo con el mismo sentido

$$\boxed{\mathrm{R} = \frac{g}{\mu_0 \cdot A_e} + \frac{l_e}{\mu_c \cdot A_e} = \mathrm{cte}}$$

Tercera ecuación.

Ley de Faraday.

$$u_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \qquad u_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

Obtención del sistema de ecuaciones de diseño.

Derivando [2] y sustituyendo en [3]:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_1}{R} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{N_2}{R} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

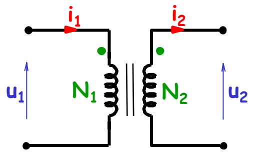
$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{N_1^2}{R} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{N_1 \cdot N_2}{R} \cdot \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= \frac{N_1 \cdot N_2}{R} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{N_2^2}{R} \cdot \frac{di_2}{dt} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} \end{pmatrix}$$

Estas ecuaciones son válidas para cualquier tipo de excitación.

L_{11} y L_{22} son las inductancias propias del circuito y L_{12}=L_{21}, las inductancias mutuas.

Circuito equivalente de un transformador real

Ecuaciones de un transformador ideal.



$$u_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot u_1$$

$$P_1 = P_2 \quad ; \quad u_1 \cdot i_1 = u_2 \cdot i_2$$
$$\Downarrow$$
$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} \cdot i_1$$

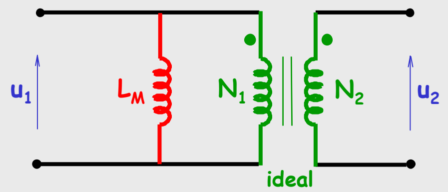
Un transformador ideal podría transferir incluso energía en forma de corriente continua, cosa que los transformadores reales no consiguen.

$$i = \text{cte} \Rightarrow \Phi = \text{cte} \Rightarrow e = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = 0$$

Se puede llevar a cabo una aproximación al funcionamiento del transformador real incluyendo una *inductancia magnetizante*.

La corriente que circula por la inductancia magnetizante es la corriente que se necesita para crear flujo en el núcleo del transformador.

Circuito equivalente de transformador con inductancia magnetizante.



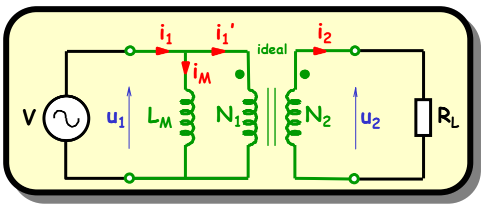
$$L_M = \frac{N_1^2}{R} = \frac{N_1^2}{\dfrac{l_e}{\mu_c \cdot A_e} + \dfrac{g}{\mu_0 \cdot A_e}}$$

En este modelo se sigue cumpliendo que la relación entre tensiones es la relación entre el número de vueltas.

La presencia de esta inductancia ya evita que el transformador pueda funcionar con corriente continua.

En condiciones normales, L_M tendrá un valor suficientemente elevado como para poder despreciar la corriente que circula por ella.

Ejemplo: Transformador excitado con tensión senoidal.



Del transformador ideal:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{i_2}{i_1'}$$

Balance de corrientes:

$$i_1 = i_M + i_1' = i_M + \frac{N_2}{N_1} \cdot i_2$$

$$i_1 = \frac{V}{\omega \cdot L_M} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \cdot \frac{V}{R_L} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Flujo en el núcleo:

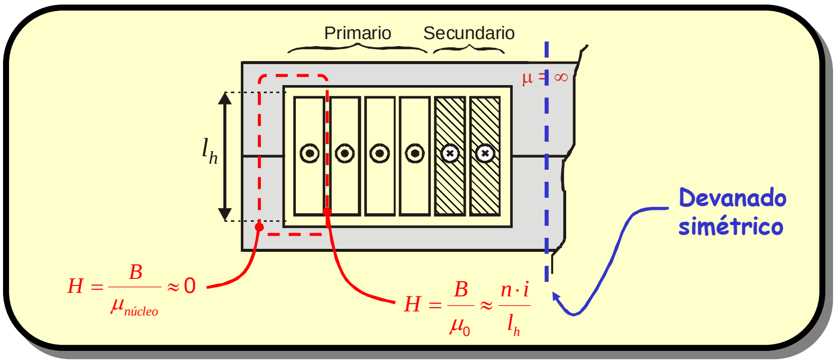
$$\Phi = \frac{N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2}{R} = \frac{N_1 \cdot (i_M + i_1') - N_2 \cdot i_2}{R} = \frac{N_1 \cdot \left(i_M + \dfrac{N_2}{N_1} \cdot i_2\right) - N_2 \cdot i_2}{R}$$

$$L_M = \frac{N_1^2}{R} \rightarrow \Phi = \frac{N_1 \cdot i_M}{R} = \frac{N_1}{R} \cdot \frac{V}{\omega \cdot L_M} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \Rightarrow \Phi_M = \frac{V}{\omega \cdot N_1}$$

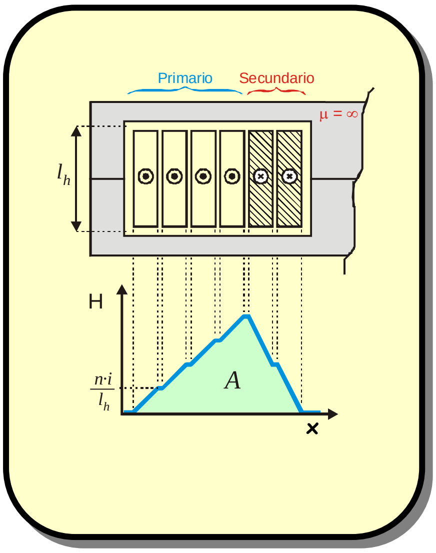
Efecto de la disposición de los devanados: inductancia de dispersión

