

## ■ Números Complejos Algunos ejemplos resueltos

Dados los siguientes números complejos:

$$z_1 = -2 + 3i;$$

$$z_2 = -1;$$

$$z_3 = -2i;$$

$$z_4 = 2 - 2i;$$

Para pasarlos a la forma de par ordenado, debemos extraer la parte real y la imaginaria de cada uno de ellos:

$$z_{1po} = \{\text{Re}[z_1], \text{Im}[z_1]\}$$

$$\{-2, 3\}$$

$$z_{2po} = \{\text{Re}[z_2], \text{Im}[z_2]\}$$

$$\{-1, 0\}$$

$$z_{3po} = \{\text{Re}[z_3], \text{Im}[z_3]\}$$

$$z_{4po} = \{\text{Re}[z_4], \text{Im}[z_4]\}$$

$$\{0, -2\}$$

$$\{2, -2\}$$

Para representarlos graficamente primeramente debemos abrir el paquete:

```
<< Graphics`Master`
```

```
g1=Show[Graphics[Arrow[{0,0},z1po],Axes->True]];
```

```
g2=Show[Graphics[Arrow[{0,0},z2po],Axes->True]];
```

```
g3=Show[Graphics[Arrow[{0,0},z3po],Axes->True]];
```

```
g4=Show[Graphics[Arrow[{0,0},z4po],Axes->True]];
```

```
Show[g1,g2,g3,g4];
```

Vamos a encontrar ahora los conjugados de cada número complejo:

```
zc1=Conjugate[z1]
```

```
zc2=Conjugate[z2]
```

```
zc3=Conjugate[z3]
```

```
zc4=Conjugate[z4]
```

$$-2 - 3i$$

$$-1$$

$$2i$$

$$2 + 2i$$

Nuevamente, para graficarlos debemos pasarlos a la forma polar:

```

z1cpo = {Re[z1], Im[z1]}
z2cpo = {Re[z2], Im[z2]}
z3cpo = {Re[z3], Im[z3]}
z4cpo = {Re[z4], Im[z4]}

{-2, -3}

{-1, 0}

{0, 2}

{2, 2}

gc1 = Show[Graphics[Arrow[{0, 0}, z1cpo], Axes -> True]];

```

Modulos

```

Show[gc1, g1]

- Graphics -

```

Veamos ahora los módulos de cada número complejo:

```

ρ1=Abs[z1]
ρ2=Abs[z2]
ρ3=Abs[z3]
ρ4=Abs[z4]

```

$$\sqrt{13}$$

$$1$$

$$2$$

$$2\sqrt{2}$$

Y por que no los ángulos que forman con el eje de las ordenadas

```

ω1 = Arg[z1]
ω2 = Arg[z2]
ω3 = Arg[z3]
ω4 = Arg[z4]

```

$$\pi - \text{ArcTan}\left[\frac{3}{2}\right]$$

$$\pi$$

$$-\frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{4}$$

Forma Trigonométrica de un numero complejo:

$$z1t = \rho1 (\text{Cos}[\omega1] + i \text{Sin}[\omega1])$$

$$-2 + 3i$$

Raices cuadradas de un número Complejo:

**k = 0;**

$$\sqrt{\rho_1} \left( \cos \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{2} \right] + i \sin \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{2} \right] \right) // N$$

0.895977 + 1.67415 i

**k = 1;**

$$\sqrt{\rho_1} \left( \cos \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{2} \right] + i \sin \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{2} \right] \right) // N$$

-0.895977 - 1.67415 i

Raíces cúbicas de un número Complejo:

**k = 0;**

$$r_1 = \sqrt{\rho_1} \left( \cos \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] + i \sin \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] \right) // N$$

1.42805 + 1.25149 i

**k = 1;**

$$r_2 = \sqrt{\rho_1} \left( \cos \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] + i \sin \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] \right) // N$$

-1.79785 + 0.610985 i

**k = 2;**

$$r_3 = \sqrt{\rho_1} \left( \cos \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] + i \sin \left[ \frac{\omega_1 + 2 k \pi}{3} \right] \right) // N$$

0.369794 - 1.86247 i

Gráfico de las Raíces cúbicas del número complejo:

```
r1po = {Re[r1], Im[r1]};
```

```
r2po = {Re[r2], Im[r2]};
```

```
r3po = {Re[r3], Im[r3]};
```

```
gr1 = Show[Graphics[Arrow[{0, 0}, r1po], Axes -> True], AspectRatio -> Automatic];
```

```
gr2 = Show[Graphics[Arrow[{0, 0}, r2po], Axes -> True], AspectRatio -> Automatic];
```

```
gr3 = Show[Graphics[Arrow[{0, 0}, r3po], Axes -> True], AspectRatio -> Automatic];
```

```
Show[gr1, gr2, gr3]
```

```
- Graphics -
```

---

## Práctica de Números Complejos

- 1) Dados los siguientes números complejos:  $z_1 = 4 - i$ ;  $z_2 = 2i$ ;  $z_3 = -2 + 5i$ ;  $z_4 = 2$ ;
  - a) Pasarlos a su forma de par ordenado,
  - b) Graficarlos,
  - c) Encontrar sus opuestos,
  - d) Encontrar sus conjugados,
  - e) Graficar cada complejo con su opuesto,
  - f) Graficar cada complejo con su conjugado.
- 2) Calcular los módulos y argumentos de los complejos dados en el ítem anterior.
- 3) Pasarlos a su forma trigonométrica.
- 4) Calcular las raíces cuartas y sextas de todos los complejos anteriores y realizar los gráficos correspondientes.