Ejemplo:
- Transformador reductor 2:1
- 4 capas de primario con **n** vueltas por capa
- 2 capas de secundario con **n** vueltas por capa
- Núcleo de material con permeabilidad infinita
- Corriente por el primario *i*, por secundario *2·i*

$$\oint H\cdot dl = \sum I$$



Efecto de la disposición de los devanados: inductancia de dispersión



Energía almacenada en los devanados:

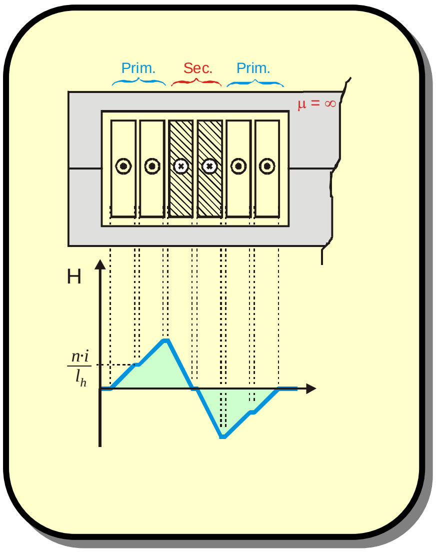
$$E = \iiint B\cdot H\cdot dV$$

$$E \propto \int_0^{l_w} H(x)^2\cdot dx$$

La inductancia de dispersión del transformador se encuentra directamente relacionada con la energía almacenada en los devanados

27. Transformadores

Efecto de la disposición de los devanados: inductancia de dispersión



Energía almacenada en los devanados:

$$E = \iiint B \cdot H \cdot dV$$

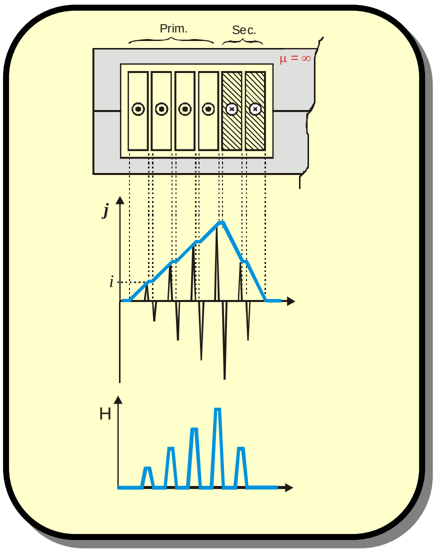
$$E \propto \int_0^{l_w} H(x)^2 \cdot dx$$

Del orden de la octava parte del ejemplo anterior
(sin entrelazado de capas)

Interleaving

27. Transformadores

Efecto de la disposición de los devanados: efecto proximidad

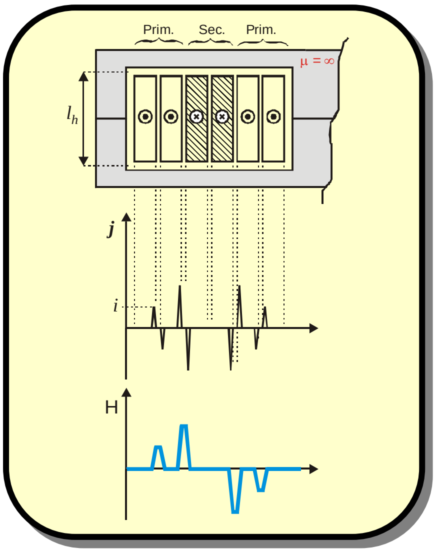


Distribución de la corriente en los devanados:

- El campo existente dentro de la ventana hace que la corriente se concentre en los bordes del conductor
- Las corrientes inducidas son tanto más altas cuanto más elevado resulta H

27. Transformadores

Efecto de la disposición de los devanados: efecto proximidad



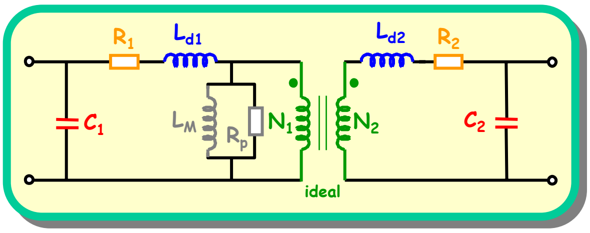
Distribución de la corriente en los devanados:

- El 'interleaving' hace que el aprovechamiento de los conductores sea mejor

El 'interleaving' disminuye la resistencia serie de los devanados

27. Transformadores

Circuito equivalente completo de un transformador real.



R_1 y R_2
Pérdidas en los devanados
L_{d1} y L_{d2}
Inductancias de dispersión
L_M
Inductancia magnetizante
R_p
Pérdidas en el núcleo
C_1 y C_2
Capacidades parásitas

En la mayoría de los casos se simplifica el circuito equivalente eliminando las capacidades parásitas de los devanados y agrupando los efectos de pérdidas en devanados y de inductancia de dispersión en el primario (por ejemplo).